

# СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В НАУКАХ О ПРИРОДЕ И ОБЩЕСТВЕ

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ  
Основан в октябре 2011 года

№1(10)-2(11)'2016

Донецк



УДК 001.5:004.9

**Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе** (САИТ-2016). №1(10)–2(11)'2016. – Донецк: ДонНТУ, 2016. – 197 с.

Публикуется по решению Ученого совета Государственного высшего учебного заведения «Донецкий национальный технический университет» (протокол № 7 от 28.10.2016).

Настоящий сборник научных трудов посвящен междисциплинарным исследованиям в науках о природе и обществе. Публикации охватывают широкий спектр проблем – от фундаментальных вопросов системного анализа до прикладных разработок в области информационных технологий.

Материалы сборника предназначены для научных сотрудников, преподавателей, инженерно-технических работников, аспирантов и студентов, научные интересы которых связаны с системным анализом и моделированием, междисциплинарными исследованиями и информационными технологиями в науках о природе и обществе.

Выпуск сборника научных трудов осуществлен факультетом компьютерных наук и технологий Донецкого национального технического университета.

**System analysis and information technology in environmental and social sciences** (SAIT-2016). no.1(10)–2(11)'2016. Donetsk, DonNTU, 2016, 197 p. (in Russian)

This journal issue is devoted to interdisciplinary research in environmental and social sciences. Publications cover the broad scope of problems – from fundamental questions of system analysis to applied developments in information technology.

The journal is for researchers, teachers, engineers, students whose research interests are related to the system analysis and modeling, interdisciplinary research and information technology in environmental and social sciences.

The issue of the journal was carried out by the computer science and technology department of Donetsk National Technical University.

**Учредитель и издатель** – ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет».

Сборник научных трудов основан в октябре 2011 года, выходит 2 раза в год.

**Редакционная коллегия:** Аноприенко А.Я., канд. техн. наук, проф. (главный редактор); Аверин Г.В., д-р техн. наук, проф. (заместитель главного редактора); Звягинцева А.В., канд. техн. наук, доц. (отв. секретарь сборника); Андрюхин А.И., канд. техн. наук, доц.; Беловодский В.Н., канд. техн. наук, доц.; Белоусов В.В., д-р техн. наук, проф.; Глушак А.В., д-р физ.-мат. наук, проф. (РФ, НИУ «БелГУ»); Голубева О.В., канд. физ.-мат. наук, доц. (Республика Беларусь, ПГУ); Григорьев А.В., канд. техн. наук, доц.; Губенко Н.Е., канд. техн. наук, доц.; Ехилевский С.Г., д-р техн. наук, проф. (Республика Беларусь, ПГУ); Жиликов Е.Г., д-р техн. наук, проф. (РФ, НИУ «БелГУ»); Карабчевский В.В., канд. техн. наук, доц.; Клишко Г.Т., канд. физ.-мат. наук, с.н.с.; Константинов И.С., д-р техн. наук, проф. (РФ, НИУ «БелГУ»); Недопекин Ф.В., д-р техн. наук, проф.; Павлий В.А., канд. техн. наук; Скобцов Ю.А., д-р техн. наук, проф.; Толстых В.К., д-р техн. наук, проф.; Фельдман Л.П., д-р техн. наук, проф.

Сборник научных трудов зарегистрирован в Министерстве юстиции Украины. Свидетельство о государственной регистрации печатного средства массовой информации. Серия КВ № 17409-6179 Р от 05.01.2011 г. Сборник зарегистрирован в Министерстве информации ДНР. Свидетельство о регистрации средства массовой информации №310 от 06.08.2015.

© Авторы статей  
© ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет»

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ ВЫСШЕЕ УЧЕБНОЕ ЗАВЕДЕНИЕ  
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

---

**СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ  
И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ  
В НАУКАХ О ПРИРОДЕ И ОБЩЕСТВЕ**

**Сборник научных трудов**

**Основан в октябре 2011 года**

**Выходит 2 раза в год**

**№1(10)–2(11)'2016**

**ДОНЕЦК**

# Системный анализ и информационные технологии

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ

ОСНОВАН В ОКТЯБРЕ 2011 ГОДА

№1(10)-2(11)'2016

---

## СО Д Е Р Ж А Н И Е

Введение.....	8
<b>Систематизация знаний, поиск закономерностей и построение теорий</b>	
<i>Аверин Г.В.</i> О некоторых феноменологических закономерностях биологической жизни.....	11
<i>Аноприенко А.Я.</i> Системодинамика техносферы: технический прогресс и нооритмы.....	32
<b>Прикладной системный анализ, моделирование и прогнозирование</b>	
<i>Бельков Д.В., Едемская Е.Н.</i> Моделирование сетевого трафика с помощью дискретного отображения.....	60
<i>Беловодский В.Н., Корниенко Н.В.</i> О нахождении периода колебаний динамических систем .....	65
<i>Ехилевский С.Г., Голубева О.В., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф.</i> Моделирование свободного вращения твёрдого тела.....	76
<i>Польщиков К.А., Игитян Е.В.</i> Модель нейро-нечеткого прогнозирования времени ожидания подтверждений в беспроводной самоорганизующейся сети.....	85
<i>Андрюхин А.И.</i> Анализ свойств одного фрактального отображения.....	93
<i>Звягинцева А.В., Аверин Г.В., Шевцова М.В.</i> Стратегическое прогнозирование уровня развития регионов и городов России.....	100
<i>Климко Г.Т.</i> О матричных элементах перестановок нужных для рассмотрения зарядовых и спиновых плотностей в разных базисах.....	112

## **Актуальные вопросы обработки и анализа информации**

*Достлев Ю.С., Чередникова О.Ю.*

Оптимизация форматов представления параметров времени событий в системах реального времени..... 121

*Аверин Г.В., Константинов И.С., Звягинцева А.В.*

Принципы существования энтропии и сохранения меры информации в пространствах состояний сложных систем..... 128

*Достлев Ю.С., Раскидкин В.В.*

Проектирование интерфейсной поддержки системы анализа информационной достоверности первичной информации о текущих состояниях объекта автоматизации..... 136

## **Методическое обеспечение системного анализа**

*Звягинцева А.В.*

Методика событийной оценки и результаты ранжирования стран, регионов и городов по комплексу показателей..... 147

**Сведения об авторах на русском языке..... 185**

**Сведения об авторах на украинском языке..... 189**

**Сведения об авторах на английском языке..... 193**

# Системний аналіз та інформаційні технології

ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ

ЗАСНОВАНО У ЖОВТНІ 2011 РОКУ

№1(10)-2(11)'2016

## З М І С Т

Вступ.....	8
<b>Систематизація знань, пошук закономірностей та побудова теорій</b>	
<i>Аверін Г.В.</i> Про деякі феноменологічні закономірності біологічного життя.....	11
<i>Анопрієнко О.Я.</i> Системодинаміка техносфери: технічний прогрес та нооритми .....	32
<b>Прикладний системний аналіз, моделювання та прогнозування</b>	
<i>Бельков Д.В., Єдемська Є.М.</i> Моделювання мережевого трафіку за допомогою дискретного відображення.....	60
<i>Беловодський В.М., Корнієнко М.В.</i> Про знаходження періоду коливань динамічних систем.....	65
<i>Єхилевський С.Г., Голубєва О.В., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф.</i> Моделювання вільного обертання твердого тіла.....	76
<i>Польщиков К.О., Ігітян О.В.</i> Модель нейро-нечіткого прогнозування часу очікування підтверджень в бездротовій самоорганізуючій мережі.....	85
<i>Андрюхін О.І.</i> Аналіз властивостей одного фрактального відображення.....	93
<i>Звягінцева Г.В., Аверін Г.В., Шевцова М.В.</i> Стратегічне прогнозування рівня розвитку регіонів і міст Росії.....	100
<i>Климко Г.Т.</i> Про матричні елементи перестановок, що потрібні для розгляду зарядових і спінових густин у різних базисах.....	112

## **Актуальні питання обробки та аналізу інформації**

*Достлев Ю.С., Череднікова О.Ю.*

Оптимізація форматів представлення параметрів часу подій у системах реального часу ..... 121

*Аверін Г.В., Костянтинів І.С., Звягінцева Г.В.*

Принципи існування ентропії та збереження міри інформації в просторах станів складних систем ..... 128

*Достлев Ю.С., Раскидкін В.В.*

Проектування інтерфейсної підтримки системи аналізу інформаційної достовірності первинної інформації про поточні стани об'єкта автоматизації ..... 136

## **Методичне забезпечення системного аналізу**

*Звягінцева Г.В.*

Методика подієвої оцінки та результати ранжирування країн, регіонів і міст за комплексом показників ..... 147

**Відомості про авторів російською мовою** ..... 185

**Відомості про авторів українською мовою**..... 189

**Відомості про авторів англійською мовою**..... 193

---

## CONTENTS

Introduction.....	8
<b>Knowledge systematization, search for patterns and theory construction</b>	
<i>Averin G.V.</i> On some phenomenological regularities of biological life .....	11
<i>Anopriyenko A.Y.</i> System dynamics of tehnosphere: technical progress and and noorhythms.....	32
<b>Applied systems analysis, modeling and forecasting</b>	
<i>Belkov D.V., Edemskaya E.N.</i> Simulation of network traffic using discrete mapping .....	60
<i>Belovodskiy V.N., Kornienko N.V.</i> On the determination of the period of oscillations of dynamical systems .....	65
<i>Ekhilevsky S.G, Golubeva O.V, Pastukhov D.F, Pastukhov Y.F.</i> Simulation of free rotation of a solid body.....	76
<i>Polschykov K.A., Igityan, E.V.</i> Model of neuro-fuzzy prediction of time expectations evidence in wireless ad-hoc networks.....	85
<i>Andruckhin A.I.</i> Analysis of the properties of a single fractal map.....	93
<i>Zviagintseva A.V., Averin G.V., Shevtsova M.V.</i> Strategic forecasting of the level of Russian regions and cities development .....	100
<i>Klimko G.T.</i> About the matrix elements of transpositions, which are necessary for consideration of charge and spin densities in different bases .....	112

## **Actual issues of processing and analysis information**

*Dostlev Y.S., Cherednikova O.Y.*

Optimization of the presentation formats for the time parameters of the events in real-time systems..... 121

*Averin G.V., Konstantinov I.S., Zviagintseva A.V.*

The principles of entropy existence and information measure conservation in spaces of conditions of complex systems..... 128

*Dostlev Y.S., Raskydkyn V.V.*

Design of the interface support of the information reliability analysis system of the primary information about current states of automation object..... 136

## **Methodical support of system analysis**

*Zviagintseva A.V.*

Events evaluation Methodic and the countries, regions and cities ranking results on a set of indicators..... 147

**Information about the Authors in Russian..... 185**

**Information about the Authors in Ukrainian..... 189**

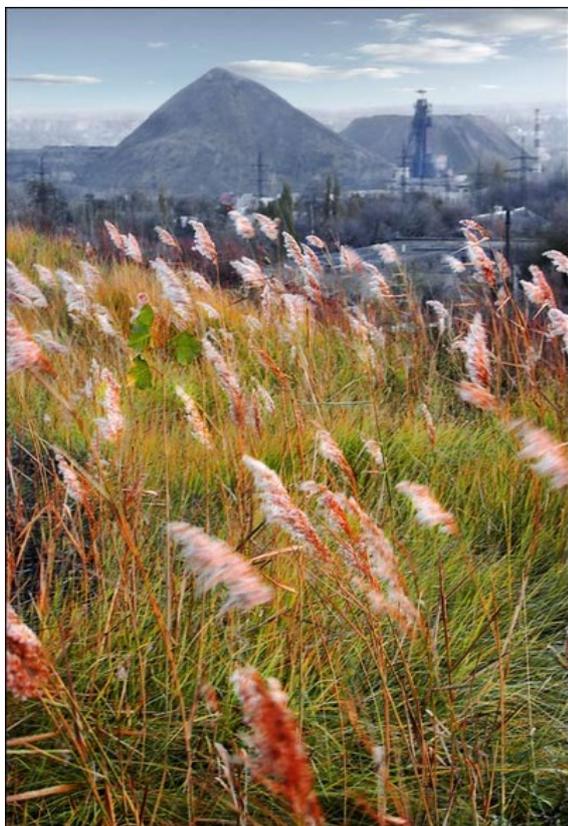
**Information about the Authors in English..... 193**

## Введение

Степь донецкая без края,  
Чабрецы да ковыли...,  
Я люблю тебя, родная,  
И в тюльпанах, и в пыли...

*Павел Беспощадный, 1945*

В Донбассе 140 лет назад произошло несколько знаковых событий, которые положили начало промышленному развитию региона. В 1876 году «Новороссийское общество каменноугольного, железного и рельсового производства» (сейчас Донецкий металлургический завод) впервые в Российской империи выплавил 1 млн. пудов чугуна. В этом же году помещик П.А. Карпов впервые механическим способом разработал подземный угольный пласт в своем имении Трудовое, где через 10 лет был заложен рудник «Трудовской»\*. Это был период стихийного освоения природных ресурсов региона, строительства заводов, железных дорог и поселков.



В истории Донбасса наблюдались периоды роста и спада экономики, времена расцвета и потрясений, годы восстановления и разрухи. Тяжелые и смутные времена уходили в прошлое и наш край всегда начинал новую стадию созидательного, культурного и творческого подъема. Так было раньше, так будет и сейчас после военного конфликта на Донбассе. Однако, Донбасс уже не станет таким, каким он был до войны. Изменится и ментальность людей, и экономика региона, и социально-культурные условия жизни.

Будущий процесс восстановления Донбасса будет связан с инновационным и технологическим развитием. Если этого не обеспечить, то регион не сможет относительно быстро выйти на уровень экономики 2013 года. Поэтому уже сейчас есть смысл оценивать приоритетные научно-

технические направления в различных сферах деятельности.

Приоритеты развития должны быть направлены на сохранение исторически сложившихся научных школ и исследовательских коллективов, позволяющих воспроизводить научно-педагогические кадры высокой квалификации, реализацию целенаправленного восстановления экономики за счет традиционных сфер деятельности и создание инновационных технологических кластеров, дающих возможность решать стратегические задачи развития региона и создания новых рабочих мест, в основном для молодежи.

В первом случае – это научные направления, охватывающие исследования в области физико-математических и инженерных наук, разработки в сфере актуальных

\*Патриот Донбасса, <http://donpatriot.ru>

проблем химии и биологии, а также исследования в науках о Земле (геология, горные науки, геофизика и геохимия).

Во втором случае – это прикладные научно-технические направления, связанные со сложившейся отраслевой структурой экономики региона. Здесь следует выделить исследования, направленные на разработку и внедрение современных технологий в металлургии, в том числе направленных на получение новых материалов и сплавов,



внедрение энергоэффективных и ресурсосберегающих технологий в сфере горнодобывающей промышленности и энергетики, создание новых видов техники в машиностроении. Следует уделять внимание перспективным биотехнологиям и разработкам в области наук о жизни, а также внедрению высокопродуктивных технологических процессов в сельском хозяйстве.

Решение стратегических задач развития региона будет во многом зависеть от научно-технической и инновационной деятельности в сфере информационно-коммуникационных систем, систем искусственного интеллекта и природоподобных технологий, а также развития направлений, связанных с наукоемкими и критическими технологиями.

