

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.1. f(x) = \begin{cases} \operatorname{tg}\left(x^3 + x^2 \sin \frac{2}{x}\right), & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение нормали к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.1. y = (4x - x^2)/4, \quad x_0 = 2.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.1. y = x \arcsin(1/x) + \ln|x + \sqrt{x^2 - 1}|, \quad x > 0.$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.1. y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 7,76.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.1. y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{1+x}}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.1. y = x - \ln\left(2 + e^x + 2\sqrt{e^{2x} + e^x + 1}\right).$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.1. y = \sqrt{x} \ln(\sqrt{x} + \sqrt{x+a}) - \sqrt{x+a}.$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.1. y = \sin \sqrt{3} + \frac{1 \sin^2 3x}{3 \cos 6x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.1. y = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x}{\sqrt{2}}.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.1. y = \frac{1}{4\sqrt{5}} \ln \frac{2 + \sqrt{5} \operatorname{th} x}{2 - \sqrt{5} \operatorname{th} x}.$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.1. y = (\operatorname{arctg} x)^{(1/2)\ln(\operatorname{arctg} x)}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.1. y = \frac{1}{24}(x^2 + 8)\sqrt{x^2 - 4} + \frac{x^2}{16} \arcsin \frac{2}{x}, \quad x > 0.$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.1. y = \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \ln \sqrt{1-x^2}.$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.1. y = \frac{1}{\sin \alpha} \ln(\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} \alpha).$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.1. \begin{cases} x = \frac{3t^2 + 1}{3t^3}, \\ y = \sin\left(\frac{t^3}{3} + t\right). \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.1. \begin{cases} x = a \sin^3 t, \\ y = a \cos^3 t, \quad t_0 = \pi/3. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.1. y = x e^{ax}.$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.1. y = (2x^2 - 7) \ln(x - 1), \quad y^V = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.1. \begin{cases} x = \cos 2t, \\ y = 2 \sec^2 t. \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.1. \begin{cases} y = x e^{-x^2/2}, \\ xy' = (1 - x^2)y. \quad (1) \end{cases}$$

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.2. f(x) = \begin{cases} \arcsin\left(x^2 \cos \frac{1}{9x}\right) + \frac{2}{3}x, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение нормали к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.2. y = 2x^2 + 3x - 1, \quad x_0 = -2.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.2. y = \operatorname{tg}\left(2 \arccos \sqrt{1 - 2x^2}\right), \quad x > 0.$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.2. y = \sqrt[3]{x^3 + 7x}, \quad x = 1,012.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.2. y = \frac{(2x^2 - 1)\sqrt{1 + x^2}}{3x^3}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.2. y = e^{2x} (2 - \sin 2x - \cos 2x) / 8.$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.2. y = \ln\left(x + \sqrt{a^2 + x^2}\right).$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.2. y = \cos \ln 2 - \frac{1 \cos^2 3x}{3 \sin 6x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.2. y = \arcsin \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{5x}}.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.2. y = \frac{\operatorname{sh} x}{4 \operatorname{ch}^4 x} + \frac{3 \operatorname{sh} x}{8 \operatorname{ch}^2 x} + \frac{3}{8} \operatorname{arctg}(\operatorname{sh} x).$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.2. y = \left(\sin \sqrt{x}\right)^{\ln(\sin \sqrt{x})}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.2. y = \frac{4x + 1}{16x^2 + 8x + 3} + \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{4x + 1}{\sqrt{2}}.$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.2. y = 4 \ln \frac{x}{1 + \sqrt{1 - 4x^2}} - \frac{\sqrt{1 - 4x^2}}{x^2}.$$

**Задача 14.** Найти производную.

14.2.  $y = x \cos \alpha + \sin \alpha \ln \sin(x - \alpha)$ .

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

15.2. 
$$\begin{cases} x = \sqrt{1-t^2}, \\ y = \operatorname{tg} \sqrt{1+t}. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

16.2. 
$$\begin{cases} x = \sqrt{3} \cos t, \\ y = \sin t, \quad t_0 = \pi/3. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

17.2.  $y = \sin 2x + \cos(x + 1)$ .

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

18.2.  $y = (3 - x^2) \ln^2 x, \quad y''' = ?$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

19.2. 
$$\begin{cases} x = \sqrt{1-t^2}, \\ y = 1/t. \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

20.2. 
$$y = \frac{\sin x}{x},$$
$$xy' + y = \cos x. \quad (1)$$

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.3. f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg}\left(x \cos \frac{1}{5x}\right), & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение нормали к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.3. y = x - x^3, \quad x_0 = -1.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.3. y = \sqrt{1+2x} - \ln|x + \sqrt{1+2x}|.$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.3. y = \left(x + \sqrt{5-x^2}\right) / 2, \quad x = 0,98.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.3. y = \frac{x^4 - 8x^2}{2(x^2 - 4)}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.3. y = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{e^x - 3}{2}.$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.3. y = 2\sqrt{x} - 4\ln(2 + \sqrt{x}).$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.3. y = \operatorname{tg} \operatorname{lg} \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \frac{\sin^2 4x}{\cos 8x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.3. y = \frac{2x-1}{4} \sqrt{2+x-x^2} + \frac{9}{8} \arcsin \frac{2x-1}{3}.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.3. y = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sqrt{\operatorname{th} x}}{1 - \sqrt{\operatorname{th} x}} - \operatorname{arctg} \sqrt{\operatorname{th} x}.$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.3. y = (\sin x)^{5e^x}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.3. y = 2x - \ln(1 + \sqrt{1 - e^{4x}}) - e^{-2x} \arcsin(e^{2x}).$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.3. y = x(2x^2 + 5)\sqrt{x^2 + 1} + 3\ln(x + \sqrt{x^2 + 1}).$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.3. y = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[ \sin \ln x - (\sqrt{2} - 1) \cdot \cos \ln x \right] x^{\sqrt{2}+1}.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.3. \begin{cases} x = \sqrt{2t - t^2}, \\ y = \frac{1}{\sqrt[3]{(1-t)^2}}. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.3. \begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = a(1 - \cos t), \quad t_0 = \pi/3. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.3. y = \sqrt[5]{e^{7x-1}}.$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.3. y = x \cos x^2, \quad y''' = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.3. \begin{cases} x = e^t \cos t, \\ y = e^t \sin t. \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.3. \begin{cases} y = 5e^{-2x} + e^x/3, \\ y' + 2y = e^x. \quad (1) \end{cases}$$

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.4. f(x) = \begin{cases} \ln \left( 1 - \sin \left( x^3 \sin \frac{1}{x} \right) \right), & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение нормали к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.4. y = x^2 + 8\sqrt{x} - 32, \quad x_0 = 4.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.4. y = x^2 \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 - 1}.$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.4. y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 27,54.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.4. y = \frac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2 + 4x}}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.4. y = \frac{1}{\ln 4} \ln \frac{1 + 2^x}{1 - 2^x}.$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.4. y = \ln \frac{x^2}{\sqrt{1 - ax^4}}.$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.4. y = \operatorname{ctg} \sqrt[3]{5} - \frac{1 \cos^2 4x}{8 \sin 8x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.4. y = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1 + x^2} - 1}{x}.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.4. y = \frac{3}{8\sqrt{2}} \ln \frac{\sqrt{2} + \operatorname{th} x}{\sqrt{2} - \operatorname{th} x} - \frac{\operatorname{th} x}{4(2 - \operatorname{th}^2 x)}.$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.4. y = (\arcsin x)^{e^x}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.4. y = \sqrt{9x^2 - 12x + 5} \operatorname{arctg}(3x - 2) - \ln(3x - 2 + \sqrt{9x^2 - 12x + 5}).$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.4. y = x^3 \arcsin x + \frac{x^2 + 2}{3} \sqrt{1 - x^2}.$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.4. y = \operatorname{arctg} \left( \frac{\cos x}{\sqrt[4]{\cos 2x}} \right).$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.4. \begin{cases} x = \arcsin(\sin t), \\ y = \arccos(\cos t). \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.4. \begin{cases} x = 2t - t^2, \\ y = 3t - t^3, \quad t_0 = 1. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.4. y = \frac{4x + 7}{2x + 3}.$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.4. y = \frac{\ln(x-1)}{\sqrt{x-1}}, \quad y''' = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.4. \begin{cases} x = \operatorname{sh}^2 t, \\ y = 1/\operatorname{ch}^2 t. \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.4. \begin{aligned} y &= 2 + c\sqrt{1-x^2}, \\ (1-x^2)y' + xy &= 2x. \quad (1) \end{aligned}$$



## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.5. f(x) = \begin{cases} \sin\left(x \sin \frac{3}{x}\right), & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение нормали к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.5. y = x + \sqrt{x^3}, \quad x_0 = 1.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.5. y = \arccos\left(1/\sqrt{1+2x^2}\right), \quad x > 0.$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.5. y = \arcsin x, \quad x = 0,08.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.5. y = \frac{(1+x^8)\sqrt{1+x^8}}{12x^{12}}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.5. y = 2\sqrt{e^x+1} + \ln \frac{\sqrt{e^x+1}-1}{\sqrt{e^x+1}+1}.$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.5. y = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{x+1}).$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.5. y = \frac{\cos \sin 5 \cdot \sin^2 2x}{2 \cos 4x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.5. y = \arccos \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x^4 + 16}}.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.5. y = \frac{1}{2} \operatorname{th} x + \frac{1}{4\sqrt{2}} \ln \frac{1 + \sqrt{2} \operatorname{th} x}{1 - \sqrt{2} \operatorname{th} x}.$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.5. y = (\ln x)^{3^x}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.5. y = \frac{2}{x-1} \sqrt{2x-x^2} + \ln \frac{1 + \sqrt{2x-x^2}}{x-1}.$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.5. y = 3 \arcsin \frac{3}{4x+1} + 2\sqrt{4x^2+2x-2}, \quad 4x+1 > 0.$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.5. y = 3 \frac{\sin x}{\cos^2 x} + 2 \frac{\sin x}{\cos^4 x}.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.5. \begin{cases} x = \ln(t + \sqrt{t^2 + 1}), \\ y = t\sqrt{t^2 + 1}. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.5. \begin{cases} x = \frac{2t + t^2}{1 + t^3}, \\ y = \frac{2t - t^2}{1 + t^3}, \quad t_0 = 1. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.5. y = \lg(5x + 2).$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.5. y = \frac{\log_2 x}{x^3}, \quad y''' = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.5. \begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = 2 - \cos t. \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.5. \begin{cases} y = x\sqrt{1-x^2}, \\ yy' = x - 2x^3. \quad (1) \end{cases}$$

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.6. f(x) = \begin{cases} \sqrt{1 + \ln\left(1 + x^2 \sin \frac{1}{x}\right)} - 1, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение нормали к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.6. y = \sqrt[3]{x^2} - 20, \quad x_0 = -8.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.6. y = x \ln \left| x + \sqrt{x^2 + 3} \right| - \sqrt{x^2 + 3}.$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.6. y = \sqrt[3]{x^2 + 2x + 5}, \quad x = 0,97.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.6. y = \frac{x^2}{2\sqrt{1 - 3x^4}}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.6. y = \frac{2}{3} \sqrt{(\operatorname{arctg} e^x)^3}.$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.6. y = \ln \frac{a^2 + x^2}{a^2 - x^2}.$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.6. y = \frac{\sin 3 \cdot \cos^2 2x}{4 \sin 4x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.6. y = \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{arctg} \frac{3x-1}{\sqrt{6x}}.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.6. y = -\frac{1}{2} \ln \left( \operatorname{th} \frac{x}{2} \right) - \frac{\operatorname{ch} x}{2 \operatorname{sh}^2 x}.$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.6. y = x^{\operatorname{arcsin} x}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.6. y = \frac{x^2}{81} \operatorname{arcsin} \frac{3}{x} + \frac{1}{81} (x^2 + 18) \sqrt{x^2 - 9}, \quad x > 0.$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.6. y = \sqrt{1 + x^2} \operatorname{arctg} x - \ln \left( x + \sqrt{1 + x^2} \right).$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.6. y = (a^2 + b^2)^{-1/2} \cdot \arcsin\left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2} \sin x}{b}\right).$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.6. \begin{cases} x = \sqrt{2t - t^2}, \\ y = \arcsin(t - 1). \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.6. \begin{cases} x = \arcsin \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}, \\ y = \arccos \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}, \quad t_0 = -1. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.6. y = a^{3x}.$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.6. y = (4x^3 + 5)e^{2x+1}, \quad y^V = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.6. \begin{cases} x = 1/t, \\ y = 1/(1+t^2). \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.6. y = \frac{c}{\cos x},$$

$$y' - \operatorname{tg} x \cdot y = 0. \quad (1)$$

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.7. f(x) = \begin{cases} \sin\left(e^{x^2 \sin \frac{5}{x}} - 1\right) + x, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение нормали к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.7. y = \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}, \quad x_0 = 4.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.7. y = \operatorname{arctg}(\operatorname{sh} x) + (\operatorname{sh} x) \operatorname{lnch} x.$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.7. y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 26,46.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.7. y = \frac{(x^2 - 6)\sqrt{(4 + x^2)^3}}{120x^5}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.7. y = \frac{1}{2} \ln(e^{2x} + 1) - 2 \operatorname{arctg} e^x.$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.7. y = \ln^2(x + \cos x).$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.7. y = \frac{\cos \ln 7 \cdot \sin^2 7x}{7 \cos 14x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.7. y = \frac{1}{4} \ln \frac{x-1}{x+1} - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.7. y = \frac{1}{2a\sqrt{1+a^2}} \ln \frac{a + \sqrt{1+a^2} \operatorname{th} x}{a - \sqrt{1+a^2} \operatorname{th} x}.$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.7. y = (\operatorname{ctg} 3x)^{2e^x}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.7. y = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{3x-1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3x-1}{3x^2-2x+1}.$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.7. y = 2 \arcsin \frac{2}{3x+4} + \sqrt{9x^2 + 24x + 12}, \quad 3x+4 > 0.$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.7. y = \frac{7^x (3 \sin 3x + \cos 3x \cdot \ln 7)}{9 + \ln^2 7}.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.7. \begin{cases} x = \operatorname{ctg}(2e^t), \\ y = \ln(\operatorname{tge}^t). \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.7. \begin{cases} x = t(t \cos t - 2 \sin t), \\ y = t(t \sin t + 2 \cos t), \quad t_0 = \pi/4. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.7. y = \frac{x}{2(3x+2)}.$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.7. y = x^2 \sin(5x-3), \quad y''' = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.7. \begin{cases} x = \sqrt{t}, \\ y = 1/\sqrt{1-t}. \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.7. y = -\frac{1}{3x+c},$$
$$y' = 3y^2. \quad (1)$$

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.8. f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{4}{3x} + \frac{x^2}{2}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение нормали к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.8. y = 8\sqrt[4]{x} - 70, \quad x_0 = 16.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.8. y = \arccos\left(\frac{(x^2 - 1)}{(x^2 \sqrt{2})}\right).$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.8. y = \sqrt{x^2 + x + 3}, \quad x = 1,97.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.8. y = \frac{(x^2 - 8)\sqrt{x^2 - 8}}{6x^3}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.8. y = \ln(e^x + 1) + \frac{18e^{2x} + 27e^x + 11}{6(e^x + 1)^3}.$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.8. y = \ln^3(1 + \cos x).$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.8. y = \cos(\operatorname{ctg} 2) - \frac{1 \cos^2 8x}{16 \sin 16x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.8. y = \frac{1}{2}(x - 4)\sqrt{8x - x^2 - 7} - 9 \arccos \sqrt{\frac{x - 1}{6}}.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.8. y = \frac{1}{18\sqrt{2}} \ln \frac{1 + \sqrt{2} \operatorname{cth} x}{1 - \sqrt{2} \operatorname{cth} x}.$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.8. y = x^{e^{\operatorname{tg} x}}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.8. y = 3x - \ln(1 + \sqrt{1 - e^{6x}}) - e^{-3x} \arcsin(e^{3x}).$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.8. y = x(2x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1} - \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}).$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.8. y = \ln \frac{\sin x}{\cos x + \sqrt{\cos 2x}}.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.8. \begin{cases} x = \ln(\operatorname{ctg} t), \\ y = \frac{1}{\cos^2 t}. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.8. \begin{cases} x = \frac{3at}{1+t^2}, \\ y = \frac{3at^2}{1+t^2}, \quad t_0 = 2. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.8. y = \lg(x+4).$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.8. y = \frac{\ln x}{x^2}, \quad y^{IV} = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.8. \begin{cases} x = \sin t, \\ y = \sec t. \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.8. \begin{aligned} y &= \ln(c + e^x), \\ y' &= e^{x-y}. \quad (1) \end{aligned}$$



## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.9. f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg}\left(x^3 - x^2 \sin \frac{1}{3x}\right), & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение нормали к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.9. y = 2x^2 - 3x + 1, \quad x_0 = 1.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.9. y = \ln\left(\cos^2 x + \sqrt{1 + \cos^4 x}\right).$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.9. y = x^{11}, \quad x = 1,021.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.9. y = \frac{4 + 3x^3}{x^3 \sqrt{(2 + x^3)^2}}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.9. y = \frac{2\left(\sqrt{2^x - 1} - \operatorname{arctg} \sqrt{2^x - 1}\right)}{\ln 2}.$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.9. y = \ln \frac{x^2}{1 - x^2}.$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.9. y = \operatorname{ctg}(\cos 2) + \frac{1 \sin^2 6x}{6 \cos 12x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.9. y = \frac{(1+x) \operatorname{arctg} \sqrt{x}}{x^2} + \frac{1}{3x\sqrt{x}}.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.9. y = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\operatorname{sh} 2x}}{\operatorname{ch} x - \operatorname{sh} x}.$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.9. y = (\operatorname{tg} x)^{4e^x}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.9. y = \ln\left(4x - 1 + \sqrt{16x^2 - 8x + 2}\right) - \sqrt{16x^2 - 8x + 2} \operatorname{arctg}(4x - 1).$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.9. y = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right) - \frac{\sqrt{1 + x^2}}{x}.$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.9. y = \frac{1}{a(1 + a^2)} \left[ \operatorname{arctg}(a \cos x) + a \operatorname{Intg} \frac{x}{2} \right].$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.9. \begin{cases} x = \operatorname{arctge}^{t/2}, \\ y = \sqrt{e^t + 1}. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.9. \begin{cases} x = 2 \ln(\operatorname{ctg} t) + \operatorname{ctg} t, \\ y = \operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t, \quad t_0 = \pi/4. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.9. y = \sqrt{x}.$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.9. y = (2x + 3) \ln^2 x, \quad y''' = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.9. \begin{cases} x = \operatorname{tg} t, \\ y = 1/\sin 2t. \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.9. \begin{aligned} y &= \sqrt{x^2 - cx}, \\ (x^2 + y^2) dx - 2xy dy &= 0. \quad (1) \end{aligned}$$

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.10. f(x) = \begin{cases} \sin x \cdot \cos \frac{5}{x}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение нормали к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.10. y = (x^2 - 3x + 6)/x^2, \quad x_0 = 3.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.10. y = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{1+x^2} \operatorname{arctg} x.$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.10. y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 1,21.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.10. y = \sqrt[3]{\frac{(1+x^{3/4})^2}{x^{3/2}}}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.10. y = 2(x-2)\sqrt{1+e^x} - 2\ln \frac{\sqrt{1+e^x} - 1}{\sqrt{1+e^x} + 1}.$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.10. y = \operatorname{Intg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right).$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.10. y = \sqrt[3]{\operatorname{ctg} 2} - \frac{1}{20} \frac{\cos^2 10x}{\sin 20x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.10. y = \frac{x^3}{3} \arccos x - \frac{2+x^2}{9} \sqrt{1-x^2}.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.10. y = \frac{1}{6} \ln \frac{1 - \operatorname{sh} 2x}{2 + \operatorname{sh} 2x}.$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.10. y = (\cos 5x)^{e^x}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.10. y = \ln \frac{1 + 2\sqrt{-x-x^2}}{2x+1} + \frac{4}{2x+1} \sqrt{-x-x^2}.$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.10. y = \sqrt{1-3x-2x^2} + \frac{3}{2\sqrt{2}} \arcsin \frac{4x+3}{\sqrt{17}}.$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.10. y = -\frac{1}{3\sin^3 x} - \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{2} \ln \frac{1+\sin x}{1-\sin x}.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.10. \begin{cases} x = \ln \sqrt{\frac{1-t}{1+t}}, \\ y = \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.10. \begin{cases} x = \frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{4}t^4, \\ y = \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{3}t^3, \quad t_0 = 0. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.10. y = \frac{2x+5}{13(3x+1)}.$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.10. y = (1+x^2) \operatorname{arctg} x, \quad y''' = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.10. \begin{cases} x = \sqrt{t-1}, \\ y = t/\sqrt{1-t}. \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.10. \begin{cases} y = x(c - \ln x), \\ (x-y)dx + xdy = 0. \quad (1) \end{cases}$$

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.11. f(x) = \begin{cases} x + \arcsin\left(x^2 \sin \frac{6}{x}\right), & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение нормали к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.11. y = \sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x}, \quad x_0 = 64.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.11. y = \frac{\ln|x|}{1+x^2} - \frac{1}{2} \ln \frac{x^2}{1+x^2}$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.11. y = x^{21}, \quad x = 0,998.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.11. y = \frac{x^6 + x^3 - 2}{\sqrt{1-x^3}}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.11. y = \frac{e^{\alpha x} (\alpha \sin \beta x - \beta \cos \beta x)}{\alpha^2 + \beta^2}.$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.11. y = \ln \sqrt[4]{\frac{1+2x}{1-2x}}.$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.11. y = \frac{1}{3} \cos\left(\operatorname{tg} \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{10} \frac{\sin^2 10x}{\cos 20x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.11. y = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1+x}{2x} \operatorname{arctg} \sqrt{x}.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.11. y = \sqrt[4]{\frac{1+\operatorname{th} x}{1-\operatorname{th} x}}.$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.11. y = (x \sin x)^{8 \ln(x \sin x)}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

12.11.

$$y = (2x+3)^4 \cdot \arcsin \frac{1}{2x+3} + \frac{2}{3} (4x^2 + 12x + 11) \sqrt{x^2 + 3x + 2}, \quad 2x+3 > 0.$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.11. y = \sqrt{(4+x)(1+x)} + 3\ln(\sqrt{4+x} + \sqrt{1+x}).$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.11. y = (1+x^2)e^{\operatorname{arctg} x}.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.11. \begin{cases} x = \ln \frac{1}{\sqrt{1-t^4}}, \\ y = \arcsin \frac{1-t^2}{1+t^2}. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.11. \begin{cases} x = at \cos t, \\ y = at \sin t, \quad t_0 = \pi/2. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.11. y = 2^{3x+5}.$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.11. y = \frac{\ln x}{x^3}, \quad y^{IV} = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.11. \begin{cases} x = \sqrt{t}, \\ y = \sqrt[3]{t-1}. \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.11. \begin{aligned} y &= e^{\operatorname{tg}(x/2)}, \\ y' \sin x &= y \ln y. \quad (1) \end{aligned}$$

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.12. f(x) = \begin{cases} \operatorname{tg}\left(2^{x^2 \cos(1/8x)} - 1 + x\right), & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение нормали к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.12. y = (x^3 + 2)/(x^3 - 2), \quad x_0 = 2.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.12. y = \ln\left(e^x + \sqrt{e^{2x} - 1}\right) + \operatorname{arcsine}^x.$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.12. y = \sqrt[3]{x^2}, \quad x = 1,03.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.12. y = \frac{(x^2 - 2)\sqrt{4 + x^2}}{24x^3}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.12. y = \frac{e^{\alpha x} (\beta \sin \beta x - \alpha \cos \beta x)}{\alpha^2 + \beta^2}.$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.12. y = x + \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{x - \sqrt{2}}{x + \sqrt{2}} + a^{\pi \sqrt{2}}.$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.12. y = \ln \sin \frac{1}{2} - \frac{1}{24} \frac{\cos^2 12x}{\sin 24x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.12. y = \frac{3+x}{2} \sqrt{x(2-x)} + 3 \operatorname{arccos} \sqrt{\frac{x}{2}}.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.12. y = \frac{\operatorname{sh} x}{1 + \operatorname{ch} x}.$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.12. y = (x-5)^{\operatorname{ch} x}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.12. y = \frac{x+2}{x^2 + 4x + 6} + \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x+2}{\sqrt{2}}.$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.12. y = \ln \frac{\sqrt{x^2 - x + 1}}{x} + \sqrt{3} \operatorname{arctg} \frac{2x-1}{\sqrt{3}}.$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.12. y = \frac{\operatorname{ctg} x + x}{1 - x \operatorname{ctg} x}.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.12. \begin{cases} x = \sqrt{1-t^2}, \\ y = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}}. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.12. \begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t, \quad t_0 = \pi/6. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.12. y = \sin(x+1) + \cos 2x.$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.12. y = (4x+3) \cdot 2^{-x}, \quad y^V = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.12. \begin{cases} x = \cos t / (1 + 2 \cos t), \\ y = \sin t / (1 + 2 \cos t). \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.12. \begin{aligned} y &= \frac{1+x}{1-x}, \\ y' &= \frac{1+y^2}{1+x^2}. \quad (1) \end{aligned}$$



$$y = x\sqrt{4-x^2} + a \arcsin(x/2).$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