Методы системного анализа, способы и средства моделирования и прогнозирования природных и общественных процессов, а также информационные технологии в целом непосредственно относятся к наукоемким научно-техническим направлениям. Десятый и одиннадцатый номера сборника научных трудов «Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе» включают публикации, посвященные фундаментальным проблемам данных областей знаний. В настоящем сборнике редакция выделила рубрики: систематизация знаний, поиск закономерностей и построение теорий; прикладной системный анализ, моделирование и прогнозирование; актуальные вопросы обработки и анализа информации; методическое обеспечение системного анализа. В этих рубриках представлен ряд интересных с нашей точки зрения статей. Редакция испытывает определенный дефицит хороших статей. Несмотря на это, в сборнике мы стараемся придерживаться лозунга «Публиковать лучшее или не публиковать вообще», который введен в обиход учеными, подписавшими Сан-Францискую декларацию по оценке научных исследований (DORA, 16 декабря 2012 года). Очень хотелось бы считать, что это нам удастся, по крайней мере мы стремимся к этому. Надеемся, что материалы сборника будут интересны как исследователям, так и широкому кругу читателей.

*проф. Г.В. Аверин*

## ***Раздел 1***

### ***Систематизация знаний, поиск закономерностей и построение теорий***

## О некоторых феноменологических закономерностях биологической жизни

Аверин Г.В.

Донецкий национальный технический университет  
Белгородский государственный национальный исследовательский университет  
averin.gennadiy@gmail.com

*Аверин Г.В. «О некоторых феноменологических закономерностях биологической жизни». В данной статье показано, что применение феноменологических и термодинамических методов анализа данных наблюдений по отношению к множеству биологических объектов позволяет обосновать некоторые представления о темпоральной сущности биологической жизни. Речь идет об установлении на уровне онтогенеза общих закономерностей, которые отличались бы определенным изоморфизмом, применительно к циклически функционирующим объектам как живой, так и неживой природы. Подобные закономерности непосредственно связаны с феноменом времени. Сформировано многомерное пространство состояний относительно показателей биологических объектов, предложены феноменологические модели для описания объектов в этом пространстве. Разработан метод построения измерительных шкал для сравнения состояний объектов между собой исходя из анализа совокупности показателей, и, в частности, максимальной продолжительности жизни в неволе, веса взрослой особи, уровня метаболизма и т.д. Использование предложенных методов показано на примере получения эмпирических уравнений состояний и зависимостей для оценки сходства биологических объектов на основе информации базы данных видов позвоночных животных AnAge. Изучены энергетические циклы процессов онтогенеза и сформулировано несколько феноменологических закономерностей применительно к биологическим системам.*

**Ключевые слова:** биологические системы, изоморфизм темпоральных процессов, принципы моделирования, феноменологические закономерности

### Введение

В настоящее время в науках о жизни накоплен громадный объем эмпирических данных. Однако значительная доля существующих опытных фактов характеризует причинно-следственные связи, свойственные биологическим процессам и явлениям, на качественном уровне. В данной области идет процесс спонтанного накопления информации, при этом имеющиеся факты пока не дают ответа на основополагающий вопрос биологии – о специфическом, качественном отличии живого от неживого, исходя из естественнонаучных представлений о процессах и явлениях, протекающих в природе. На отличительную способность живых и социальных организмов функционировать «динамически» и «целенаправленно» обращали свое внимание Э. Шредингер, П. Анохин и многие другие ученые [1–8]. Естественно, что возникает вопрос об изучении этих жизненных феноменов и возможности использования существующих данных и фактов для обоснования соответствующих закономерностей.

Более 40 лет назад П. Анохин отмечал, что математическая теория не дала результата применительно к биологическим системам, так как не считалась с биологическими и

физиологическими свойствами таких систем, выдвигая на первый план именно теорию, а не опыт [2]. Мнение ученого не менее актуально и сегодня, так как наглядно видно, что излишнее теоретизирование в области моделирования биологических систем не приводит к новым возможностям для понимания организации различных форм жизни.

Решение проблемы академик П. Анохин видел в установлении системных закономерностей на основе анализа обширного эмпирического материала. Другими словами, предлагалось на данном этапе научных поисков применять феноменологический подход к исследованию биологических процессов. Также он обращал особое внимание на необходимость изучения системообразующих факторов и процессов целенаправленного поведения, свойственных биологическим системам.

Обычно под системообразующим фактором понимается некоторый изоморфизм на основе критерия изоморфности по отношению объектам неорганической и биологической природы, техники или общества.

В свою очередь, под понятием целенаправленности понимают совокупность характеристик, механизмов и системных представлений, выражающих цели в поведении биологической системы, такие как результат

функционирования, адаптация, эволюция, управление, онтогенез, гологенез и т.п. [2].

Поиск системообразующих факторов и критериев целенаправленности для биологических систем ведется уже на протяжении многих десятилетий. В результате имеется множество моделей, основанных на частных и узких гипотезах, которые не могут служить фундаментом для естественнонаучных теорий в области биологической жизни, исходя из общих представлений о процессах функционирования живых объектов.

### **Постановка задачи**

Для того, чтобы подойти на макроуровне к созданию феноменологических теорий для биологических систем, необходимо отработать методические принципы исследований. Без этого по образному выражению П. Анохина «... исследования в биологии и физиологии становятся все более опасными и угрожают утопить нас в половодье, разрозненных и часто не объединенных ничем, фактов».

Очевидно, что для создания теорий нужны обширные базы данных структурированной информации о состоянии и функционировании биологических объектов. Также важным является возможность применения по отношению к таким данным апробированных естественнонаучных методов, позволяющим находить и исследовать феноменологические закономерности.

В первом случае для целых классов объектов и явлений речь идет о представлении информации о динамических процессах в виде темпоральных данных. Есть основания считать, что на этой основе могут быть выявлены закономерности, которые являются изоморфными для систем различной природы. Во втором случае предполагается при анализе использовать естественнонаучные методы, такие как метод термодинамики, теория сплошных сред, способы обработки дискретных данных, вероятностные методы исследования событий и т.д. Это связано с тем, что эти области знания достаточно развиты и апробированы.

Таким образом, целью данной статьи является применение феноменологических и термодинамических методов анализа данных наблюдений по отношению к множеству биологических объектов для обоснования некоторых естественнонаучных представлений о сущности биологической жизни, имеющих темпоральную природу.

В свете общесистемных положений и закономерностей, которые сформулированы в рамках системодинамики [9 – 14], можно попытаться выявить специфические особенности организации жизни. В первую очередь речь идет об установлении на

макроуровне некоторых общих закономерностей, которые бы отличались определенным изоморфизмом, применительно к объектам как живой, так и неживой природы. Скорее всего, такие закономерности самым непосредственным образом будут связаны с феноменом времени.

Поэтому специфическое сходство между объектами разных классов можно попытаться установить на основе изучения во времени их изменения, развития или поведения в различных динамических процессах. Объекты неживой природы обычно слабо подвержены наблюдаемым изменениям в случае отсутствия внешних воздействий. В свою очередь, объекты живой природы являются системами, свойства которых непосредственно зависят от времени.

### **Данные, гипотезы и методы**

Предполагаем искать определенный изоморфизм для живых и неживых объектов по отношению к данным наблюдений и событиям, характеризующим изменение состояний этих объектов во времени. Другими словами считаем, что критерии сходства связаны с общим системным описанием процессов и явлений как темпоральных закономерностей, которые для объектов различной природы могут быть слабо или сильно выраженными.

*Данные.* Исходя из сказанного выше для любых объектов будем рассматривать данные наблюдений только темпоральной структуры. В этом случае речь идет о массивах дискретных данных, которые имеют структуру таблиц в виде «объекты-показатели», причем соответствующее количество таблиц упорядочено по времени с определенным шагом, равным некоторому временному диапазону [11, 13, 14]. В случае, если показатели объектов на определенном наблюдаемом периоде времени не изменяются (или усредняются), то имеется одна общая таблица данных «объекты-показатели». Отметим, что такие данные тоже можно рассматривать как темпоральные, исходя из представлений о стационарном процессе.

В темпоральных массивах данных в качестве объектов выступают однотипные классы (сущности), соответствующие системам живой или неживой природы. В качестве показателей (атрибутов), могут выступать различные физико-химические, биологические, социальные или другие величины, имеющие количественное измерение [13, 14]. В частном случае данные могут относиться к одному объекту, свойства которого наблюдались в соответствующих процессах. При этом для каждого процесса характерны определенные состояния объекта с заданными параметрами свойств, изменяющимися во времени. Все

опытные факты о процессах и явлениях в живой и неживой природе связаны с их представлением именно в виде темпоральных данных [9, 13 – 15]. Время, скорее всего, и будет выступать системообразующим фактором по отношению к объектам живой и неживой природы.

Перед нами стоит цель сформулировать методические принципы обработки темпоральных массивов данных для получения феноменологических закономерностей, которые бы имели общий характер и не были бы явно привязаны к объектам определенной природы. Ранее в ряде работ такие принципы были отработаны для физических, биологических и социальных систем [9, 11, 13, 14, 16].

В данном исследовании для примера будем использовать базу данных позвоночных животных [17], которая представляет собой результат работы многих ученых. Нынешняя версия базы включает сведения о 4083 видах позвоночных и охватывает количественные характеристики рыб, амфибий, рептилий, птиц и млекопитающих. В базу внесены данные о максимальной продолжительности жизни, массе тела при рождении и во взрослом состоянии, скорости роста и размножения, уровне метаболизма, продолжительности периода беременности, а также некоторые другие характеристики (всего до 30 показателей). Имеется также полная информация о систематике видов животных. Массив данных охватывает более 100 тысяч наблюдений о характеристиках и показателях видов [11, 14].

В базе данных AnAge приведены биологические показатели, характеризующие филогенез животного мира, исходя из наблюдаемых сегодня результатов эволюции видов без учета временных факторов. В соответствии с этим, общая таблица данных AnAge представлена в стационарной форме.

При исследовании будем использовать и другие данные о биологических системах, например, аллометрические или эмпирические уравнения [3, 18, 19], однако основное условие обработки таких данных – это возможность их представления в темпоральном виде и, соответственно, в нестационарной или стационарной форме.

*Пространство состояний.* Будем рассматривать процессы эволюционного развития объектов во времени, подразумевая под этим относительно медленные изменения в состояниях объектов. Построим среду моделирования в виде пространства состояний объектов. Пусть для  $m$  объектов одного класса в темпоральных массивах данных содержится количественная информация об  $n$  показателях  $z_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ), характеризующих свойства изучаемых объектов. Примем эти показатели в качестве переменных состояния.

Множество  $n$  переменных для параметров свойств задает  $n$ -мерное пространство состояний  $E^n$ , где  $z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ ,  $z \in E^n$ . Точки этого пространства соответствуют  $n$ -мерным наборам значений всех переменных  $z_1, z_2, \dots, z_n$ . Будем считать, что пространство  $E^n$  обладает евклидовой структурой. Таким образом, любое состояние в  $n$ -мерном пространстве в каждый момент времени будет отображаться многомерной точкой  $M = M(z_1, \dots, z_n)$ . Процесс изменения состояния объекта во времени  $t$  будет характеризоваться кривой, которая описывается точкой  $M$  в пространстве  $E^n$ . В целом в темпоральных данных будет содержаться информация об  $m$  процессах изменения состояний объектов, каждому из которых будет соответствовать  $h$  дискретных точек, т.к. может быть представлено  $h$  таблиц данных, относящихся к последовательным моментам времени [11]. Функция процесса для каждого объекта может быть задана параметрически относительно времени  $\tau$ :

$$z_1 = z_1(\tau); z_2 = z_2(\tau); \dots; z_n = z_n(\tau).$$

Основные принципы, которые могут быть использованы при системном описании состояний объектов связаны с рядом гипотез, имеющим общесистемный характер.

Пусть в  $n$ -мерном пространстве  $E^n$  расположено  $q = m \times h$  дискретных точек  $M_i$  ( $i = 1, 2, \dots, q$ ), которые являются опытными данными. Представим эти точки как ограниченную выборку из сплошной гипотетической среды бесконечного количества состояний для объектов одного класса. Используем континуальный принцип представления информации в пространстве  $E^n$  [13, 14, 16], согласно которому поле состояний считается непрерывным, при этом каждый элемент поля связан со всеми соседними элементами с учетом закономерностей, свойственных данной предметной области. Тем самым используется концепция континуального поля некоторой величины, которая характеризует состояния объектов в целом.

Будем также считать, что по отношению к наблюдениям справедлив принцип инвариантности, когда в пространстве состояний дискретные данные формируют некий «образ», отражающий в какой-то степени сущность континуальных закономерностей полевой величины. При этом инвариантность образа будет связана с изометрией пространства  $E^n$ , когда сохраняются расстояния между опытными точками  $M_i$  [9, 14].

Далее, пусть каждой точке  $M_i$  поставлена в соответствие некая величина,

которая обладает свойством неизменности по отношению к преобразованиям переменных  $z_1, z_2, \dots, z_n$ . Определим полевую величину как эмпирическую меру состояний объектов в пространстве  $E^n$  в виде  $W = W(M)$ . При этом отметим, что в общем случае эмпирических мер может быть несколько [9, 14].

Основная гипотеза исследования связана с возможностью описания полевых закономерностей путем установления связи между мерой  $W$  и априори заданной геометрической метрикой пространства состояний  $T = T(M)$  в виде определенной меры схожести состояний объектов. Эмпирическая мера будет представлять опытные особенности состояний и процессов как геометрических образов (точек и кривых), исходя из полевых представлений и может быть описана скалярным полем  $W = W(M)$ , которое инвариантно при преобразованиях координат. Эмпирическую меру следует определять исходя из данных опыта по отношению к общим характеристикам объектов или группы объектов в целом, например, по измерению эмпирических или геометрических величин, определению вероятностей совместных событий наблюдения совокупности показателей и т.д. [9, 14].

Из сказанного выше важным является выбор мер  $W$  для характеристики состояний объектов или процессов изменения состояний, а также разработка систем количественного определения этих величин. Эмпирическая мера должна комплексно характеризовать состояния объектов, а также их изменения, соответствовать понятию скалярных величин, иметь область определения от нуля до  $+\infty$  или от  $-\infty$  до  $+\infty$ , давать возможность оценивать состояния и процессы изменения состояний на основе универсальной системы измерений применительно ко всему пространству  $E^n$ .

В свою очередь, метрика пространства состояний будет связана с переменными  $z_1, z_2, \dots, z_n$  и может быть описана некоторой функцией, зависящей от этих величин. Она будет отражать геометрические особенности пространства состояний, исходя из той или иной принятой математической модели. Метрику пространства  $E^n$  в зависимости от специфики решаемой задачи будем представлять в виде зависимостей относительно всех  $n$  показателей аддитивными, мультипликативными, степенными, однородными или иными зависимостями в виде различных мер схожести: евклидова, манхэттенского или степенного расстояний, расстояния Чебышева, Минковского и др.

Покажем, что на основе опытных данных можно установить однозначную связь между

эмпирическими мерами  $W$  и принятыми метриками пространства состояний объектов.

*Гипотезы и методы исследования.* Сегодня актуальным является разработка методологии, позволяющей устанавливать закономерности для систем различной природы на основе единой структуры представления опытных данных, универсальной по отношению к той или иной предметной области. В основу этого может быть положен термодинамический метод, основанный на феноменологическом подходе и отличающийся использованием естественнонаучных принципов применительно к системному описанию состояний объектов.

Среди таких принципов следует особо выделить принцип соответственных состояний, согласно которому состояния объектов могут подчиняться одному уравнению, если это уравнение выразить через некоторые приведенные переменные. Это позволяет установить определенный изоморфизм по отношению к объектам одного класса.

В свою очередь, при моделировании необходим также принцип, отражающий определенное сходство по отношению к процессам, которые совершают изучаемые объекты. В качестве такого закона можно принять принцип подобия, согласно которому геометрические объекты являются подобными, если при их сравнении сохраняется (или измеряется) отношение между некоторыми наблюдаемыми величинами. Будем использовать данные принципы при моделировании.

Таким образом, исходная задача создания феноменологических моделей применительно к состояниям объектов может быть сформулирована в следующем виде.

Имеются результаты опыта в виде темпоральных данных, относящихся к некоторому множеству однотипных объектов определенной природы. Формируется пространство состояний  $E^n$  относительно показателей объектов  $z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ . Предлагается некая эмпирическая мера  $W = W(M)$  для состояний объектов как полевая величина, которой, как мы предполагаем, свойственны континуальные закономерности. В пространстве  $E^n$  представлены данные опыта в виде дискретных точек  $M_i$ , также отражающие эти закономерности. Априори предлагается некая геометрическая модель пространства состояний  $E^n$  в виде той или иной математической модели. Применяя принципы соответственных состояний и подобия величин и обрабатывая имеющиеся опытные данные, следует построить феноменологическую модель для состояний объектов в геометрическом пространстве  $E^n$ , которая будет описывать

эмпирические закономерности. Особо отметим, что в данном исследовании при моделировании используем логику термодинамического метода без формального переноса имеющихся понятий и зависимостей в новую предметную область.

Принцип соответственных состояний широко применяется в моделировании. Количественные знания о свойствах и закономерностях поведения различных систем обычно представляются в форме уравнений состояний, где одни параметры систем выражаются через другие. Уравнения состояния строятся на базе опытных данных и отражают имеющийся эмпирический опыт в области изучения систем самой разной природы. Уравнения состояния представляются в виде:

$$F\left(\frac{z_1}{z_{1_0}}, \frac{z_2}{z_{2_0}}, \dots, \frac{z_n}{z_{n_0}}\right) = 0, \quad (1)$$

где  $z_{k_0}$  – значения показателей опорного состояния для объектов одного класса.

Обычно, для построения уравнений (1) выбирается опорный объект или опорное состояние, и все остальные состояния соотносятся с выбранной точкой в пространстве  $E^n$ . В общем случае принцип соответственных состояний можно сформулировать в виде: для сложных систем и объектов может наблюдаться закономерность, когда различные состояния связаны с особо выделенными состояниями одинаково. Справедливость принципа в каждом конкретном случае проверяется по имеющимся опытным данным.

Данный принцип позволяет построить шкалу для относительного сравнения состояний объектов между собой. Процедура построения таких шкал досконально проработана в термодинамике [20, 21], где широко используются уравнения состояний в виде термических или калорических уравнений. В данной работе воспользуемся соответствующей логикой построения шкал для комплексной оценки сходства состояний объектов. В целом сущность метода заключается в выборе в пространстве  $E^n$  как опорного состояния  $M_0$ , так и некоторого эталонного процесса. Это связано с тем, что при моделировании необходимо иметь возможность сравнивать между собой как состояния объектов, так и процессы, совершаемые этими объектами.

Известно, что расстояние между двумя состояниями, принадлежащими одной линии процесса, является инвариантом, так как геометрически его можно рассматривать как интервал между двумя точками. Поэтому, если задать в пространстве состояний  $E^n$  некоторый эталонный процесс в виде линии, то можно сравнивать между собой различные процессы, совершаемые объектами, относительно этого

эталонного процесса. Для их сравнения может быть использован критерий в виде различных соотношений для отрезков кривых процессов, описываемых точками за заданную единицу времени. В случае, если этот критерий является измеримым для каждого объекта, то можно говорить об измерении сходства изучаемых процессов в пространстве состояний  $E^n$ .

Исходя из этого, построим шкалу для относительного сравнения состояний объектов следующим образом (рис. 1)<sup>1</sup>.

Выберем некоторый линейный эталонный процесс  $l_0$ , на котором отметим опорное состояние  $M_0$ . Данный процесс может относиться непосредственно к наблюдаемому объекту, состояния которого меняются с течением времени, или к некоторому виртуальному процессу соединяющему два особо выделенных состояния. На эталонном процессе отмечаем второе опорное состояние  $M'_0$  и два указанных состояния соединяем прямой линией. Полученный отрезок делим на заданное количество одинаковых интервалов, например, 100, и устанавливаем длину полученных отрезков  $\sigma$ . Далее из начала координат проводим луч  $OM_0$  и находим длину отрезка  $OM_0$ . Шкалу измерений состояний объектов формируем в виде некоторого индекса  $\theta$  применительно к лучу  $OM_0$  с единицей измерения  $\sigma$ , при этом длина отрезка  $OM_0$  в данной шкале измерений составит  $\theta_0 = l_{OM_0} / \sigma$ .

Для определенности и формирования отличий от термодинамики назовем данный индекс  $\theta$  менсурой (от лат. *mensura* – мера) и зададим соответствующую единицу измерения, например, в виде градуса менсуры  $^\circ M$ , который геометрически будет равен длине  $\sigma$ . Теперь, проводя радиус-вектор  $\vec{r}$  до каждой опытной точки  $M_i$  и определяя его модуль  $|\vec{r}|$ , можно в полученной шкале измерить каждое состояние в градусах менсуры (рис. 1).

Длины отрезков в евклидовом пространстве будем определять исходя из известной формулы [22]:

$$l_{ab} = \sqrt{(z_{1b} - z_{1a})^2 + (z_{2b} - z_{2a})^2 + \dots + (z_{nb} - z_{na})^2}, \quad (2)$$

где  $a$  и  $b$  – начало и конец некоторого отрезка  $ab$ .

Теперь можно искать феноменологическую модель объектов в виде уравнения состояния:

$$\theta = f\left(\frac{z_1}{z_{1_0}}, \frac{z_2}{z_{2_0}}, \dots, \frac{z_n}{z_{n_0}}\right). \quad (3)$$

<sup>1</sup> Методика построения измерительной шкалы разработана при участии докторанта Звягинцевой А.В. и аспиранта Швецовой А.А.

Факт существования для объектов одного класса уравнения вида (3) должен подтверждаться имеющимися опытными данными. Если на основе этих данных получено качественное уравнение, то в этом случае можно говорить о справедливости принципа соответственных состояний. Это дает возможность эмпирического обоснования понятия менсуры, как особой функции, характеризующей состояния объектов в пространстве  $E^n$ . Исходя из уравнения (3), менсору можно определить как геометрическую меру отклонения состояния изучаемого объекта от опорного состояния, стандартизированного для изучаемого класса объектов.

Следует отметить, что для определения менсуры можно предложить различные методы измерения геометрических расстояний в пространстве  $E^n$ , например, относительно различных опорных точек, по отношению в выбранных плоскостях или линиям процессов и т.п. Можно также использовать различные меры схожести для оценки расстояний. Единица менсуры может определяться в градусах, пунктах, балах и т.п. или в виде специально

заданной единицы измерения. Все это дает возможность предложить несколько разных систем для измерения состояний объектов на основе применения функции менсуры. При этом общая задача сравнения состояний сводится к выбору наиболее оптимальной шкалы измерения менсуры для состояний объектов.

Из сказанного выше следует, что при обосновании понятия менсуры используются методы построения измерительных шкал наподобие температурных шкал в термодинамике. Известно, что в термодинамике роль меры для относительного сравнения состояний термодинамических систем между собой выполняет особая функция, которая называется температура. Аналогичным образом, шкалу менсуры также можно представить как систему сопоставимых числовых значений геометрических величин для оценки состояний объектов в пространстве  $E^n$ .

Далее будем рассматривать менсору как эмпирическую меру  $W_\theta$  применительно к опытными данным в пространстве  $E^n$ , отражающую статику и динамику состояний как многомерных геометрических точек.

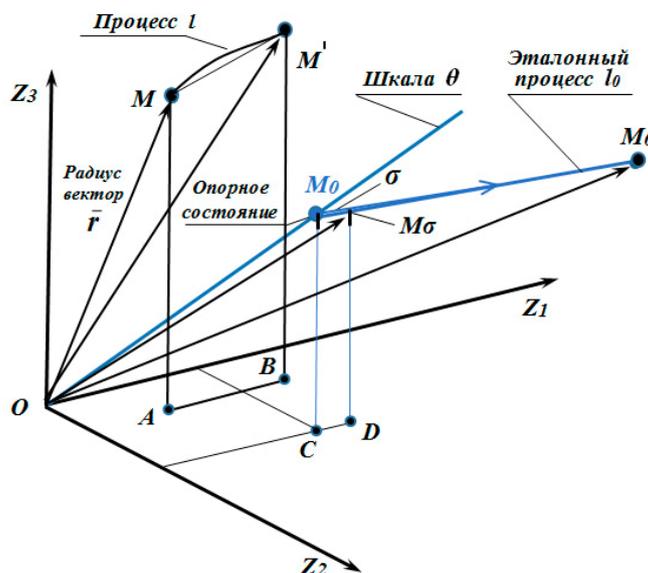


Рисунок 1. – Схема построения шкалы менсуры и измерения количества воздействия по отношению к опорному состоянию и эталонному процессу

Обычно говорят, что при изменении состояния объекта с течением времени осуществляется некоторый процесс. Возникает вопрос: что происходит с объектом, когда меняется его состояние. Обычно на это следует ответить, что наблюдается некоторое воздействие на объект или его взаимодействие с окружающей средой, под которыми, в общем случае, понимаются процессы взаимного влияния объекта и среды, внешнего

воздействия, саморегуляции или управления. Естественно, что в каждом конкретном случае природа того или иного воздействия или взаимодействия носит свой специфический характер. Поэтому необходимо иметь возможность количественно сравнивать между собой не только состояния, но и процессы, совершаемые объектами одного класса.

Если для описания состояний объектов было использовано понятие менсуры, которая

комплексно характеризует каждое состояние и представляет собой функцию точки, то для описания процессов можно ввести понятие количества воздействия в виде функции линии.

Представление о количестве воздействия впервые было предложено А. Гухманом для определения различных взаимодействий [21]. При этом данная величина была поставлена в связь с процессом изменения состояния объекта. Будем считать, что для наблюдаемых процессов количество воздействия может быть определено через некоторую эмпирическую меру  $W_l$  и принятую по соглашению систему измерения этой величины.

Любое измерение заключается в сравнении измеряемой величины с другой, однородной с ней величиной, принятой за единицу. Поэтому предположим, что каждому произвольному процессу  $l$  в пространстве состояний может быть поставлено в соответствие значение эмпирической меры  $W_l$  (рис. 1). Соединим точки  $M$  и  $M'$ , принадлежащие процессу  $l$ , прямой линией  $MM'$  и будем считать, что для небольших периодов времени количество воздействия при изменении состояния объекта от  $M$  и  $M'$  пропорционально площади  $S_l$  трапеции  $AMM'B$ . Можно рассматривать также различные площади под кривой  $MM'$  при ее проецировании на координатные плоскости. Тогда изменение эмпирической меры для процесса может быть связано с величиной  $S_l$ .

Для определенности выберем единицу измерения количества воздействия, которая будет равна площади  $\delta$ , приходящейся на один градус менсуры вблизи основной опорной точки  $M_0$  линейного эталонного процесса  $l_0$  (площадь трапеции  $CM_0M_\sigma D$ , рис. 1).

Для сравнения процессов будем использовать критерий подобия в виде отношения площадей  $S_l$  и  $\delta$ . При этом значение критерия сравнения (схожести) процессов согласно измерению эмпирической меры составит:  $W_l = \frac{S_l}{\delta}$ . Площади трапеций в трехмерном евклидовом пространстве будем определять на основе известных формул.

Можно предложить и другие способы измерения количества воздействия при осуществлении процессов изменения состояний объектов на основе геометрических методов, однако для экономии объема текста останавливаться на этом не будем. Отметим только, что задача сравнения процессов изменения состояний объектов, также как и при сравнении состояний, сводится к выбору

оптимальной системы измерения количества воздействия по отношению к опытным данным.

Таким образом, рассматриваем количество воздействия как эмпирическую меру  $W_l$  применительно к данным в пространстве  $E^n$ , которая будет отражать динамику процессов изменения состояния объектов как многомерных кривых.

Полученные результаты позволяют для темпоральных данных установить связь между количеством воздействия и изменением менсуры в различных процессах. Для этого введем в рассмотрение величину  $c_l$ , определяемую на основании данных опыта, и которую по аналогии с понятием теплоемкости процесса в термодинамике, назовем темпоральностью процесса изменения состояния объекта (*темпоральность* /англ. *tempora* – временные особенности/ – временная сущность процесса, порожденная динамикой его особенного движения). В общем случае, величина  $c_l$  будет отражать интенсивность воздействия в различных процессах изменения состояния объектов.

Будем считать, что в окрестности любой точки  $M$  при бесконечно малом изменении состояния в каком-либо произвольном процессе  $l$  темпоральность  $c_l$  характеризует связь между эмпирическими мерами  $W_l$  и  $\theta$ . Определим  $c_l$  как величину равную отношению элементарного приращения  $W_l$  к соответствующему приращению величины  $\theta$  в процессе  $l$ :

$$c_l = \frac{dW_l}{d\theta_l}. \quad (4)$$

Исходя из принятых допущений, величина  $c_l$  зависит как от положения точки  $M(z_1, z_2, \dots, z_n)$ , так и от направления процесса  $l$  в пространстве состояний. В термодинамике величина  $c_l$  называется теплоемкостью и имеет важное значение, т.к. привносит в теорию опытные факты и эмпирические закономерности характерные для реальных процессов. Индекс  $l$  будем относить только к величине  $c_l$ , а для остальных переменных с целью упрощения обозначений его будем опускать. Таким образом, между различными эмпирическими мерами, характеризующими как состояния, так и процессы изменения состояний, можно на основе опытных данных искать связи в виде уравнения (4).

После проработки систем измерения указанных выше величин, можно установить феноменологические соотношения применительно к массивам темпоральных данных,

характеризующим изменение и развитие объектов различной природы.

Исходя из сказанного выше, общая методика получения уравнений состояний и темпоральностей для различных процессов в каждом конкретном случае включает следующие этапы [9, 14]:

- составляется темпоральная база данных наблюдений для определенного класса объектов живой или неживой природы;
- формируется перечень показателей (переменных состояний), которые наиболее полно характеризуют состояния объектов;
- строится или выбирается процесс, который может выступать в качестве эталонного процесса или линии в пространстве состояний  $E^n$ . Задаются опорные точки для построения линейной шкалы менсуры с целью относительного сравнения состояний объектов между собой;
- производится измерение состояний в созданной шкале, и находятся значения величины  $\theta$ . Изучаются различные варианты построения системы измерения менсуры;
- устанавливаются регрессионные зависимости в виде уравнения (3), отражающие связи величины  $\theta$  с переменными состояниями;
- делается вывод о справедливости принципа соответственных состояний;
- в случае справедливости данного принципа и наличия нескольких таблиц данных для сравнения различных процессов предлагаются системы измерения количества воздействия. В принятой системе измерения оценивается количество воздействия и находятся величины темпоральности процессов;
- в пространстве состояний для изучаемых процессов ищутся связи между значениями темпоральностей и значениями менсуры, времени или переменных состояний;
- устанавливаются феноменологические соотношения для описания опытных данных в изучаемой предметной области, и оценивается их качество и точность;
- далее формируются основные положения феноменологической теории.