4.13.  $y = x^6, \quad x = 2,01.$

**Задача 5.** Найти производную.

5.13.  $y = \frac{1+x^2}{2\sqrt{1+2x^2}}.$

**Задача 6.** Найти производную.

6.13.  $y = e^{ax} \left[ \frac{1}{2a} + \frac{a \cos 2bx + 2b \sin 2bx}{2(a^2 + 4b^2)} \right].$

**Задача 7.** Найти производную.

7.13.  $y = \ln \sin \frac{2x+4}{x+1}.$

**Задача 8.** Найти производную.

8.13.  $y = 8 \sin(\operatorname{ctg} 3) + \frac{1 \sin^2 5x}{5 \cos 10x}.$

**Задача 9.** Найти производную.

9.13.  $y = \frac{4+x^4}{x^3} \operatorname{arctg} \frac{x^2}{2} + \frac{4}{x}.$

**Задача 10.** Найти производную.

10.13.  $y = \frac{\operatorname{ch} x}{\sqrt{\operatorname{sh} 2x}}.$

**Задача 11.** Найти производную.

11.13.  $y = (x^3 + 4)^{\operatorname{tg} x}.$

**Задача 12.** Найти производную.

12.13.  $y = 5x - \ln(1 + \sqrt{1 - e^{10x}}) - e^{-5x} \arcsin(e^{5x}).$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.13. y = \frac{1}{12} \ln \frac{x^4 - x^2 + 1}{(x^2 + 1)^2} - \frac{1}{2\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{2x^2 - 1}.$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.13. y = \frac{1}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} \operatorname{arctg} \frac{2x \sin \frac{\alpha}{2}}{1 - x^2}.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.13. \begin{cases} x = \arcsin(\sqrt{1-t^2}), \\ y = (\arccos t)^2. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.13. \begin{cases} x = \arcsin \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}, \\ y = \arccos \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}, \quad t_0 = 1. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.13. y = \sqrt[3]{e^{2x+1}}.$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.13. y = e^{1-2x} \cdot \sin(2+3x), \quad y^{IV} = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.13. \begin{cases} x = \sqrt{t^3 - 1}, \\ y = \ln t. \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.13. \quad y = \frac{b+x}{1+bx},$$
$$y - xy' = b(1 + x^2 y'). \quad (1)$$

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.14. f(x) = \begin{cases} 2x^2 + x^2 \cos \frac{1}{9x}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.14. y = \frac{x^{29} + 6}{x^4 + 1}, \quad x_0 = 1.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.14. y = \operatorname{Intg}(x/2) - x/\sin x.$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.14. y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 8, 24.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.14. y = \frac{\sqrt{x-1}(3x+2)}{4x^2}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.14. y = x + \frac{1}{1+e^x} - \ln(1+e^x).$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.14. y = \log_{16} \log_5 \operatorname{tg} x.$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.14. y = \frac{\cos(\operatorname{ctg} 3) \cdot \cos^2 14x}{28 \sin 28x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.14. y = \arcsin \sqrt{\frac{x}{x+1}} + \operatorname{arctg} \sqrt{x}.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.14. y = \frac{\operatorname{sh} 3x}{\sqrt{\operatorname{ch} 6x}}.$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.14. y = x^{\sin x^3}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.14. y = \sqrt{x^2 - 8x + 17} \operatorname{arctg}(x-4) - \ln(x-4 + \sqrt{x^2 - 8x + 17}).$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.14. y = 4 \arcsin \frac{4}{2x+3} + \sqrt{4x^2 + 12x - 7}, \quad 2x+3 > 0.$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.14. y = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\sqrt{x^4 + 1} - x^2}}{x}, \quad x > 0.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.14. \begin{cases} x = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}}, \\ y = \ln \frac{1 + \sqrt{1-t^2}}{t}. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.14. \begin{cases} x = \frac{1 + \ln t}{t^2}, \\ y = \frac{3 + 2 \ln t}{t}, \quad t_0 = 1. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.14. y = \frac{4 + 15x}{5x + 1}.$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.14. y = \frac{\ln(3+x)}{3+x}, \quad y''' = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.14. \begin{cases} x = \operatorname{sh} t, \\ y = \operatorname{th}^2 t. \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.14. \begin{aligned} & y = \sqrt[3]{2 + 3x - 3x^2}, \\ & yy' = \frac{1 - 2x}{y}. \quad (1) \end{aligned}$$

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.15. f(x) = \begin{cases} x^2 \cos^2 \frac{11}{x}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.15. y = 2x + \frac{1}{x}, \quad x_0 = 1.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.15. y = 2x + \ln |\sin x + 2 \cos x|.$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.15. y = x^7, \quad x = 1,996.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.15. y = \frac{\sqrt{(1+x^2)^3}}{3x^3}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.15. y = x - 3 \ln \left[ (1 + e^{x/6}) \sqrt{1 + e^{x/3}} \right] - 3 \operatorname{arctg} e^{x/6}.$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.15. y = \log_4 \log_2 \operatorname{tg} x.$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.15. y = \frac{\cos \left( \operatorname{tg} \frac{1}{3} \right) \cdot \sin^2 15x}{15 \cos 30x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.15. y = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{x^2} - 1} - \frac{\arccos x}{2x^2}.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.15. y = \frac{1 + 8 \operatorname{ch}^2 x \cdot \ln(\operatorname{ch} x)}{2 \operatorname{ch}^2 x}.$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.15. y = (x^2 - 1)^{\operatorname{sh} x}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.15. y = \ln \frac{1 + \sqrt{-3 + 4x - x^2}}{2 - x} + \frac{2}{2 - x} \sqrt{-3 + 4x - x^2}.$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.15. y = 2 \arcsin \frac{2}{3x+1} + \sqrt{9x^2 + 6x - 3}, \quad 3x+1 > 0.$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.15. y = \frac{6^x (\sin 4x \cdot \ln 6 - 4 \cos 4x)}{16 + \ln^2 6}.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.15. \begin{cases} x = (1 + \cos^2 t)^2, \\ y = \frac{\cos t}{\sin^2 t}. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.15. \begin{cases} x = \frac{1+t}{t^2}, \\ y = \frac{3}{2t^2} + \frac{2}{t}, \quad t_0 = 2. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.15. y = \lg(3x+1).$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.15. y = (2x^3 + 1) \cos x, \quad y^V = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.15. \begin{cases} x = \sqrt{t-1}, \\ y = 1/\sqrt{t}. \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.15. y = \sqrt{\ln \left( \frac{1+e^x}{2} \right)^2} + 1, \\ (1+e^x)yy' = e^x. \quad (1)$$

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.16. f(x) = \begin{cases} 2x^2 + x^2 \cos \frac{1}{x}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.16. y = -2(x^8 + 2)/(3(x^4 + 1)), \quad x_0 = 1.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.16. y = \sqrt{\operatorname{ctg} x} - \sqrt{\operatorname{tg}^3 x}/3.$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.16. y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 7,64.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.16. y = \frac{x^6 + 8x^3 - 128}{\sqrt{8 - x^3}}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.16. y = x + \frac{8}{1 + e^{x/4}}.$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.16. y = x(\cos \ln x + \sin \ln x)/2.$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.16. y = \frac{\sin\left(\operatorname{tg} \frac{1}{7}\right) \cdot \cos^2 16x}{32 \sin 32x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.16. y = 6 \arcsin \frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{6+x}{2} \sqrt{x(4-x)}.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.16. y = -\frac{12 \operatorname{sh}^2 x + 1}{3 \operatorname{sh}^2 x}.$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.16. y = (x^4 + 5)^{\operatorname{ctg} x}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.16. y = (3x^2 - 4x + 2)\sqrt{9x^2 - 12x + 3} + (3x - 2)^4 \arcsin \frac{1}{3x - 2}, \quad 3x - 2 > 0.$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.16. y = (2 + 3x)\sqrt{x - 1} - \frac{3}{2} \operatorname{arctg} \sqrt{x - 1}.$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.16. y = \arctg \frac{\sqrt{2 \operatorname{tg} x}}{1 - \operatorname{tg} x}.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.16. \begin{cases} x = \ln \frac{1-t}{1+t}, \\ y = \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.16. \begin{cases} x = a \sin^3 t, \\ y = a \cos^3 t, \quad t_0 = \pi/6. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.16. y = 7^{5x}.$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.16. y = (x^2 + 3) \ln(x - 3), \quad y^{IV} = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.16. \begin{cases} x = \cos^2 t, \\ y = \operatorname{tg}^2 t. \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.16. \begin{aligned} & y = \operatorname{tg} \ln 3x, \\ & (1 + y^2) dx = x dy. \quad (1) \end{aligned}$$



## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.17. f(x) = \begin{cases} \frac{\ln \cos x}{x}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.17. y = \frac{x^5 + 1}{x^4 + 1}, \quad x_0 = 1.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.17. y = \ln \left| \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{2x} \right|.$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.17. y = \sqrt{4x - 1}, \quad x = 2,56.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.17. y = \frac{\sqrt{2x + 3}(x - 2)}{x^2}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.17. y = \ln(e^x + \sqrt{e^{2x} - 1}) + \arcsin e^{-x}.$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.17. y = \ln \cos \frac{2x + 3}{x + 1}.$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.17. y = \frac{\operatorname{ctg}\left(\sin \frac{1}{3}\right) \cdot \sin^2 17x}{17 \cos 34x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.17. y = \frac{x - 3}{2} \sqrt{6x - x^2 - 8} + \arcsin \sqrt{\frac{x}{2} - 1}.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.17. y = -\frac{\operatorname{sh} x}{2 \operatorname{ch}^2 x} + \frac{3}{2} \arcsin(\operatorname{th} x).$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.17. y = (\sin x)^{5x/2}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.17. y = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x - 1}{\sqrt{2}} + \frac{x - 1}{x^2 - 2x + 3}.$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.17. y = \frac{1}{3}(x-2)\sqrt{x+1} + \ln(\sqrt{x+1}+1).$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.17. y = \operatorname{arctg} \frac{2 \sin x}{\sqrt{9 \cos^2 x - 4}}.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.17. \begin{cases} x = \arccos \frac{1}{t}, \\ y = \sqrt{t^2 - 1} + \arcsin \frac{1}{t}. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.17. \begin{cases} x = a(t \sin t + \cos t), \\ y = a(\sin t - t \cos t), \quad t_0 = \pi/4. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.17. y = \frac{x}{9(4x+9)}.$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.17. y = (1-x-x^2)e^{(x-1)/2}, \quad y^{IV} = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.17. \begin{cases} x = \sqrt{t-3}, \\ y = \ln(t-2). \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.17. y = -\sqrt{\frac{2}{x^2}} - 1,$$

$$1 + y^2 + xyu' = 0. \quad (1)$$

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.18. f(x) = \begin{cases} 6x + x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.18. y = \frac{x^{16} + 9}{1 - 5x^2}, \quad x_0 = 1.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.18. y = \sqrt[3]{\frac{x+2}{x-2}}.$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.18. y = 1/\sqrt{2x^2 + x + 1}, \quad x = 1,016.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.18. y = (1 - x^2)^5 \sqrt{x^3 + \frac{1}{x}}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.18. y = x - e^{-x} \arcsin e^x - \ln(1 + \sqrt{1 - e^{2x}}).$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.18. y = \lg \ln(\operatorname{ctg} x).$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.18. y = \frac{\sqrt[5]{\operatorname{ctg} 2} \cdot \cos^2 18x}{36 \sin 36x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.18. y = \frac{(1+x) \operatorname{arctg} \sqrt{x} - \sqrt{x}}{x}.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.18. y = \frac{1}{\sqrt{8}} \arcsin \frac{3 + \operatorname{ch} x}{1 + 3 \operatorname{ch} x}.$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.18. y = (x^2 + 1)^{\cos x}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.18. y = \ln(e^{5x} + \sqrt{e^{10x} - 1}) + \arcsin(e^{-5x}).$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.18. y = \sqrt{x^2 + 1} - \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{\sqrt{x^2 + 1} + 1}.$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.18. y = \frac{5^x (2 \sin 2x + \cos 2x \cdot \ln 5)}{4 + \ln^2 5}.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.18. \begin{cases} x = \frac{1}{\ln t}, \\ y = \ln \frac{1 + \sqrt{1 - t^2}}{t}. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.18. \begin{cases} x = \frac{t+1}{t}, \\ y = \frac{t-1}{t}, \quad t_0 = -1. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.18. y = \lg(1 + x).$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.18. y = \frac{1}{x} \sin 2x, \quad y''' = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.18. \begin{cases} x = \sin t, \\ y = \ln \cos t. \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.18. \begin{aligned} y &= \sqrt[3]{x - \ln x - 1}, \\ \ln x + y^3 - 3xy^2 y' &= 0. \quad (1) \end{aligned}$$

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.19. f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.19. y = 3(\sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x}), \quad x_0 = 1.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.19. y = \operatorname{arctg} \frac{x^2 - 1}{x}.$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.19. y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 8,36.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.19. y = \frac{(2x^2 + 3)\sqrt{x^2 - 3}}{9x^3}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.19. y = x - \ln(1 + e^x) - 2e^{-x/2} \operatorname{arctg} e^{x/2} - (\operatorname{arctg} e^{x/2})^2.$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.19. y = \log_a \frac{1}{\sqrt{1 - x^4}}.$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.19. y = \frac{\operatorname{tg}(\ln 2) \cdot \sin^2 19x}{19 \cos 38x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.19. y = \frac{2\sqrt{1-x} \arcsin \sqrt{x}}{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.19. y = \frac{1}{\sqrt{8}} \ln \frac{4 + \sqrt{8} \operatorname{th} \frac{x}{2}}{4 - \sqrt{8} \operatorname{th} \frac{x}{2}}.$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.19. y = 19^{x^{19}} x^{19}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.19. y = \ln(2x - 3 + \sqrt{4x^2 - 12x + 10}) - \sqrt{4x^2 - 12x + 10} \operatorname{arctg}(2x - 3).$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.19. y = \ln \sqrt[3]{\frac{x-1}{x+1}} - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{x^2-1} \right) \operatorname{arctg} x.$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.19. y = \ln \frac{\sqrt{2} + \operatorname{th} x}{\sqrt{2} - \operatorname{th} x}.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.19. \begin{cases} x = \arcsin \sqrt{t}, \\ y = \sqrt{1 + \sqrt{t}}. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.19. \begin{cases} x = 1 - t^2, \\ y = t - t^3, \quad t_0 = 2. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.19. y = \frac{4}{x}.$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.19. y = (x+7) \ln(x+4), \quad y^V = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.19. \begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = 2 + \cos t. \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.19. \quad y = a + \frac{7x}{ax+1},$$
$$y - xy' = a(1 + x^2 y'). \quad (1)$$

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.20. f(x) = \begin{cases} e^{x \sin \frac{5}{x}} - 1, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.20. y = 1/(3x + 2), \quad x_0 = 2.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.20. y = \ln|x^2 - 1| - \frac{1}{x^2 - 1}.$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.20. y = 1/\sqrt{x}, \quad x = 4,16.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.20. y = \frac{x - 1}{(x^2 + 5)\sqrt{x^2 + 5}}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.20. y = \frac{e^{x^3}}{1 + x^3}.$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.20. y = \frac{1}{\sqrt{2}} \ln\left(\sqrt{2} \operatorname{tg} x + \sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 x}\right).$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.20. y = \operatorname{ctg}(\cos 5) - \frac{1 \cos^2 20x}{40 \sin 40x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.20. y = \frac{2x - 5}{4} \sqrt{5x - 4 - x^2} + \frac{9}{4} \arcsin \sqrt{\frac{x - 1}{3}}.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.20. y = \frac{1}{4} \ln \left| \operatorname{th} \frac{x}{2} \right| - \frac{1}{4} \ln \frac{3 + \operatorname{ch} x}{\operatorname{sh} x}.$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.20. y = x^{3^x} \cdot 2^x.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.20. y = \ln \frac{1 + \sqrt{-3 - 4x - x^2}}{-x - 2} - \frac{2}{x + 2} \sqrt{-3 - 4x - x^2}.$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.20. y = x \ln(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}) + \frac{1}{2}(\arcsin x - x).$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.20. y = \frac{3^x(4 \sin 4x + \ln 3 \cdot \cos 4x)}{16 + \ln^2 3}.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.20. \begin{cases} x = (\arcsin t)^2, \\ y = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}}. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.20. \begin{cases} x = \ln(1+t^2), \\ y = t - \operatorname{arctg} t, \quad t_0 = 1. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.20. y = \frac{5x+1}{13(2x+3)}.$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.20. y = (3x-7) \cdot 3^{-x}, \quad y^{IV} = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.20. \begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 2 - \cos t. \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.20. y = a \operatorname{tg} \sqrt{\frac{a}{x}} - 1,$$