В случае, если имеются стационарные данные (одна таблица данных), то задача несколько упрощается.

Ряд из полученных выше уравнений будем использовать в дальнейшем при построении феноменологических моделей.

### **Феноменологическая модель объектов в пространстве состояний**

Для построения феноменологических моделей используем описанный выше подход моделирования и сравнения состояний и процессов для объектов различной природы.

Из математической теории следует, что если в многомерном пространстве состояний  $E^n$  введены переменные  $z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ , то, в общем случае, свойство континуальности полевой величины  $W$  указывает на существование в данном пространстве зависимости между переменными в виде уравнения Пфаффа:

$$dW = P_1(z_1, \dots, z_n)dz_1 + \dots + P_n(z_1, \dots, z_n)dz_n, \quad (5)$$

где  $P_k(z_1, \dots, z_n)$  – скалярные функции, заданные в пространстве  $E^n$  и удовлетворяющие условиям непрерывности и дифференцируемости [23– 25]. Из уравнения Пфаффа вытекает, что между переменными состояниями  $z_1, z_2, \dots, z_n$  существует определенная связь, т.е. данные величины уже не являются независимыми. Также оно указывает на то, что в пространстве состояний задано некоторое поле направлений  $\vec{\varepsilon} = (P_1, P_2, \dots, P_n)$  и в любой точке этого пространства касательная к интегральному решению перпендикулярна соответствующему вектору поля направлений. Геометрически это означает, что векторное поле допускает существование семейства поверхностей, которые в каждой точке пространства были бы ортогональны вектору поля направлений  $\vec{\varepsilon}$ . В этом случае уравнение Пфаффа интегрируемо одним соотношением.

В свою очередь, полученное решение уравнения Пфаффа (5) указывает также на возможность существования некоторой меры  $W$ , которая характеризует каждое состояние в пространстве  $E^n$  и может быть представлена скалярным полем. То есть для функции  $W = W(z_1, z_2, \dots, z_n)$  уравнение Пфаффа (5) представимо в виде полного дифференциала, где  $\partial W / \partial z_k = P_k(z_1, z_2, \dots, z_n)$ , или путем умножения на интегрирующий множитель  $\mu$  может быть приведено к полному дифференциалу  $d\omega = \mu \cdot dW$ .

Таким образом, поставленная задача может сводиться к изучению возможности получения интегральных решений отдельных многомерных уравнений Пфаффа, а также использованию этих решений для описания дискретных данных, исходя из особенностей их представления в пространстве состояний  $E^n$ .

На основе полученных ранее результатов, сформулируем несколько постулатов, которые позволяют построить феноменологическую модель состояний объектов в пространстве  $E^n$ . Эти постулаты представим в виде [9, 13, 14].

1. Пусть в пространстве состояний  $E^n$  каждой точке  $M$  поставлено в соответствие действительное число  $W$  ( $0 \leq W < \infty$  или

$-\infty < W < \infty$ ), которое будем называть эмпирической мерой наблюдаемого состояния.

2. Величина  $W(M)$  является функцией точки и образует скалярное поле, которое является непрерывным и дифференцируемым в пространстве  $E^n$ .

Предположим также, что можно задать для многих переменных функцию  $T = T(z_1, z_2, \dots, z_n)$  в виде меры схожести состояний объектов в пространстве  $E^n$ , которая позволит построить математическую модель для описания состояний объектов. Исходя из этого, сформулируем еще один постулат.

3. Пусть в пространстве состояний  $E^n$  скалярное поле величины  $W$  однозначно связано с полем величины  $T$ . Если в окрестности любой точки  $M$  осуществляется некоторый процесс  $l$ , то для линии процесса  $l$  справедливо соотношение  $dW = c_l \cdot dT$ , где  $c_l$  – эмпирические величины, которые являются функциями процесса и которые будем называть темпоральностями наблюдаемых процессов.

Поэтому, если в окрестности точки  $M$  осуществляется некоторый процесс, то элементарное изменение эмпирической меры  $W$  можно представить в виде:

$$dW = \left( \frac{\partial W}{\partial T} \right)_{z_2, \dots, z_n} \frac{\partial T}{\partial z_1} dz_1 + \dots + \left( \frac{\partial W}{\partial T} \right)_{z_1, \dots, z_{n-1}} \frac{\partial T}{\partial z_n} dz_n$$

$$dW = c_1 \frac{\partial E}{\partial z_1} dz_1 + c_2 \frac{\partial T}{\partial z_2} dz_2 + \dots + c_n \frac{\partial T}{\partial z_n} dz_n. \quad (6)$$

Величины  $c_k$  в общем случае могут зависеть от величин  $z_k$ .

Уравнение (6) представляет собой пфаффову дифференциальную форму вида (5). Известно, что для многомерных систем существует три класса пфаффовых форм (п.ф.):

- 1) п.ф., являющиеся полным дифференциалом;
- 2) п.ф., которые имеют интегрирующий множитель и могут быть сведены к полному дифференциалу некоторой функции;
- 3) п.ф., которые не являются полными дифференциалами и не имеют интегрирующего множителя.

Принято называть пфаффовы формы второго класса (имеющие интегрирующий множитель) голономными, пфаффовы формы третьего класса (не имеющие интегрирующего множителя) – неголономными. Известно также, что пфаффова форма двух переменных всегда голономна. Что же касается пфаффовых форм (трех и более переменных), то одни из них голономны, другие – неголономны. Если пфаффова форма голономна, то соответствующее уравнение преобразуется к полному дифференциалу и интегрируется.

Поэтому для первых двух классов пфаффовых форм могут существовать скалярные поля эмпирической меры, для третьего класса – подобные скалярные поля не существуют.

Таким образом, решение прикладных задач по описанию объектов в пространстве состояний может быть связано с уравнением, которое представимо в виде пфаффовой формы (5). Вид данного уравнения при справедливости гипотезы существования эмпирической меры и связи ее с некоторой мерой схожести может быть определен уравнением (6). Если континуальные закономерности свойственны полевой величине  $W$  во всей области пространства состояний, то опытные данные должны с определенной точностью моделироваться зависимостями в виде интегральных решений уравнений Пфаффа с эмпирическими коэффициентами  $c_k$ . При этом используемый математический аппарат непосредственно вытекает из метода термодинамики, где при описании состояний и процессов термодинамических систем использованы две эмпирические меры – температура и количество тепла.

Согласно третьего постулата из соотношения  $dW = c_l dT$  в окрестности точки  $M$  имеем следующие зависимости:

$$\frac{\partial W}{\partial z_1} = c_1 \frac{\partial T}{\partial z_1}, \frac{\partial W}{\partial z_2} = c_2 \frac{\partial T}{\partial z_2}, \dots, \frac{\partial W}{\partial z_n} = c_n \frac{\partial T}{\partial z_n}, \quad (7)$$

где  $c_k$  – темпоральности процессов, которые соответствуют координатным осям  $Oz_k$  пространства состояний  $E^n$  и определяют интенсивность процессов при изменении переменных  $z_k = z_k(\tau)$ . Примем в качестве меры схожести состояний объектов функцию относительных изменений:

$$T = \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot \dots \cdot z_n}{z_{1_0} \cdot z_{2_0} \cdot \dots \cdot z_{n_0}}. \quad (8)$$

Данная функция является однородной функцией  $n$ -ной степени, для которой  $\alpha^n T = T(\alpha z_1, \alpha z_2, \dots, \alpha z_n)$ , где  $\alpha$  – некоторый множитель. Известно, что однородная функция, имеющая непрерывные частные производные, удовлетворяет формуле Эйлера. Исходя из этого, величину  $T$  можно представить следующем виде:

$$nT = z_1 \frac{\partial T}{\partial z_1} + z_2 \frac{\partial T}{\partial z_2} + \dots + z_n \frac{\partial T}{\partial z_n}. \quad (9)$$

Так как справедливы зависимости (7), то уравнение (9) можно переписать в виде [9, 14]:

$$\frac{z_1}{n c_1} \frac{\partial W}{\partial z_1} + \frac{z_2}{n c_2} \frac{\partial W}{\partial z_2} + \dots + \frac{z_n}{n c_n} \frac{\partial W}{\partial z_n} = T. \quad (10)$$

Уравнение (10) является линейным

неоднородным уравнением в частных производных первого порядка.

Из полученных результатов следует, что в соответствии с исходными допущениями в пространстве  $E^n$  функция эмпирической меры  $W$  должна удовлетворять данному уравнению.

Характеристики уравнения (10) определяются системой обыкновенных дифференциальных уравнений [25]:

$$nc_1 \frac{dz_1}{z_1} = nc_2 \frac{dz_2}{z_2} = \dots = nc_n \frac{dz_n}{z_n} = \frac{dW}{T} = ds, \quad (11)$$

где  $s$  – некоторый вещественный параметр. Если определить параметр  $s$  как длину дуги, изменяющуюся вдоль характеристической кривой, то дифференциальные уравнения (11) примут вид:

$$nc_1 \frac{dz_1}{ds} = z_1; \quad nc_2 \frac{dz_2}{ds} = z_2; \quad \dots; \\ nc_n \frac{dz_n}{ds} = z_n; \quad \frac{dW}{ds} = T.$$

Известно, что интегральное решение уравнения (10) можно покрыть семейством характеристик, причем любая характеристическая кривая, определяемая уравнениями (11) и имеющая общую точку с многомерной интегральной поверхностью, целиком лежит на этой поверхности.

Из характеристик (11) находим:

$$ds = c_1 \frac{dz_1}{z_1} + c_2 \frac{dz_2}{z_2} + \dots + c_n \frac{dz_n}{z_n}. \quad (12)$$

Также из уравнений (11) вытекает соотношение, которое связывает между собой элементарные изменения эмпирической меры  $W$  и величины  $s$ :

$$ds = \frac{dW}{T}. \quad (13)$$

Интегрируя уравнение (12) в окрестности состояния  $M$  и считая величины  $c_k$  условно постоянными, представим интеграл в виде:

$$s - s_0 = c_1 \ln \left( \frac{z_1}{z_{1_0}} \right) + \dots + c_n \ln \left( \frac{z_n}{z_{n_0}} \right). \quad (14)$$

Обычно величину  $s$  определяют как энтропию, исходя из аналогий с термодинамикой. Энтропия является характеристической функцией пространства состояний  $E^n$ , и как следует из уравнений (11), в параметрическом представлении является длиной дуги векторной линии некоторого поля направлений, порожденного скалярным полем эмпирической меры  $W$  [9, 14].

Этот вывод вытекает из вида уравнения (10) и его решений. Известно, что соответствующее поле направлений имеет вид:

$$\Gamma(z_1, \dots, z_n) = \frac{z_1}{nc_1} \mathbf{e}_1 + \frac{z_2}{nc_2} \mathbf{e}_2 + \dots + \frac{z_n}{nc_n} \mathbf{e}_n, \quad (15)$$

где  $\mathbf{e}_k$  – единичные векторы, направленные соответственно по осям координат  $z_1, z_2, \dots, z_n$  пространства  $E^n$ . Векторные линии данного поля будут определяться уравнениями вида (11).

Для вектора  $\Gamma$  существует семейство поверхностей, ортогональных к линиям энтропии  $s$ . Уравнение таких поверхностей определяется из скалярного произведения  $(\Gamma \cdot \mathbf{e}) = 0$ , где  $\mathbf{e} = \mathbf{e}_1 dz_1 + \mathbf{e}_2 dz_2 + \dots + \mathbf{e}_n dz_n$  – вектор, лежащий в касательной плоскости к исходной поверхности. Это уравнение в развернутом виде приводит к соотношению:

$$\frac{z_1}{c_1} dz_1 + \frac{z_2}{c_2} dz_2 + \dots + \frac{z_n}{c_n} dz_n = 0, \quad (16)$$

которое также является уравнением Пфаффа. Пфаффовая форма, стоящая в левой части уравнения (16), при постоянных величинах  $c_k$  в окрестности произвольной точки  $M$  является полным дифференциалом. Поэтому из уравнения (16) может быть определен потенциал  $U = U(z_1, z_2, \dots, z_n) = C$ , который представляет собой поверхность, ортогональную векторным линиям энтропии:

$$U = \frac{1}{2} \left( \frac{z_1^2 - z_{1_0}^2}{c_1} + \frac{z_2^2 - z_{2_0}^2}{c_2} + \dots + \frac{z_n^2 - z_{n_0}^2}{c_n} \right). \quad (17)$$

Потенциал в опорном состоянии принят равным нулю  $U(z_{1_0}, z_{2_0}, \dots, z_{n_0}) = 0$ .

Таким образом, создание феноменологических моделей объектов в пространствах состояний может быть основано на постулировании существования скалярного поля некоторой эмпирической меры  $W$  и описании изменений состояний через связь величин  $W$  и  $T$  вида  $dW = c_i dT$ . Величины  $c_i$  определяются по темпоральным массивам данных, характеризующим изучаемый класс объектов. Кроме того, в зависимости от той или иной эмпирической меры  $W$  и принятой меры схожести  $T$ , можно предложить различные виды энтропий и потенциалов состояния для решаемой задачи. Энтропия является характеристической функцией пространства состояний и общим интегралом уравнения Пфаффа вида (6). Между различными интегралами уравнения Пфаффа, которых бесконечное множество, можно искать взаимосвязи в виде регрессионных зависимостей.

Согласно (11) энтропия является параметром векторной линии, направление которой в точке  $M$  совпадает с направлением вектора  $\Gamma$ . Поэтому в параметрическом представлении энтропия является длиной дуги векторной линии этого поля направлений. В свою очередь, легко показать, что вектор  $\Gamma$

является градиентом потенциала  $U(z_1, z_2, \dots, z_n)$ , который представляется в виде (17).

Покажем, что при справедливости приведенных выше гипотез, для континуальных пространств состояний могут существовать фундаментальные балансовые закономерности в форме закона сохранения «энергии». Однако получаемые соотношения будут отражать особенности предметной области и определяемые при этом зависимости только математически соответствуют принятым в термодинамике. Используемые величины, на основе которых формируется закон сохранения, будут нести в себе содержание, которое коренным образом отличается от представлений энергетической концепции.

Чтобы установить общее уравнение сохранения в принятом в физике виде, для наглядности изучим сложную систему, состояния которой характеризуются двумя переменными и одной эмпирической мерой. Рассмотрим континуальное пространство с двумя переменными состояниями, в котором мера схожести состояний объектов и дифференциал энтропии для любой точки  $M$  согласно (8) и (12) могут быть представлены в виде:

$$T = \frac{z_1 z_2}{z_{10} z_{20}}, \quad ds = c_1 \frac{dz_1}{z_1} + c_2 \frac{dz_2}{z_2}. \quad (18)$$

Сделав обозначение  $R = z_{10} z_{20}$ , определим изменение величины  $dW = T ds$  в соответствии с (13), тогда:

$$dW = T \left( c_1 \frac{dz_1}{z_1} + c_2 \frac{dz_2}{z_2} \right) = \frac{1}{R} (c_1 z_2 dz_1 + c_2 z_1 dz_2).$$

Преобразуя данное уравнение, получим следующую зависимость:

$$dW = T ds = du + \frac{z_2 \cdot dz_1}{R}, \quad (19)$$

где величина  $du$  равна:

$$du = \frac{1}{R} (c_1 z_2 dz_1 + c_2 z_1 dz_2) - \frac{1}{R} z_2 dz_1.$$

Применяя к величине  $du$  признак Эйлера для пфаффовых форм, получим, что  $du$  является полным дифференциалом (функцией состояния) при выполнении условия:

$$c_1 - c_2 = 1. \quad (20)$$

Видно, что в этом случае  $du = c_2 dT$ , т.е.  $u$  зависит только от меры схожести  $T$ .

В результате данного простого вывода для континуального пространства и меры схожести состояний (18) получены логические аналоги уравнения сохранения энергии и уравнения Майера в термодинамике для безразмерных переменных в виде соотношений (19) и (20). Следует отметить, что полученные соотношения справедливы для любых континуальных пространств состояний систем

независимо от природы изучаемых данных. При этом уравнение (19) нельзя рассматривать как уравнение сохранения энергии в обычном физическом представлении. Величина  $u$  является математической функцией, характеризующей изменение состояния объекта по отношению к полю функции  $T$ , как меры схожести состояний.

Справедливость уравнения вида (19) также можно оценить по имеющимся опытным данным. В работе [9] аналогичные соотношения были получены для многомерных систем. При этом величина  $u$  названа трансергией (лат. *trans* – за, через + гр. *energela* – действие, сила). Этим подчеркивалось отличие данной величины от общепринятого понятия энергии в естествознании, так как величина  $u$  будет носить свой специфический характер для определенного класса систем и каждой комбинации изучаемых показателей  $z_k$ .

Использование предложенных методов проиллюстрируем на примере получения уравнений состояний и зависимостей для оценки сходства биологических объектов и получения феноменологических моделей.

### **Феноменологические модели состояний биологических объектов**

Будем использовать базу данных AnAge [17] для получения уравнений состояний и соотношений для оценки сходства биологических видов. В качестве переменных состояния биологических видов используем следующие величины из базы AnAge:

- продолжительность жизни в неволе, максимальная  $z_1$ , лет;
- вес взрослой особи  $z_2$ , кг;
- уровень метаболизма  $z_3$ , Вт;
- женская зрелость  $z_4$ , дней;
- мужская зрелость  $z_5$ , дней.

Надо отметить, что это наиболее изученные показатели, для которых существуют достоверные данные для многих видов животных [17]. Статистические характеристики показателей для биологических видов позвоночных животных приведены в таблице 1. Из данных таблицы следует вывод о большом разбросе в значениях биологических показателей видов позвоночных животных. Также видно, что важный показатель уровня метаболизма достоверно установлен всего для 15% всех видов, представленных в базе AnAge.

В качестве первого опорного объекта (точка  $M_0$ ) при построении линейной шкалы менсуры выберем биологическое состояние вида домовая мышь (*Mus musculus*), которая является одним из самых многочисленных

представителей млекопитающих и наиболее изученным модельным животным. Основные биологические показатели домашней мыши равны:  $z_1 = 4$  лет;  $z_2 = 0,0205$  кг;  $z_3 = 0,271$  Вт.

В качестве второй опорной точки  $M'_0$  примем биологическое состояние вида серая крыса (*Rattus norvegicus*). Данный вид находится в стадии расцвета, распространен в антропогенной среде и разводится в большом количестве в качестве домашних и лабораторных животных. Биологические показатели серой крысы равны:  $z_1 = 3,8$  лет;  $z_2 = 0,300$  кг;  $z_3 = 1,404$  Вт.

При анализе данных используем комбинации показателей из последовательности величин  $z_1, \dots, z_5$ . Построим прямую линию между состояниями  $M_0$  и  $M'_0$ , определим длину полученного отрезка согласно (2) и разобьем данный отрезок на 100 равных частей. В результате имеем эталон одного градуса ( $1^\circ M$ ), равный длине  $\sigma$  элементарного отрезка.

После выполненных операций, связанных с построением шкалы, было найдено значение менсуры для опорной точки  $M_0$ , которое, например, для состояния, определяемого показателями  $z_1, z_2, z_3$ , равно  $338,62^\circ M$ . Результаты оценки биологических видов по созданной шкале относительных сравнений для состояний, характеризующихся показателями  $z_1, z_2, z_3$ , сведены в таблицу 2.

Некоторые из полученных уравнений состояний для различных комбинаций показателей видов приведены в табл. 3 и на рисунке 2. Коэффициенты множественной корреляции регрессионных зависимостей имеют высокие значения, что позволяет сделать вывод о справедливости принципа соответственных состояний для изучаемого класса объектов.

На основе представленных в таблице 3 уравнений величины

$$s_\theta = c_1 \ln \left( \frac{z_1}{z_{1_0}} \right) + c_2 \ln \left( \frac{z_2}{z_{2_0}} \right) + c_3 \ln \left( \frac{z_3}{z_{3_0}} \right), \quad (21)$$

$$s_{\theta,k} = c_k \ln(z_k / z_{k_0})$$

можно рассматривать как эмпирические энтропии, определенные по эмпирической мере, в качестве которой принята менсура состояний биологических объектов.

### **Взаимосвязь энтропий для различных эмпирических мер**

Теперь сформулируем некоторые положения теории, исходя из взаимосвязи различных эмпирических мер. Для примера состояния объектов будем определять тремя показателями: продолжительностью жизни

(максимальная)  $z_1$ , весом взрослой особи  $z_2$  и уровнем метаболизма  $z_3$ . Данные показатели характеризуют термодинамику биологических процессов и далее будут использоваться при анализе биологических циклов.

Будем считать, что состояние объекта характеризуется как совокупностью показателей  $z_k$ , так и совместным событием  $A$  наблюдения этих показателей [14]. В этом случае можно использовать две эмпирические меры для характеристики каждого состояния – менсуру  $W_\theta = \theta$  и меру  $W_w = w$  в виде статистической вероятности  $w$  наблюдения события  $A$ . Вероятности  $w$  определяются алгоритмически, исходя из оценки относительных частот наблюдения точек в выделенных областях группирования данных [9, 14].

Каждой эмпирической мере будет соответствовать понятие специфического вида энтропии. Именно в этом заключается сущность представлений об различных энтропиях. Если для некоторого класса систем можно выдвинуть гипотезу существования эмпирических мер как величин, комплексно характеризующих состояния объектов, то возможно обоснование принципа существования энтропий и установление связи их между собой [26].

Свяжем алгоритмически полученную вероятность  $w$  с распределениями переменных  $z_1, z_2, z_3$  в массиве опытных данных. В результате имеем регрессионную зависимость вероятности от энтропии состояния (рис. 3, а):

$$\text{Pr} = -2,089 + s_w; \quad w = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\text{Pr}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt, \quad (22)$$

$$s_w = 0,782 \ln \left( \frac{z_1}{z_{1_0}} \right) + 0,004 \ln \left( \frac{z_2}{z_{2_0}} \right) + 0,340 \ln \left( \frac{z_3}{z_{3_0}} \right),$$

где –  $s_w$  эмпирическая энтропия,  $\text{Pr}$  – пробит вероятности. Коэффициент корреляции составил 0,98, средняя относительная ошибка равна 7,9%. Аналогичным образом, связь между энтропиями  $s_w$  и  $s_\theta$  для состояний биологических видов имеет вид:

$$s_w = -0,165 + 1,204 \cdot s_\theta. \quad (23)$$

При этом коэффициент корреляции составил 0,96, результаты обработки данных представлены на рисунке 3,б.

### **Темпоральность процессов и биологические циклы**

Развитие теоретической биологии на уровне онтогенеза практически не связано с изучением реальных биологических циклов, определяющих процессы преобразования энергии. Попытаемся затронуть этот очень не простой проблемный вопрос.

Таблица 1. – Статистические характеристики показателей биологических видов позвоночных животных

№ п.п.	Показатель	Количество видов	Среднее значение	Минимум	Максимум	Среднеквадр. отклонение
1	Максимальная продолжительность жизни в неволе, лет	3756	19,24	0,04	400,0	17,89
2	Вес взрослой особи, кг	2942	218,8	0,0005	136000	3675,3
3	Уровень метаболизма, Вт	627	11,8	0,00010	2336,5	97,51
4	Женская зрелость, дней	2075	984,0	3	16060	1220,1
5	Мужская зрелость, дней	1701	915,7	3	9855	987,0

Таблица 2. – Значения менсуры  $\theta$  для показателей  $z_1, z_2, z_3$ , характеризующих состояние биологических видов

№ п.п.	Название животных	Класс	Род	Вид	Менсура $\theta$ , °M
1	Американский аллигатор	Рептилии	Alligator	mississippiensis	14093,3
2	Зеленая ящерица	Рептилии	Lacerta	viridis	844,6
3	Индийский питон	Рептилии	Python	molurus	3073,5
4	Американская жаба	Земноводные	Anaxyrus	americanus	3040,5
5	Лесная лягушка	Земноводные	Lithobates	sylvaticus	422,3
6	Тростниковая жаба	Земноводные	Rhinella	marina	2094,6
7	Пятнистая саламандра	Земноводные	Ambystoma	maculatum	2702,7
8	Каллиопский коллибри	Птицы	Stellula	calliope	591,2
9	Стриж	Птицы	Apus	apus	1782,5
10	Западная чайка	Птицы	Larus	occidentalis	2878,9
11	Евразийский вальдшнеп	Птицы	Scolopax	rusticola	1322,0
12	Белый голубь	Птицы	Leptotila	verreaux	730,3
13	Лесной жаворонок	Птицы	Lullula	arborea	509,1
14	Европейский скворец	Птицы	Sturnus	vulgaris	1935,6
15	Домашняя канарейка	Птицы	Serinus	canaria	2027,1
16	Короткохвостая землеройка	Млекопитающие	Blarina	brevicauda	188,1
17	Домовая мышь	Млекопитающие	Mus	musculus	338,6
18	Полевка	Млекопитающие	Microtus	guentheri	331,6
19	Серая крыса	Млекопитающие	Rattus	norvegicus	343,1
20	Антилопа кана	Млекопитающие	Taurotragus	oryx	45236,0
21	Дикий кабан	Млекопитающие	Sus	scrofa	14252,5
22	Малая панда	Млекопитающие	Ailurus	fulgens	1697,0
23	Красная белка	Млекопитающие	Tamiasciurus	hudsonicus	839,0
24	Гиеновидная собака	Млекопитающие	Lycaon	pictus	3852,8
25	Рыжая лиса	Млекопитающие	Vulpes	vulpes	2168,7
26	Лев	Млекопитающие	Panthera	leo	16955,0
27	Ягуар	Млекопитающие	Panthera	onca	8964,4
28	Тигр	Млекопитающие	Panthera	tigris	15328,4
29	Азиатский слон	Млекопитающие	Elephas	maximus	333194,5
30	Человек	Млекопитающие	Homo	sapiens	10824,7

Таблица 3. – Уравнения состояния для биологических видов

Показатели видов	Кол-во видов	Значение $\theta$ в точке $M_0, ^\circ M$	Уравнение состояния	Коэффициент корреляции
$z_1, z_2, z_3$	546	338,62	$\theta = 323,45 \left(z_1/z_{1_0}\right)^{0,951} \left(z_2/z_{2_0}\right)^{0,064} \left(z_3/z_{3_0}\right)^{0,041}$	0,96
$z_1, z_2$	2456	1163,82	$\theta = 1096,6 \left(z_1/z_{1_0}\right)^{0,896} \left(z_2/z_{2_0}\right)^{0,101}$	0,95
$z_2, z_3$	545	23,23	$\theta = 20,23 \left(z_2/z_{2_0}\right)^{0,346} \left(z_3/z_{3_0}\right)^{0,564}$	0,99
$z_1, z_3$	531	351,96	$\theta = 344,85 \left(z_1/z_{1_0}\right)^{0,983} \left(z_3/z_{3_0}\right)^{0,085}$	0,97

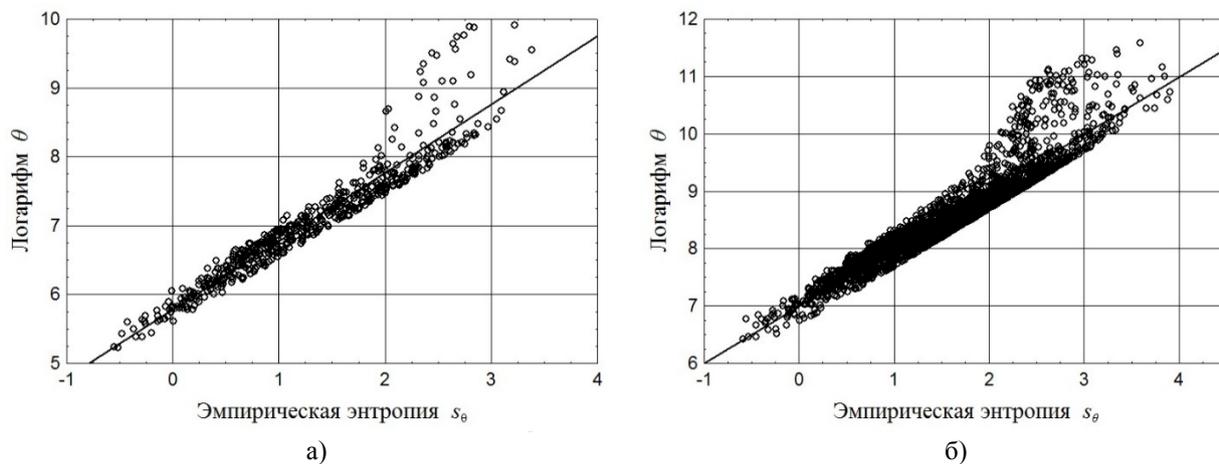


Рисунок 2. – Уравнения состояний биологических видов:  
а) показатели  $z_1, z_2, z_3, s_\theta = 0,951 \cdot \ln(z_1/z_{1_0}) + 0,064 \cdot \ln(z_2/z_{2_0}) + 0,041 \cdot \ln(z_3/z_{3_0})$ ;  
б) показатели  $z_1, z_2, s_\theta = 0,896 \cdot \ln(z_1/z_{1_0}) + 0,101 \cdot \ln(z_2/z_{2_0})$

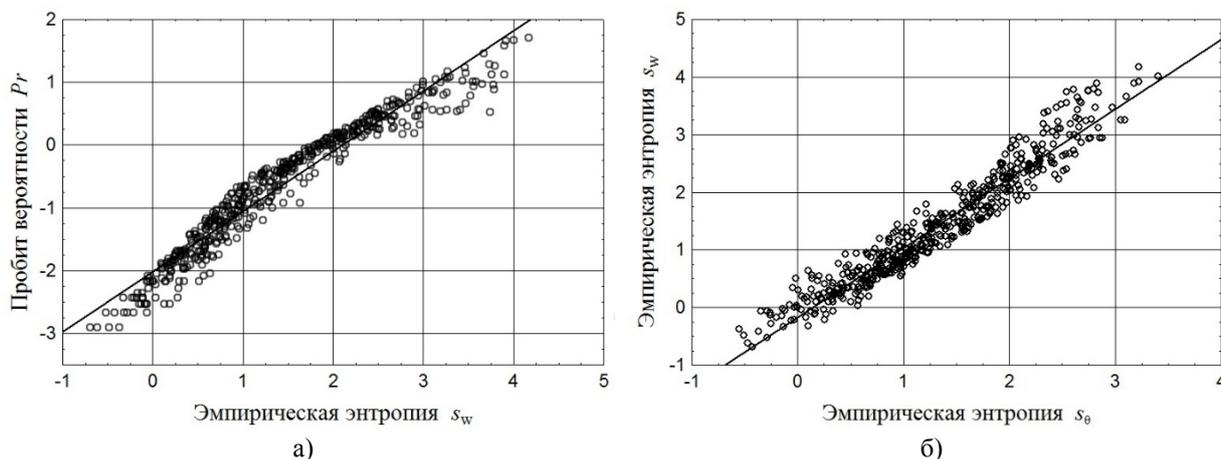


Рисунок 3. – Взаимосвязь энтропий для различных эмпирических мер:  
а) зависимость величин согласно (22); б) связь эмпирических энтропий согласно (23)

Все становление термодинамики как науки было представлено необходимостью изучения тепловых машин. Однако, если на практике, выполнение термодинамических циклов в своей сути предусматривает нагревание и охлаждение рабочего вещества, то биологические циклы только косвенно связаны с динамикой наблюдаемой температуры

организма. Поэтому многие представления об обратимых и необратимых термодинамических процессах, источниках тепла, полезной работе и коэффициентах полезного действия циклов и т.п., непосредственно связанных с температурой, в данном случае не применимы. Не очень в этом вопросе помогают и положения химической термодинамики.