$$a^2 + y^2 + 2x\sqrt{ax - x^2} y' = 0. \quad (1)$$



## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.21. f(x) = \begin{cases} 3^{x^2 \sin \frac{2}{x}} - 1 + 2x, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.21. y = x/(x^2 + 1), \quad x_0 = -2.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.21. y = \operatorname{arctg} \left( \operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1 \right).$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.21. y = x^7, \quad x = 2,002.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.21. y = \frac{(2x+1)\sqrt{x^2-x}}{x^2}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.21. y = \frac{1}{m\sqrt{ab}} \operatorname{arctg} \left( e^{mx} \cdot \sqrt{\frac{a}{b}} \right).$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.21. y = \ln \operatorname{arcsin} \sqrt{1 - e^{2x}}.$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.21. y = \sqrt{\operatorname{tg} 4} + \frac{\sin^2 21x}{21 \cos 42x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.21. y = \operatorname{arctg} x + \frac{5}{6} \ln \frac{x^2 + 1}{x^2 + 4}.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.21. y = -\frac{1}{4} \operatorname{arcsin} \frac{5 + 3 \operatorname{ch} x}{3 + 5 \operatorname{ch} x}.$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.21. y = \left( \sin \sqrt{x} \right)^{e^{1/x}}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.21. y = \frac{2}{3} (4x^2 - 4x + 3) \sqrt{x^2 - x} + (2x - 1)^4 \operatorname{arcsin} \frac{1}{2x - 1}, \quad 2x - 1 > 0.$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.21. y = \arctg \sqrt{x^2 - 1} - \frac{\ln x}{\sqrt{x^2 - 1}}.$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.21. y = \frac{4^x (\ln 4 \cdot \sin 4x - 4 \cos 4x)}{16 + \ln^2 4}.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.21. \begin{cases} x = t\sqrt{t^2 + 1}, \\ y = \ln \frac{1 + \sqrt{1 + t^2}}{t}. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.21. \begin{cases} x = t(1 - \sin t), \\ y = t \cos t, \quad t_0 = 0. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.21. y = a^{2x+3}.$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.21. y = \frac{\ln(2x+5)}{2x+5}, \quad y''' = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.21. \begin{cases} x = \cos t, \\ y = \ln \sin t. \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.21. y = \sqrt[4]{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}},$$
$$8xy' - y = \frac{-1}{y^3 \sqrt{x+1}}. \quad (1)$$

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.22. f(x) = \begin{cases} \sqrt{1 + \ln\left(1 + 3x^2 \cos \frac{2}{x}\right)} - 1, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.22. y = (x^2 - 3x + 3)/3, \quad x_0 = 3.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.22. y = \ln \left| 2x + 2\sqrt{x^2 + x + 1} \right|.$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.22. y = \sqrt{4x - 3}, \quad x = 1,78.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.22. y = 2\sqrt{\frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.22. y = 3e^{\sqrt[3]{x}} \left( \sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 2 \right).$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.22. y = \ln \arccos \sqrt{1 - e^{4x}}.$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.22. y = \cos(\ln 13) - \frac{1 \cos^2 22x}{44 \sin 44x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.22. y = \arcsin \frac{x - 2}{(x - 1)\sqrt{2}}.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.22. y = \frac{1 - 8\operatorname{ch}^2 x}{4\operatorname{ch}^4 x}.$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.22. y = x^{e^{\operatorname{ctg} x}}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.22. y = \frac{2x - 1}{4x^2 - 4x + 3} + \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{2x - 1}{\sqrt{2}}.$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.22. y = 3 \arcsin \frac{3}{x + 2} + \sqrt{x^2 + 4x - 5}.$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.22. y = \frac{\cos x}{\sin^2 x} - 2 \cos x - 3 \operatorname{Intg} \frac{x}{2}.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.22. \begin{cases} x = \operatorname{arctg} t, \\ y = \ln \frac{\sqrt{1+t^2}}{t+1}. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.22. \begin{cases} x = \frac{1+t^3}{t^2-1}, \\ y = \frac{t}{t^2-1}, \quad t_0 = 2. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.22. y = \sin(3x+1) + \cos 5x.$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.22. y = e^{x/2} \cdot \sin 2x, \quad y^{IV} = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.22. \begin{cases} x = \cos t + t \sin t, \\ y = \sin t - t \cos t. \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.22. \begin{aligned} y &= (x+1)e^{x^2}, \\ y' - 2xy &= 2xe^{x^2}. \quad (1) \end{aligned}$$

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.23. f(x) = \begin{cases} e^{x \sin \frac{3}{5x}} - 1, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.23. y = 2x/(x^2 + 1), \quad x_0 = 1.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.23. y = \ln |\cos \sqrt{x}| + \sqrt{x} \operatorname{tg} \sqrt{x}.$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.23. y = \sqrt{x^3}, \quad x = 0,98.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.23. y = \frac{1}{(x+2)\sqrt{x^2+4x+5}}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.23. y = \ln \frac{\sqrt{1+e^x+e^{2x}}-e^x-1}{\sqrt{1+e^x+e^{2x}}-e^x+1}.$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.23. y = \ln \left( bx + \sqrt{a^2 + b^2 x^2} \right).$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.23. y = \ln \cos \frac{1}{3} + \frac{\sin^2 23x}{23 \cos 46x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.23. y = \sqrt{1-x^2} - x \arcsin \sqrt{1-x^2}.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.23. y = \frac{2}{\operatorname{sh} x} - \frac{1}{3 \operatorname{sh}^3 x} + \frac{\operatorname{sh} x}{2 \operatorname{ch}^2 x} + \frac{5}{2} \operatorname{arctg}(\operatorname{sh} x).$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.23. y = x^{e^{\cos x}}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.23. y = \arcsin(e^{-4x}) + \ln(e^{4x} + \sqrt{e^{8x}-1}).$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.23. y = \sqrt{(3-x)(2+x)} + 5 \arcsin \sqrt{\frac{x+2}{5}}.$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.23. y = \frac{5^x (\sin 3x \cdot \ln 5 - 3 \cos 3x)}{9 + \ln^2 5}.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.23. \begin{cases} x = \ln(1 - t^2), \\ y = \arcsin \sqrt{1 - t^2}. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.23. \begin{cases} x = 3 \cos t, \\ y = 4 \sin t, \quad t_0 = \pi/4. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.23. y = \sqrt{e^{3x+1}}.$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.23. y = \frac{\ln x}{x^5}, \quad y''' = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.23. \begin{cases} x = e^t, \\ y = \arcsin t. \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.23. y = \frac{2x}{x^3 + 1} + \frac{1}{x},$$

$$x(x^3 + 1)y' + (2x^3 - 1)y = \frac{x^3 - 2}{x}. \quad (1)$$

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.24. f(x) = \begin{cases} \frac{2^{\operatorname{tg} x} - 2^{\sin x}}{x^2}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.24. y = -2(\sqrt[3]{x} + 3\sqrt{x}), \quad x_0 = 1.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.24. y = e^x (\cos 2x + 2\sin 2x).$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.24. y = x^5, \quad x = 2,997.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.24. y = 3 \frac{\sqrt[3]{x^2 + x + 1}}{x + 1}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.24. y = e^{\sin x} \left( x - \frac{1}{\cos x} \right).$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.24. y = \ln \frac{\sqrt{x^2 + 1} + x\sqrt{2}}{\sqrt{x^2 + 1} - x\sqrt{2}}.$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.24. y = \operatorname{ctg} \left( \sin \frac{1}{13} \right) - \frac{1}{48} \frac{\cos^2 24x}{\sin 48x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.24. y = \sqrt{x} + \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \sqrt{x} + \frac{8}{3} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x}}{2}.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.24. y = \frac{8}{3} \operatorname{cth} 2x - \frac{1}{3 \operatorname{ch} x \cdot \operatorname{sh}^3 x}.$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.24. y = x^{2^x} \cdot 5^x.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.24. y = \ln \left( 5x + \sqrt{25x^2 + 1} \right) - \sqrt{25x^2 + 1} \operatorname{arctg} 5x.$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.24. y = x(\operatorname{arcsin} x)^2 + 2\sqrt{1-x^2} \operatorname{arcsin} x - 2x.$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.24. \quad y = x - \ln(1 + e^x) - 2e^{-\frac{x}{2}} \operatorname{arctg} e^{\frac{x}{2}}.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.24. \quad \begin{cases} x = \operatorname{arctg} \frac{t+1}{t-1}, \\ y = \arcsin \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.24. \quad \begin{cases} x = t - t^4, \\ y = t^2 - t^3, \quad t_0 = 1. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.24. \quad y = \frac{11 + 12x}{6x + 5}.$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.24. \quad y = x \ln(1 - 3x), \quad y^{IV} = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.24. \quad \begin{cases} x = \cos t, \\ y = \sin^4(t/2). \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.24. \quad \begin{aligned} y &= e^{x+x^2} + 2e^x, \\ y' - y &= 2xe^{x+x^2}. \quad (1) \end{aligned}$$



## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.25. f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg}\left(\frac{3x}{2} - x^2 \sin \frac{1}{x}\right), & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.25. y = \frac{1 + 3x^2}{3 + x^2}, \quad x_0 = 1.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.25. y = x(\sin \ln x - \cos \ln x).$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.25. y = \sqrt[5]{x^2}, \quad x = 1,03.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.25. y = 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{(x+1)}{(x-1)^2}}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.25. y = \frac{e^x}{2} \left[ (x^2 - 1) \cos x + (x - 1)^2 \sin x \right].$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.25. y = \ln \left( \arccos \frac{1}{\sqrt{x}} \right).$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.25. y = \sin \ln 2 + \frac{\sin^2 25x}{25 \cos 50x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.25. y = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-x}}{1-\sqrt{x}}.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.25. y = \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(\operatorname{sh} x) - \frac{\operatorname{sh} x}{2 \operatorname{ch}^2 x}.$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.25. y = x^{e^{\sin x}}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.25. y = \frac{2}{3x-2} \sqrt{-3+12x-9x^2} + \ln \frac{1+\sqrt{-3+12x-9x^2}}{3x-2}.$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.25. y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} + \arcsin x.$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.25. y = \frac{2^x (\sin x + \cos x \cdot \ln 2)}{1 + \ln^2 2}.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.25. \begin{cases} x = \ln \sqrt{\frac{1 - \sin t}{1 + \sin t}}, \\ y = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 t + \ln \cos t. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.25. \begin{cases} x = t^3 + 1, \\ y = t^2 + t + 1, \quad t_0 = 1. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.25. y = \lg(2x + 7).$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.25. y = (x^2 + 3x + 1)e^{3x+2}, \quad y^V = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.25. \begin{cases} x = \operatorname{ch} t, \\ y = \sqrt[3]{\operatorname{sh}^2 t}. \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.25. \begin{aligned} y &= -x \cos x + 3x, \\ xy' &= y + x^2 \sin x. \quad (1) \end{aligned}$$

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.26. f(x) = \begin{cases} e^{\sin\left(x^2 \sin \frac{2}{x}\right)} - 1 + x^2, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.26. y = 14\sqrt{x} - 15\sqrt[3]{x} + 2, \quad x_0 = 1.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.26. y = \left(\sqrt{x-1} - \frac{1}{2}\right)e^{2\sqrt{x-1}}.$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.26. y = x^4, \quad x = 3,998.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.26. y = \frac{x+7}{6\sqrt{x^2+2x+7}}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.26. y = \operatorname{arctg}(e^x - e^{-x}).$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.26. y = \ln\left(e^x + \sqrt{1+e^{2x}}\right).$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.26. y = \sqrt[3]{\cos \sqrt{2}} - \frac{1}{52} \frac{\cos^2 26x}{\sin 52x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.26. y = (2x^2 + 6x + 5) \operatorname{arctg} \frac{x+1}{x+2} - x.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.26. y = \frac{3}{2} \ln\left(\operatorname{th} \frac{x}{2}\right) + \operatorname{ch} x - \frac{\operatorname{ch} x}{2\operatorname{sh}^2 x}.$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.26. y = (\operatorname{tg} x)^{\ln(\operatorname{tg} x)/4}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.26. y = (3x+1)^4 \arcsin \frac{1}{3x+1} + (3x^2 + 2x + 1) \sqrt{9x^2 + 6x}, \quad 3x+1 > 0.$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.26. y = x^2 \arccos x - \frac{x^2 + 2}{3} \sqrt{1-x^2}.$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.26. y = \frac{\ln(\operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg} \alpha)}{\sin \alpha}.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.26. \begin{cases} x = \sqrt{t-t^2} - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-t}{t}}, \\ y = \sqrt{t} - \sqrt{1-t} \operatorname{arcsin} \sqrt{t}. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.26. \begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = \sin t, \quad t_0 = -\pi/3. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.26. y = 2^{kx}.$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.26. y = (5x - 8) \cdot 2^{-x}, \quad y^{IV} = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.26. \begin{cases} x = \operatorname{arctg} t, \\ y = t^2/2. \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$y = 1/\sqrt{\sin x + x},$$

$$20.26. \begin{aligned} 2 \sin x \cdot y' + y \cos x &= \\ &= y^3 (x \cos x - \sin x). \quad (1) \end{aligned}$$

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.27. f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{1 - 2x^3 \sin \frac{5}{x}} - 1 + x, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.27. y = 3\sqrt[4]{x} - \sqrt{x}, \quad x_0 = 1.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.27. y = \cos x \cdot \operatorname{Intg} x - \operatorname{Intg} \frac{x}{2}.$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.27. y = \sqrt{1 + x + \sin x}, \quad x = 0,01.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.27. y = \frac{x\sqrt{x+1}}{x^2 + x + 1}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.27. y = 3e^{\sqrt[3]{x}} \left( \sqrt[3]{x^5} - 5\sqrt[3]{x^4} + 20x - 60\sqrt[3]{x^2} + 120\sqrt[3]{x} - 120 \right).$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.27. y = \ln \frac{\sqrt{5} + \operatorname{tg}(x/2)}{\sqrt{5} - \operatorname{tg}(x/2)}.$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.27. y = \sqrt[7]{\operatorname{tg}(\cos 2)} + \frac{\sin^2 27x}{27 \cos 54x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.27. y = \frac{x}{2\sqrt{1-4x^2}} \arcsin 2x + \frac{1}{8} \ln(1-4x^2).$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.27. y = -\frac{\operatorname{sh} x}{2\operatorname{ch}^2 x} - \frac{1}{\operatorname{sh} x} - \frac{3}{2} \operatorname{arctg}(\operatorname{sh} x).$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.27. y = x^{e^{\operatorname{arctg} x}}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.27. y = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{2x+1}{\sqrt{2}} + \frac{2x+1}{4x^2 + 4x + 3}.$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.27. y = \frac{\sqrt{x^2 + 2}}{x^2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{\sqrt{2} + \sqrt{x^2 + 2}}{x}.$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.27. y = 2 \frac{\cos x}{\sin^4 x} + 3 \frac{\cos x}{\sin^2 x}.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.27. \begin{cases} x = \operatorname{Intg} t, \\ y = \frac{1}{\sin^2 t}. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.27. \begin{cases} x = 2 \operatorname{tg} t, \\ y = 2 \sin^2 t + \sin 2t, \quad t_0 = \pi/4. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.27. y = \frac{x}{x+1}.$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.27. y = \frac{\ln(x-2)}{x-2}, \quad y^v = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.27. \begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 4(2 + \cos t). \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.27. y = \frac{x}{x-1} + x^2,$$

$$x(x-1)y' + y = x^2(2x-1). \quad (1)$$

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.28. f(x) = \begin{cases} x^2 e^{|x|} \sin \frac{1}{x^2}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.28. y = (3x - 2x^3)/3, \quad x_0 = 1.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.28. y = \sqrt{3+x^2} - x \ln |x + \sqrt{3+x^2}|.$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.28. y = \sqrt[3]{3x + \cos x}, \quad x = 0,01.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.28. y = \frac{x^2 + 2}{2\sqrt{1-x^4}}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.28. y = -\frac{e^{3x}}{3\operatorname{sh}^3 x}.$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.28. y = \ln \frac{\ln x}{\sin(1/x)}.$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.28. y = \sin \sqrt[3]{\operatorname{tg} 2} - \frac{\cos^2 28x}{56 \sin 56x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.28. y = \left(2x^2 - x + \frac{1}{2}\right) \operatorname{arctg} \frac{x^2 - 1}{x\sqrt{3}} - \frac{x^3}{2\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{2} x.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.28. y = \frac{\operatorname{sh} x}{2\operatorname{ch}^2 x} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(\operatorname{sh} x).$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.28. y = (x^8 + 1)^{\operatorname{th} x}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.28. y = \ln(e^{3x} + \sqrt{e^{6x} - 1}) + \arcsin(e^{-3x}).$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.28. y = \frac{x}{4}(10 - x^2)\sqrt{4 - x^2} + 6 \arcsin \frac{x}{2}.$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.28. y = \frac{\cos x}{3(2 + \sin x)} + \frac{4}{3\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2 \operatorname{tg}(x/2) + 1}{\sqrt{3}}.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.28. \begin{cases} x = \frac{t^2 \ln t}{1-t^2} + \ln \sqrt{1-t^2}, \\ y = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}} \arcsin t + \ln \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.28. \begin{cases} x = t^3 + 1, \\ y = t^2, \quad t_0 = -2. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.28. y = \log_3(x + 5).$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.28. y = e^{-x} \cdot (\cos 2x - 3 \sin 2x), \quad y^{IV} = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.28. \begin{cases} x = \sin t - t \cos t, \\ y = \cos t + t \sin t. \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.28. y = \frac{x}{\cos x}, \\ y' - y \operatorname{tg} x = \sec x. \quad (1)$$



## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.29. f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1 + 2x^2 + x^3)}{x}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.29. y = x^2/10 + 3, \quad x_0 = 2.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.29. y = \sqrt{x} - (1+x) \operatorname{arctg} \sqrt{x}.$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.29. y = \sqrt[4]{2x - \sin(\pi x/2)}, \quad x = 1,02.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.29. y = \frac{(x+3)\sqrt{2x-1}}{2x+7}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.29. y = \arcsin e^{-x} - \sqrt{1 - e^{2x}}.$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.29. y = \ln \ln \sin(1 + 1/x).$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.29. y = \cos^2 \sin 3 + \frac{\sin^2 29x}{29 \cos 58x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.29. y = (x + 2\sqrt{x} + 2) \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} - \sqrt{x}.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.29. y = \frac{1}{2} \left[ \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch}^2 x} + \operatorname{arctg}(\operatorname{sh} x) \right].$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.29. y = x^{29^x} \cdot 29^x.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.29. y = \sqrt{49x^2 + 1} \operatorname{arctg} 7x - \ln(7x + \sqrt{49x^2 + 1}).$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.29. y = \arcsin \frac{1}{2x+3} + 2\sqrt{x^2 + 3x + 2}, \quad 2x+3 > 0.$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.29. y = \frac{3^x (\ln 3 \cdot \sin 2x - 2 \cos 2x)}{\ln^2 3 + 4}.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.29. \begin{cases} x = e^{\sec^2 t}, \\ y = \operatorname{tg} t \cdot \ln \cos t + \operatorname{tg} t - t. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.29. \begin{cases} x = \sin t, \\ y = a^t, \quad t_0 = 0. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.29. y = \frac{1+x}{1-x}.$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.29. y = (5x-1)\ln^2 x, \quad y''' = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.29. \begin{cases} x = 1/t^2, \\ y = 1/(t^2 + 1). \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$y = (x+1)^n (e^x - 1),$$

$$20.29. y' - \frac{ny}{x+1} = e^x (1+x)^n. \quad (1)$$

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.30. f(x) = \begin{cases} \frac{\cos x - \cos 3x}{x}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.30. y = (x^2 - 2x - 3)/4, \quad x_0 = 4.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.30. y = x \operatorname{arctg} x - \ln \sqrt{1 + x^2}.$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.30. y = \sqrt{x^2 + 5}, \quad x = 1,97.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.30. y = \frac{3x + \sqrt{x}}{\sqrt{x^2 + 2}}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.30. y = -\frac{1}{2} e^{-x^2} (x^4 + 2x^2 + 2).$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.30. y = \ln \ln^3 \ln^2 x.$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.30. y = \sin^3 \cos 2 - \frac{\cos^2 30x}{60 \sin 60x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.30. y = \sqrt{1 + 2x - x^2} \arcsin \frac{x\sqrt{2}}{1+x} - \sqrt{2} \ln(1+x).$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.30. y = -\frac{\operatorname{ch} x}{2 \operatorname{sh}^2 x} - \frac{1}{2} \ln \left( \operatorname{th} \frac{x}{2} \right).$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.30. y = (\cos 2x)^{\ln(\cos 2x)/4}.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.30. y = \frac{1}{x} \sqrt{1 - 4x^2} + \ln \frac{1 + \sqrt{1 + 4x^2}}{2x}.$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.30. y = x \arcsin \sqrt{\frac{x}{x+1}} - \sqrt{x} + \operatorname{arctg} \sqrt{x}.$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.30. y = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} - \frac{1}{\cos x} - \frac{1}{3 \cos^3 x}.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.30. \begin{cases} x = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}} \arcsin t + \ln \sqrt{1-t^2}, \\ y = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}}. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.30. \begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos 2t, \quad t_0 = \pi/6. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.30. y = \frac{7x+1}{17(4x+3)}.$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.30. y = \frac{\log_3 x}{x^2}, \quad y^{IV} = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.30. \begin{cases} x = \cos t + \sin t, \\ y = \sin 2t. \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$y = 2 \frac{\sin x}{x} + \cos x,$$

$$20.30. x \sin x \cdot y' + (\sin x - x \cos x) y = \\ = \sin x \cdot \cos x - x. \quad (1)$$

## ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

**Задача 1.** Исходя из определения производной, найти  $f'(0)$ .

$$1.31. f(x) = \begin{cases} 1 - \cos\left(x \sin \frac{1}{x}\right), & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой  $x_0$ .

$$2.31. y = 6\sqrt[3]{x} - 16\sqrt[4]{x}/3, \quad x_0 = 1.$$

**Задача 3.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$3.31. y = x\sqrt{x^2 - 1} + \ln|x + \sqrt{x^2 - 1}|.$$

**Задача 4.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$4.31. y = 1/\sqrt{2x+1}, \quad x = 1,58.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.31. y = \frac{3x^6 + 4x^4 - x^2 - 2}{15\sqrt{1+x^2}}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.31. y = \frac{e^{x^2}}{1+x^2}.$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.31. y = \ln \ln^2 \ln^3 x.$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.31. y = \operatorname{tg} \sqrt{\cos(1/3)} + \frac{\sin^2 31x}{31 \cos 62x}.$$

**Задача 9.** Найти производную.

$$9.31. y = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg}(x/2) + 1}{2}.$$

**Задача 10.** Найти производную.

$$10.31. y = \frac{2}{3} \operatorname{cth} x - \frac{\operatorname{ch} x}{3 \operatorname{sh}^3 x}.$$

**Задача 11.** Найти производную.

$$11.31. y = x^{e^x} x^9.$$

**Задача 12.** Найти производную.

$$12.31. y = \arcsin(e^{-2x}) + \ln(e^{2x} + \sqrt{e^{4x} - 1}).$$

**Задача 13.** Найти производную.

$$13.31. y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2} \ln \frac{1-x}{1+x}.$$

**Задача 14.** Найти производную.

$$14.31. \quad y = \sqrt{\frac{\operatorname{tg} x + \sqrt{2 \operatorname{tg} x + 1}}{\operatorname{tg} x - \sqrt{2 \operatorname{tg} x + 1}}}.$$

**Задача 15.** Найти производную  $y'_x$ .

$$15.31. \quad \begin{cases} x = \ln(t + \sqrt{1+t^2}), \\ y = \sqrt{1+t^2} - \ln \frac{1 + \sqrt{1+t^2}}{t}. \end{cases}$$

**Задача 16.** Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра  $t = t_0$ .

$$16.31. \quad \begin{cases} x = 2e^t, \\ y = e^{-t}, \quad t_0 = 0. \end{cases}$$

**Задача 17.** Найти производную  $n$ -го порядка.

$$17.31. \quad y = 3^{2x+5}.$$

**Задача 18.** Найти производную указанного порядка.

$$18.31. \quad y = (x^3 + 3)e^{4x+3}, \quad y^{IV} = ?$$

**Задача 19.** Найти производную второго порядка  $y''_{xx}$  от функции, заданной параметрически.

$$19.31. \quad \begin{cases} x = \ln t, \\ y = \operatorname{arctg} t. \end{cases}$$

**Задача 20.** Показать, что функция  $y$  удовлетворяет уравнению (1).

$$20.31. \quad \begin{aligned} y &= -\sqrt{x^4 - x^2}, \\ xy' - y^2 &= x^4. \quad (1) \end{aligned}$$