Несмотря на это, ряд авторов выдвигают гипотезы о существовании на макроуровне определенного сходства между процессами преобразования энергии в тепловых машинах и биологических системах. При моделировании это сходство заключается не в формальном переносе термодинамических понятий в новую область исследований, а в логике применения феноменологических моделей при описании процессов преобразования энергии в биологических системах.

Обобщение известных принципов соответственных состояний и существования энтропии приводит к выводу о возможности изложения законов сохранения энергии и возрастания энтропии по отношению к системам различной природы [9, 10, 16]. Однако эти законы могут рассматриваться только как общие феноменологические положения и в каждой предметной области они будут иметь свою специфику и свое опытное обоснование.

Выдвинем гипотезу, что единственно возможной формой существования биологического организма является темпоральный жизненный процесс в виде непрерывного цикла изменения его состояния.

В данном исследовании придерживаемся энергетической концепции получения работы. Под работой будем понимать полезные формы передачи энергии, направленные на формирование различных материальных движений, которые обеспечивают функционирование биологической системы: механические движения; процессы биосинтеза и жизнедеятельности; воспроизводство массы тела; работа систем кровообращения и дыхания; высшая нервная деятельность и т.д. В рамках энергетической концепции в качестве биосистемы, использующей или производящей работу, будем понимать объект, который может на протяжении всей своей жизни осуществлять непрерывное и циклическое преобразование некоторого воздействия (или взаимодействия) в определенный вид полезной работы. При этом различные виды работы будем рассматривать как формы передачи энергии.

Исходя из вышесказанного, считаем, что биологическая система всегда реализует сложный процесс непрямого преобразования энергии. Это значит, что система функционирует за счет преобразования энергии в форме непрерывного темпорального процесса. При этом необходимым условием является монотонное знакопеременное изменение параметров состояния объекта во времени. Поэтому при описании энергетических процессов температура в классическом

определении этого показателя не может быть использована, так как во многих биологических системах эта величина подвержена слабым изменениям. Кроме того, понятие температуры изначально введено для комплексного сравнения состояний термодинамических систем неживой природы и не может в своей сути быть мерой для сравнения состояний объектов живой природы. Проще говоря, нельзя вести сравнение состояний биологических систем по отношению к объектам неживой природы, например, по отношению к состояниям идеального газа. Сравнить между собой можно только объекты одного класса.

Также считаем, что функционирующая биологическая система всегда осуществляет круговой процесс при взаимодействии с окружающей средой за счет циклического изменения переменных состояния – массы, метаболизма, интенсивности потребления кислорода и т.д. Обязательный периодический характер претерпеваемых объектом изменений состояния придает его функционированию специфический характер и является сущностью биологической жизни.

Для описания энергетических циклов позвоночных животных будем использовать переменные состояния: вес (масса) взрослой особи  $m$  (кг) и удельная интенсивность метаболизма  $q$  (Вт/кг), а также показатель времени  $\tau$  (сек), который представим в виде текущей продолжительности жизни на интервале от момента рождения до момента смерти организма. Переменные состояния приняты, исходя из существующих единиц измерения величин  $m, q, \tau$  которые позволяют для величины  $E = m \cdot q \cdot \tau$  получить единицу измерения энергии (джоуль).

Процессы, составляющие биологические циклы, которые связаны с преобразованием энергии, могут быть изображены в различных диаграммах (рис. 4).

На рисунке 4, а процесс развития объекта в переменных состояния вес – удельная интенсивность метаболизма – время приведен в виде циклической спирали во времени.

Масса и метаболизм организма меняются в течении жизни, исходя из суточных, сезонных и возрастных изменений, поэтому витки будут иметь сложную циклическую форму с шагом спирали равным одним суткам или некоторому характерному периоду жизнедеятельности организма. Проекцию одного витка на плоскость  $mOq$  условно можно представить в виде диаграммы, приведенной на рис. 4, б.

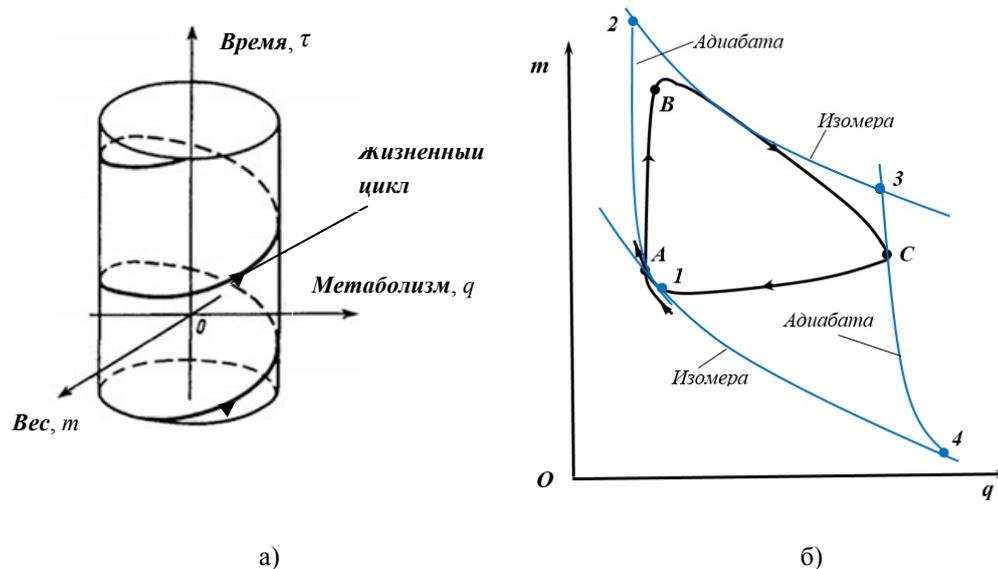


Рисунок 4. – Диаграммы биологических циклов в координатах:  
а) вес – интенсивность метаболизма – время; б) вес – интенсивность метаболизма

В некоторый начальный момент цикла (точка  $A$ ) биологический организм (животное) массой  $m_a$  находится в состоянии бодрствования (в покое). В течении определенного промежутка времени объект потребляет пищу массой  $\Delta m$  (процесс  $AB$ ). В данном процессе растет биологически активная масса и несколько возрастает метаболизм за счет так называемого «термического эффекта пищи» (на 5 – 10 %). Далее в процессе переработки пищи ее активная масса будет уменьшаться, а метаболизм  $q$  должен возрастать. Условно считаем, что этот процесс осуществляется в течении всего периода бодрствования организма (процесс  $BC$ ). Для того чтобы завершить циклический процесс требуется уменьшение интенсивности метаболизма, поэтому необходим обязательный процесс перехода в состояние покоя (сна), когда переменные состояния снижаются и принимают исходные значения, наблюдаемые в начале цикла (процесс  $CA$ ). Условно примем, что процесс  $CA$  во времени соответствует процессу сна животного. После возврата в точку  $A$  цикл жизнедеятельности повторяется, переходя на следующую ветку спирали (рис. 4, а).

Чередование периодов активности и покоя происходит у всех живых существ. В том или ином виде сон наблюдается также у всех позвоночных. Интенсивность метаболизма в состоянии сна животного снижается по отношению к состоянию покоя. Экспериментальных данных по этому факту не очень много, однако имеется информация, что величина снижения для крупных млекопитающих в среднем составляет 10 – 15 %. В течение жизни интенсивность

метаболизма возрастает до момента зрелости (приблизительно 1/3 продолжительности жизни), потом поддерживается постоянной и к концу жизни снижается на 15 – 20%.

Данное описание биоэнергетического цикла в определенной степени условно, однако знакопеременное изменение значений переменных состояния для жизнедеятельности организма обязательно. Таким образом, биологический организм в процессе жизни должен развиваться циклично по отношению к средним значениям переменных состояния, совершая тем самым знакопеременный темпоральный процесс. Очевидно, что основная феноменологическая закономерность жизни – это циклическая темпоральность процессов функционирования организмов.

Таким образом, одной из важнейших особенностей циклических изменений в состоянии биологического объекта является то, что количество энергии, получаемое им от окружающей среды, идет частично на совершение работы и аккумуляцию энергии, а частично возвращается в окружающую среду в виде тепла и отходов переработанной пищи. Сам живой организм и потребляемую им пищу будем рассматривать как биологически активную массу, связанную с получением различных видов энергии. Все это позволяет представить уравнение энергетического баланса организма в классическом виде:

$$E' = L + E'' \quad (24)$$

где  $E'$ ,  $E''$  – соответственно количество энергии, полученное из окружающей среды и отданное окружающей среде в каком-либо виде;  $L$  – полезная работа различных форм, идущая на функционирование организма.

Таким образом, также как и в физической системе, производящей работу, в биологическом организме в целом может быть полезно использована только часть энергии, полученной из окружающей среды. Поэтому по аналогии с термодинамикой введем понятие коэффициента полезного действия цикла (к.п.д.):

$$\eta = \frac{L}{E'} = 1 - \frac{E''}{E'}, \text{ или } \eta = \frac{l}{e'} = 1 - \frac{e''}{e'}, \quad (25)$$

где величины  $l, e', e''$  выражаются в удельном виде в единицах мощности (Вт).

Изучение биологического организма как энергетической системы в теоретической постановке приводит к выводу, что предпосылкой реализации непрерывного циклического процесса преобразования различных видов энергии в работу является переход энергии с высокого качественного уровня на более низкий уровень, т.к.  $E'' < E'$ .

Получим уравнение состояния биологических объектов относительно переменных  $m$  и  $q$  в виде:

$$\theta = 20,70 (m/m_0)^{0,932} (q/q_0)^{0,628} \quad (26)$$

Величина  $\theta$  определялась относительно веса  $z_2$  и интенсивности метаболизма  $z_3$  согласно описанной ранее методики и с учетом



зависимости (2). Значения показателей (вес  $m$  и удельная интенсивность метаболизма  $q$ ) в опорной точке для домашней мыши составляют  $m_0 = 0,0205$  кг и  $q_0 = 13,22$  Вт/кг. Коэффициент множественной корреляции зависимости (26) составил 0,99, результаты обработки данных для позвоночных животных приведены на рис. 5, а.

В геометрических представлениях уравнение (26) указывает на то, что в координатах  $\theta, m, q$  существует поверхность  $\theta = \theta(m, q)$ , причем все состояния биообъектов принадлежат этой поверхности.

Аналогичным образом на основе имеющихся данных найдем эмпирическое уравнение для трансергии вида (19):

$$T \Delta s = c_2 \Delta T + 5,671 \frac{q}{R} \Delta m - 20,952, \quad (27)$$

где  $\Delta m = m - 0,0205$  кг;  $\Delta T = T - 1,0$ ;  $R = 0,271$  Вт;  $c_2 = 0,628$ . Энтропия в опорной точке принята равной нулю. Для данного уравнения коэффициент корреляции составил 0,99, результаты обработки данных приведены на рис. 5, б. Уравнение (27) справедливо для всего множества биологических видов, для которых имеются данные по весу и интенсивности метаболизма (всего 546 видов).

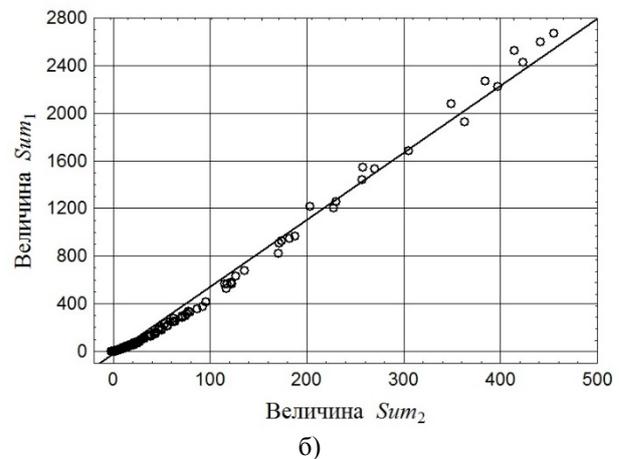


Рисунок 5. – Феноменологические зависимости для биологических видов относительно веса и удельной интенсивности метаболизма: а) уравнение состояния,  $s = 0,932 \ln(m/m_0) + 0,628 \ln(q/q_0)$ ;

б) уравнение (27), где  $Sum_1 = T \Delta s - c_2 \Delta T$ ,  $Sum_2 = (q/R) \Delta m$

Полученные зависимости по аналогии с [27] позволяют установить соотношения для определения к.п.д биологических циклов. Для этого будем использовать зависимость (26) и уравнение (27) в дифференциальной форме:

$$T ds = c_2 dT + 5,671 \frac{q}{R} dm. \quad (28)$$

В отличие от термодинамики технических устройств для биоэнергетических циклов не изучены основные процессы изменения состояний объектов, которые могут характеризовать данные циклы. Поэтому будем

изучать биоэнергетические циклы, исходя из возможного получения максимальной работы.

Примем гипотезу, что биологический цикл (рис. 4, а) относится к определенному организму, состояния которого подчиняются уравнению (26). Тогда в координатах  $\theta, m, q$  точки состояний организма будут принадлежать поверхности  $\theta = \theta(m, q)$ . Исходя из этого, замкнутая кривая цикла будет охватывать некоторую площадь  $S$ , которая геометрически представляет работу цикла.

Данная площадь  $S$  будет максимальной в интервале минимальных  $\theta_I$  и максимальных  $\theta_{II}$  значений эмпирических мер. Поэтому теоретически цикл, ограниченный линиями  $\theta_I = const$  и  $\theta_{II} = const$  будет иметь максимальную работу. Для кривых процессов, так как эмпирические меры постоянны, имеем  $d\theta = T ds = 0$ . Поэтому кривые будут являться адиабатами, для которых  $d\theta = 0$  и  $ds = 0$ .

Из уравнения (28) при условии  $d\theta = 0$  имеем  $5,671 \frac{q}{R} dm = -c_2 dT$ , откуда с учетом принятой меры схожести получим:

$$\left(\frac{m_k}{m_n}\right)^v = \frac{T_n}{T_k}, \quad v = 5,671/c_2 = 9,025. \quad (29)$$

Здесь индексы 'н' и 'к' относятся к начальному и конечному состоянию процесса.

Рассмотрим уравнение (28), исходя из имеющихся составляющих. Если величину  $d\theta = T ds$  принять за количество энергии, поступающее в результате темпорального процесса, то слагаемое  $du = c_2 dT$  можно рассматривать как часть энергии, идущую на аккумуляцию, а слагаемое  $dl = 5,671(q/R)dm$  – как полезную работу. Величина  $u$  является функцией состояния, непосредственно связанной с мерой схожести  $T$ . В случае, если в организме отсутствует аккумуляция энергии (или расходование накопленной энергии), то вся поступающая энергия будет идти на совершение работы. Для процесса, отличающегося постоянным значением меры схожести  $T$ , уравнение (28) будет иметь вид  $d\theta = T ds = 5,671(q/R)dm$ . Отсюда изменение энергии (Вт) может быть выражено в виде  $de' = RT ds$ , а изменение работы (Вт) –  $dl = \alpha q dm$ . Величину  $\alpha = 5,671$  можно считать коэффициентом эквивалентности между различными формами передачи энергии в биоэнергетических процессах у животных.

Таким образом, также как и в термодинамике рабочих циклов, энергетический цикл состоящий из двух адиабат и двух изомер схожести состояний будет иметь максимальную полезную работу.

Для процесса  $T = const$  согласно (28) и  $T = mq/R$  получим  $de' = RT dm/m$  откуда:

$$e_k - e_n = \alpha RT \ln(m_n/m_k). \quad (30)$$

Используя зависимости (29) и (30), по аналогии с известным выводом [27, стр. 53–54] для цикла 1-2-3-4, изображенного на рисунке 4, б получим известное выражение для к.п.д. энергетического цикла Карно:

$$к.п.д. = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = \frac{T_a - T_s}{T_a}. \quad (31)$$

Здесь условно принято, что в состоянии максимальной активности (максимальный обмен,  $q_m$ )  $T_2 = T_a$ , а в состоянии покоя (стандартный обмен,  $q_s$ )  $T_1 = T_s$ . Отметим, что факт о наблюдаемости у биоорганизмов цикла 1-2-3-4 сегодня не изучен.

Таким образом, к.п.д. теоретического цикла в виде двух адиабат и двух изомер схожести состояний, который может реализовать максимальную полезную работу, зависит только от значений меры схожести  $T$  состояний организма при бодрствовании и покое  $T_a$  и  $T_s$ . При этом к.п.д. любого реального энергетического цикла биообъекта всегда меньше данного теоретического цикла.

Оценим теоретически возможное значение к.п.д. энергетических циклов для различных биологических видов. Известно, что величина максимального обмена  $q_m$  определяется уровнем стандартного обмена  $q_s$ , а отношение этих величин является универсальной константой (так называемый метаболический диапазон), одинаковой для различных основных групп животных  $(q_m/q_s) = D_m = const$ . Согласно данным [3] метаболический диапазон для всех животных равен  $D_m = 9,6 \pm 0,3$ . В свою очередь, данные по потреблению пищи животными существенно отличаются у различных авторов. Поэтому к.п.д. энергетических циклов биологических организмов можно получить только в виде оценочных значений. Например, по оценкам разнообразное количество пищи, потребляемое человеком весом 70 кг, составляет 2–2,5 кг в сутки, а удельная интенсивность метаболизма 1,3–1,6 Вт/кг. В состоянии покоя интенсивность метаболизма человека составляет 97–110 Вт, а при активной физической нагрузке достигает 800–1200 Вт. Отсюда значение к.п.д. с учетом (31) составит 0,85–0,90. Результаты оценок для некоторых позвоночных животных приведены в таблице 4.

Из таблицы следует, что для позвоночных животных к.п.д. теоретического цикла с максимально возможной работой имеет достаточно высокое значение. Также видно, что чем меньше вес животного, тем выше значение данного коэффициента. Коэффициент полезного действия существенно зависит от значения интенсивности метаболизма в активном состоянии по отношению к состоянию стандартного обмена. Например, для человека при умеренной физической нагрузке (спокойная ходьба, интенсивность метаболизма 300–400 Вт) значение теоретического к.п.д. составит 0,75, а при высокой нагрузке – 0,90.

Поэтому для дальнейшего изучения на макроуровне энергообмена организма, исходя

из анализа реальных циклов, необходимы данные об изменениях состояний биообъектов в различных процессах. Важным является также проверка гипотезы, связанной с логическим обобщением уравнения (26), которое получено при обработке данных для множества видов, на отдельные биологические организмы.

Таблица 4. – Значения теоретически возможного к.п.д энергетических циклов для биологических видов

№	Название животных	К.п.д. цикла
1	Американский аллигатор	0,90 – 0,91
2	Зеленая ящерица	0,90 – 0,91
3	Лесная лягушка	0,91 – 0,92
4	Каллиоопский колибри	0,94 – 0,96
5	Стриж	0,92 – 0,93
6	Западная чайка	0,91 – 0,92
7	Белый голубь	0,91 – 0,92
8	Европейский скворец	0,91 – 0,92
9	Домашняя канарейка	0,92 – 0,93
10	Короткохвостая землеройка	0,95 – 0,97
11	Домовая мышь	0,91 – 0,92
12	Полевка	0,94 – 0,95
13	Серая крыса	0,90 – 0,91
14	Антилопа кана	0,89 – 0,90
15	Рыжая лиса	0,90 – 0,91
16	Лев	0,90 – 0,91
17	Тигр	0,90 – 0,91
18	Азиатский слон	0,90 – 0,91
19	Человек	0,85 – 0,90

В заключение, отметим, что в биологических системах, по аналогии с термодинамикой, могут существовать как прямые, так и обратные циклы. На рисунке 4,б представлен прямой биоэнергетический цикл животных, связанный с потреблением организмом массы пищи для производства энергии. Обратный биоэнергетический цикл потребления организмом высококачественной энергии для производства биомассы будет наблюдаться у растений.

### Выводы

В данной статье показано каким образом можно подойти к решению проблемы исследования биоэнергетических циклов на макроуровне. Особенностью предлагаемого подхода является отказ от использования понятия температуры как комплексной характеристики энергетических процессов в биологии. Это дает возможность предложить альтернативные величины в виде различных эмпирических мер для характеристики состояний объектов. Выбор таких мер на практике определяется рациональными соображениями и фактом построения оптимальной феноменологической модели.

При моделировании специфическое сходство между объектами живой и неживой

природы связано с темпоральной сущностью процессов изменения состояний объектов. При этом единственно возможной формой существования биологического организма является темпоральный процесс в виде некоторого непрерывного цикла изменения его состояния. Именно это позволяет получать работу в виде полезных форм передачи энергии для обеспечения функционирования организма на протяжении всей его жизни. Описание таких процессов должно основываться на феноменологических закономерностях, свойственных биологическим системам.

### Список литературы

1. Шредингер Э. Что такое жизнь? – М.: Изд-во иностранной литературы, 1947. – 150 с.
2. Анохин П.К. Принципиальные вопросы общей теории функциональных систем. – 1973. – 39 с. URL: <http://www.galactic.org.ua/Prostranstv/anoxin-7-1.htm> (30.07.2016).
3. Зотин А.И., Зотин А.А. Направление, скорость и механизмы прогрессивной эволюции. Термодинамические основы. – М.: Наука, 1999. – 432 с.
4. Wicken J.S. Evolution, Thermodynamics and Information. Oxford: Univ. Press. 1987, 243 p.
5. Brooks D.R., Wiley E.O. Evolution as Entropy: Toward a Unified Theory of Biology. Chicago: Chicago Univ. Press. 1988, 415 p.
6. Encyclopedia of complexity and systems science / R.A. Meyers (Editor-in-chief). Berlin: Springer, 2009, 10370 p.
7. Econophysics and sociophysics: trends and perspectives /B.K. Chakrabarti, A. Chakraborti, A. Chatterie (eds.). Berlin: Wiley-VCH, 2006, 622 p.
8. Mathematical modeling of collective behavior in socio-economic and life sciences / G. Naldi, L. Pareschi, G. Toskani (eds.). Berlin: Springer, 2010, 438 p.
9. Аверин Г.В. Системодинамика. – Донецк: Донбасс, 2014. – 405 с. URL: <http://dSPACE.bsu.edu.ru/handle/123456789/17840> (28.07.2016).
10. Аверин Г.В. О принципе существования и законе возрастания энтропии в свете общесистемных представлений системодинамики // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе, № 1(8)–2(9). 2015. – С. 12–42.
11. Аверин Г.В., Звягинцева А.В. Некоторые принципы создания феноменологических теорий в предметных областях // Знания-Онтология-Теория (ЗОНТ-2015). Матер. междуна. конф. РАН: Сибирское отделение института математики им. С.Л. Соболева. Новосибирск. 2015. – С. 8–16.
12. Аверин Г.В. Реляционно-полевая модель времени // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе, № 1(4)–2(5). 2013. – С. 11–25.
13. Аверин Г.В., Константинов И.С., Звягинцева А.В. О континуальном подходе к модельному представлению данных // ВКИТ, № 10, 2016. – С. 47–52.

14. Звягинцева А.В. Вероятностные методы комплексной оценки природно-антропогенных систем / Под науч. ред. Г.В. Аверина. – М.: Спектр, 2016. – 257 с. URL: <http://dspace.bsu.edu.ru/handle/123456789/17837> (30.07.16).
15. Костенко Б.Б., Кузнецов С.Д. История и актуальные проблемы темпоральных баз данных // Citforum, 2007. URL: <http://citforum.ru/database/articles/temporal/> (30.07.16).
16. Звягинцева А.В., Аверин Г.В. Интегрирование отдельных многомерных уравнений Пфаффа, имеющих важное прикладное значение. Научные ведомости БелГУ. Сер. Математика. Физика, № 27 (248), вып. 45. – С. 102–114.
17. AnAge: The Animal Ageing and Longevity Database. <http://genomics.senescence.info/species/> (30.07.16).
18. Зотин А.И., Зотина Р.С. Феноменологическая теория развития, роста и старения организма. – М.: Наука, 1993. – 364 с.
19. Шмидт-Ниельсен К. Физиология животных. Приспособление и среда. В 2 кн. / Перевод с англ.; Под ред. Е.М. Крепса. – М.: Мир, 1982. – 416 с., 384 с.
20. Робертс Д. Теплота и термодинамика / Пер. с англ. под ред. Вукаловича М.П. – М.: изд. технико-теор. лит-ры, 1950. – 592 с.
21. Гухман А.А. Об основаниях термодинамики. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 383 с.
22. Мухелишвили Н.И. Курс аналитической геометрии. – М.: Вс. шк., 1967. – 655 с.
23. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. – М.: Физматгиз, 1959. – 473 с.
24. Эльсгольц Э.Э. Дифференциальное уравнение и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1969. – 424 с.
25. Кошляков И.С. Уравнения в частных производных математической физики. – М.: Вс. шк., 1970. – 712 с.
26. Звягинцева А.В., Аверин Г.В. О взаимосвязи статистической и информационной энтропии при описании состояний сложных систем. Научные ведомости БелГУ. Сер. Математика. Физика, 20(241). Вып. 44. – С. 105–116.
27. Кирилин А.В., Сычев В.В., Шейдлин А.Е. Техническая термодинамика. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 414 с.
- Information. Oxford: Univ. Press. 1987, 243 p.
5. Brooks D.R., Wiley E.O. Evolution as Entropy: Toward a Unified Theory of Biology. Chicago: Chicago Univ. Press. 1988, 415 p.
6. Encyclopedia of complexity and systems science / R.A. Meyers (Editor-in-chief). Berlin: Springer, 2009, 10370 p.
7. Econophysics and sociophysics: trends and perspectives / B.K. Chakrabarti, A. Chakraborti, A. Chatterie (eds.). Berlin: Wiley-VCH, 2006, 622 p.
8. Mathematical modeling of collective behavior in socio-economic and life sciences / G. Naldi, L. Pareschi, G. Toskani (eds.). Berlin: Springer, 2010, 438 p.
9. Averin G.V. Sistemodinamika [Systemdynamik]. Doneck, Donbass, 2014, 405 p. Available at: <http://dspace.bsu.edu.ru/handle/123456789/17840> (accessed July 30, 2016).
10. Averin G.V. O principe sushhestvovaniya i zakone vozrastaniya jentropii v svete obshhesistemnyh predstavlenij sistemodinamiki [On the principle of existence and the law of increase of entropy in the context of general-system representations of a systemdynamics]. Sistemnyj analiz i informacionnye tehnologii v naukah o prirode i obshhestve, no 1(8)–2(9). 2015: 12–42. (in Russian).
11. Averin G.V., Zviagintseva A.V. Nekotorye principy sozdaniya fenomenologicheskikh teorij v predmetnyh oblastyah [Some principles of creating phenomenological theories in subject areas]. Znaniya-Ontologii-Teorii (ZONT-2015). Mater. mezhdun. konf. RAN: Sibirskoe otделение instituta matematiki im. S.L. Soboleva. Novosibirsk. 2015: 8–16. (in Russian).
12. Averin G.V. Reljacionno-polevaja model' vremeni [Relational-field model for time representation]. Sistemnyj analiz i informacionnye tehnologii v naukah o prirode i obshhestve, no 1(4)–2(5). 2013: 11–25. (in Russian).
13. Averin G.V., Konstantinov I.S., Zviagintseva A.V. O kontinual'nom podhode k model'nomu predstavleniju dannyh [About continual approach to model data presentation]. VKIT, no 10, 2016: 47–52. (in Russian).
14. Zviagintseva A.V. Veroyatnostnye metody kompleksnoj ocenki prirodno-antropogennyh sistem [Probabilistic methods of a complex assessment of natural and anthropogenic systems] / Pod nach. red. G.V. Averina. Moscow, Spektr, 2016, 257. Available at: <http://dspace.bsu.edu.ru/handle/123456789/17837> (accessed July 30, 2016).
15. Kostenko B.B., Kuznecov S.D. Istorija i aktual'nye problemy temporal'nyh baz dannyh [History and actual problems of temporal databases]. Citforum, 2007. Available at: <http://citforum.ru/database/articles/temporal/> (accessed July 30, 2016).
16. Zviagintseva A.V., Averin G.V. Integrirovaniye otdel'nyh mnogomernykh uravnenij Pfaffa, imejushchih vazhnoe prikladnoe znachenie [Integration of separate multidimensional Pfaff equations having important applied value]. Nauchnye vedomosti BelGU. Ser. Matematika. Fizika, no 27 (248), Issue 45: 102–114. (in Russian).

### References (transliteration)

1. Shredinger Je. Chto takoe zhizn'? [What is life?]. Moscow, Izdatel'stvo inostrannoj literatury, 1947, 150 p. (in Russian).
2. Anohin P.K. Principial'nye voprosy obshhej teorii funkcional'nyh sistem [Principal issues of the general theory of functional systems]. 1973, 39 p. Available at: <http://www.galactic.org.ua/Prostranstv/anoxin-7-1.htm> (accessed July 30, 2016).
3. Zotin A.I., Zotin A.A. Napravlenie, skorost' i mehanizmy progressivnoj jevoljucii. Termodinamicheskie osnovy [Direction, speed and mechanisms of progressive evolution. Thermodynamic basics]. Moscow, Nauka, 1999, 432 p. (in Russian).
4. Wicken J.S. Evolution, Thermodynamics and

17. AnAge: The Animal Ageing and Longevity Database. Available at: <http://genomics.senescence.info/species/> (accessed July 30, 2016).
18. Zotin A.I., Zotina R.S. Fenomenologicheskaja teorija razvitiya, rosta i starenija organizma [Phenomenological theory of development, growth and aging of the body]. Moscow, Nauka, 1993, 364 p. (in Russian).
19. Shmidt-Niel'sen K. Fiziologija zhivotnyh. Prispoblenie i sreda [Animal physiology. Adaptation and environment]. V 2 kn. / Pervod s angl.; Pod red. E.M. Krepsa. Moscow, Mir, 1982, 416 p., 384 p.
20. Roberts D. Teplota i termodinamika [Heat and Thermodynamics] / Per. s angl. pod. red. Vukalovicha M.P. Moscow, izd. tehniko-teor. literatury, 1950, 592 p.
21. Guhman A.A. Ob osnovanijah termodinamiki [About the thermodynamics bases]. Moscow, Jenergoatomizdat, 1986, 383 p. (in Russian).
22. Mushelishvili N.I. Kurs analiticheskoj geometrii [Course of Analytical Geometry]. Moscow, Vs. shk., 1967, 655 p. (in Russian).
23. Stepanov V.V. Kurs differencial'nyh uravnenij [Course of differential equations]. Moscow, Fizmatgiz, 1959, 473 p. (in Russian).
24. Jel'sgol'c Je.Je. Differencial'noe uravnenie i variacionnoe ischislenie [Differential equation and calculus of variations]. Moscow, Nauka, 1969, 424 p. (in Russian).
25. Koshljakov I.S. Uravnenija v chastnyh proizvodnyh matematicheskoj fiziki [Partial Differential Equations of Mathematical Physics]. Moscow, Vsh. shk., 1970, 712 p. (in Russian).
26. Zviagintseva A.V., Averin G.V. O vzaimosvjazi statisticheskoj i informacionnoj jentropii pri opisani sostojanij slozhnyh system [The statistical information entropy relationship when describing the complex systems state]. Nauchnye vedomosti BelGU. Ser. Matematika. Fizika, 20(241). Issue 44: 105–116. (in Russian).
27. Kirilin A.V., Sychev V.V., Shejdlin A.E. Tehnicheskaja termodinamika [Technical thermodynamics]. Moscow, Jenergoatomizdat, 1983, 414 p. (in Russian).

*Аверін Г.В. «Про деякі феноменологічні закономірності біологічного життя». В статті показано, що застосування феноменологічних і термодинамічних методів аналізу даних спостережень стосовно безлічі біологічних об'єктів дозволяє обґрунтувати деякі уявлення щодо темпоральної суті біологічного життя. В першу чергу, мова йде про встановлення на рівні онтогенезу деяких загальних закономірностей, які б відрізнялися певним ізоморфізмом для циклічно функціонуючих об'єктів як живої, так і неживої природи. Подібні закономірності безпосередньо пов'язані з феноменом часу. Сформовано багатовимірний простір станів щодо показників біологічних об'єктів, запропоновані феноменологічні моделі для опису об'єктів в цьому просторі. Розроблено метод побудови вимірювальних шкал для порівняння станів об'єктів між собою виходячи з аналізу сукупності показників, і, зокрема, максимальної тривалості життя в неволі, ваги дорослої особини, рівня метаболізму і т.п. Використання запропонованих методів показано на прикладі одержання емпіричних рівнянь для оцінки схожості біологічних об'єктів на основі інформації бази даних видів хребетних тварин AnAge. Вивчено окремі енергетичні цикли процесів онтогенезу і сформульовано кілька феноменологічних закономірностей стосовно біологічних систем.*

**Ключові слова:** біологічні системи, ізоморфізм темпоральних процесів, принципи моделювання, феноменологічні закономірності

*Averin G. V. "On some phenomenological regularities of biological life". In this article it is shown that application of phenomenological and thermodynamic methods of the data analysis of observations in relation to a set of biological objects allows to prove some ideas of temporal essence of biological life. First of all, it is about establishment of some general regularities which differ in a certain isomorphism at the ontogenesis level in relation to cyclically functioning objects of both live and inanimate nature. Similar regularities are directly connected with time phenomenon. The multidimensional space of states concerning indicators of biological objects is formed, phenomenological models for the description of objects in this space are offered. The method of creation the measuring scales is developed for comparison of objects' states among themselves proceeding from the analysis of set of indicators, in particular, the maximum life expectancy in bondage, the weight of an adult individual, metabolism level, etc. Using the offered methods is shown on the example of receiving the empirical equations of states and dependences for assessment of biological objects' similarity on the basis of the database of vertebrates' types AnAge. At macrolevel some general consistent patterns which differ in a certain isomorphism relating to temporal processes of objects' state changing are determined in live and inanimate nature. Some power cycles of ontogenesis processes are studied. And some phenomenological regularities in relation to biological systems are formulated. The approach allowing to estimate theoretically the greatest possible efficiency of biopower cycles for some vertebrates is offered. Several debatable questions connected with the analysis of biopower cycles and required the solution in the theoretical and experimental plan is formulated.*

**Keywords:** biological systems, isomorphism of temporal processes, modeling principles, phenomenological regularities.

Статья поступила в редакцию 23.09.2016  
Рекомендована к публикации проф. А.Я. Аноприенко

## Системодинамика техносферы: технический прогресс и нооритмы

Анопrienко А.Я.

Донецкий национальный технический университет  
anoprien@gmail.com

*Анопrienко А.Я. «Системодинамика техносферы: технический прогресс и нооритмы». Системодинамика техносферы может рассматриваться как сочетание периодических и экспоненциальных закономерностей роста и развития объектов техники и общества. Основой периодической составляющей является модифицированная концепция волн Кондратьева, получившая название нооритмов. Суть модификации при этом заключается в привязке волн к 50-летним периодическим колебаниям с переменной амплитудой в пределах 500-летних периодов. Анализ большого объема исторических данных подтверждает целесообразность и достаточную продуктивность такой модели как минимум при рассмотрении развития техносферы на протяжении последних столетий. Рассматривается влияние периодических закономерностей на кривые роста в различных областях техники и впервые вводятся такие понятия как JJ-кривые и jJ-кривые, описывающие характерные изменения в динамике экспоненциальных процессов развития технических систем. Особый интерес представляют jJ-кривые, характерные для периодов перехода положительной полуволны нооритмов в отрицательную. Особенности формирования таких кривых достаточно ясно прослеживаются на примерах развития технических систем в автомобилестроении, авиации и космонавтике. Есть основания предполагать, что выявленные закономерности позволят в дальнейшем осуществлять более адекватное долгосрочное прогнозирование научно-технического прогресса и обеспечить надежное планирование развития сложных технических систем.*

**Ключевые слова:** системодинамика, техносфера, периодические процессы развития, экспоненциальный рост, закономерности развития технических систем, технический прогресс, нооритмы

### Введение

Данная публикация содержит новые результаты, связанные с уточнением закономерностей развития современной техносферы, и может рассматриваться как продолжение более ранних работ [1–5].

В частности, рассматривается влияние таких периодических закономерностей как волны Кондратьева ( $K$ -волны) на кривые роста в различных областях техники и впервые вводятся такие понятия как JJ-кривые и jJ-кривые, описывающие характерные изменения в динамике экспоненциальных процессов развития технических систем.

Анализ при этом проводится на основе предложенного автором обобщения и уточнения волн Кондратьева в виде концепции нооритмов [6–11] и на примерах развития на протяжении XX века технических систем в области автомобилестроения, авиации и космонавтики.

Одной из основных идей статьи является предположение о том, что выявленные на материалах XX века закономерности во многом будут определяющими для развития техносферы в XXI столетии и позволят повысить достоверность научно-технического прогнозирования и надежность долгосрочного планирования развития технических систем.

### J-образные кривые развития

Традиционно для описания динамики развития природных и технических систем используются S-образные кривые (или просто S-кривые), впервые предложенные в XIX веке бельгийским математиком Пьером Ферхюльстом для моделирования динамики численности населения. Соответствующее уравнение было им названо логистическим (причина использования им именно такого названия остается невыясненной), в связи с чем соответствующие кривые также иногда определяются как логистические (рис. 1, слева). К середине XX века S-кривые стали широко использоваться для описания динамики самых различных процессов развития, имеющих ресурсные ограничения. Уравнение кривой при этом имеет следующий вид:

$$\frac{dN}{dt} = rN \left( \frac{K - N}{K} \right), \quad (1)$$

где  $N$  – некоторое отслеживаемое значение, изменяющееся в соответствии с логистической кривой;  $K$  – предельное значение для  $N$ ;  $r$  – масштабный коэффициент.

На начальном этапе развития по S-траектории, когда текущее значение соответствующего критерия развития намного меньше предельного (при  $N \ll K$ , на рисунке 1

слева), кривая развития может рассматриваться как экспоненциальная, уравнение которой выглядит следующим образом:

$$\frac{dN}{dt} = rN. \quad (2)$$

Экспоненциальные траектории развития принято обозначать как  $J$ -кривые. Именно этот тип кривых развития, как будет показано далее, является наиболее типичным для технических систем. При этом в большинстве случаев экспоненциальные процессы не переходят в классические  $S$ -кривые, как это имеет место в большинстве природных и социально-экономических систем, а образуют специфические каскады  $J$ -кривых 2-х основных типов (рис. 1, справа):

- $JJ$ -кривые, когда развитие доходит до некоторого предельного для текущей  $J$ -кривой значения  $D$  и далее развитие идет в соответствии с новой  $J$ -кривой  $DE$ , как правило, существенной более пологой, чем предыдущая;

- $jJ$ -кривые, когда при достижении предельного для текущей  $J$ -кривой значения  $D$  дальнейшее развитие идет в соответствии с новой, более пологой  $J$ -кривой  $BC$ , начинающейся не с предельного значения  $D$ , а с некоторого промежуточного, оптимального для дальнейшего развития, значения  $B$ .

Именно  $jJ$ -кривые и являются основным предметом дальнейшего рассмотрения как наиболее характерные примеры влияния периодических процессов на экспоненциальные при переходе из положительной полуволны в отрицательную.

В работе [2] для оценки скорости технического прогресса было предложено использовать значение  $S$ , определяющие количество десятичных порядков, на которое возрастает (или в некоторых случаях уменьшается) значение того или иного параметра экспоненциального развития техники и технологий. Выбор именно такого показателя был обоснован тем, что традиционно используемые коэффициенты ежегодного роста и подобные им не позволяют в случае  $J$ -кривых достаточно наглядно представить темпы развития в многолетней перспективе. Исходя из анализа множества реально наблюдаемых процессов экспоненциального развития в компьютерных и других технологиях было предложено использовать в качестве базового 20-летний период, при котором для большинства наблюдаемых  $J$ -кривых происходит рост примерно на целое число порядков в диапазоне от 1-го до 6-ти [1–5].

Выбор обозначения  $S$  как показателя темпов роста при этом был обусловлен не только тем, что это начальный символ англоязычного слова *speed*, означающего скорость, но и тем, что большинство процессов развития в

различных системах могут быть описаны различными  $S$ -образными кривыми, начальная часть которых представляет собой практически экспоненциальную или квазиэкспоненциальную кривую. При этом предполагалось, что цифровые значения справа от  $S$  являются показателями числа порядков, на которые происходит рост за базовый период в 20 лет (первая цифра справа от  $S$ ), 200 лет (вторая цифра), 2000 лет (третья цифра) и т.д. Такая система цифровых обозначений позволяет достаточно наглядно для сравнительного анализа обозначать практически любое значение экспоненциально роста, не превышающее 10 порядков за год, что на практике позволяет описывать любые темпы роста, реально наблюдаемые для технических систем. Для подбора цифровых значений для  $S$  в работе [2] был предложен алгоритм на основе использования табличных данных типа тех, которые представлены в таблице 1.

В случае  $J$ -кривых и различных их каскадов в виде  $JJ$ -кривых и  $jJ$ -кривых вместо  $S$  целесообразно использовать значение  $J$  или  $J_p$ , где  $p$  – это длительность базового периода в годах. Для десятилетнего базового периода будет, соответственно, использоваться значение  $J_{10}$ , для двадцатилетнего  $J_{20}$  и т.д., что позволит в общем случае при необходимости вводить и использовать базовый период произвольной длительности. По умолчанию в качестве основного будет предполагаться базовый период в 20 лет, для обозначения которого будет использоваться величина  $J$  без каких-либо индексов, что, соответственно, будет эквивалентно использованию обозначения  $J_{20}$ . В таблице 1, где показаны основные характеристики экспоненциального роста для шести вариантов закона Мура, значения  $J$  (первая колонка) показаны наряду соответствующими эквивалентными значениями  $S$  (вторая колонка).

Для упрощения вычисления  $J_p$  целесообразно вывести единую формулу, исходными значениями которой будут начальные и конечные годы и значения соответствующего периода экспоненциального роста, и реализовать ее вычисление с помощью, например, такого инструмента как MS Excel. Результатом вычисления будет число порядков роста за базовый период, имеющее в общем случае целую часть, эквивалентную для  $J_{20}$  значению первой цифры при обозначении  $S$  (но уже не ограниченную максимальным значением 9), а цифры дробной части будут эквивалентны соответственно второй, третьей и т.д. цифрам при обозначении  $S$ . Например, значение  $J=0,05$  будет соответствовать  $S005$ , а значение  $J=1,23$  будет соответствовать  $S123$ . Это означает, что вычисление  $J$  автоматически позволяет получить с требуемой точностью все цифры для

обозначения  $S$ . В общем случае для сравнительного анализа достаточно просто вычислять и указывать для соответствующих  $J$ -кривых значение  $J_p$ , но с целью обеспечения возможности максимально наглядного сопоставления следуемых далее графиков с материалами статьи [2] темпы роста на них обозначены с помощью  $S$ .

При экспоненциальном развитии коэффициент ежегодного роста  $Ry$  при известных начальных и конечных значениях экспоненциально изменяющейся величины  $Z$  для периода от  $Yb$  до  $Ye$  вычисляется следующим образом:

$$Ry = Yb - Ye \sqrt{\frac{Ze}{Zb}}, \quad (3)$$

где  $Yb$  – начальный год;  $Ye$  – конечный год;  $Zb$  – начальное значение;  $Ze$  – конечное значение.

Рост на порядок за базовый период  $p$  (в годах) обеспечивается при ежегодном коэффициенте роста  $Rp$ , который вычисляется следующим образом:  $Rp = \sqrt[p]{10}$ .

На базе данных двух значений вычисляется искомый показатель  $J_p$  – количество порядков, на которое происходит рост за базовый период:  $J_p = \log_{Rp} Ry$

Для реализации вычисления  $J_p$  на базе MS Excel используется функция  $LOG(X;a)$ , которая возвращает логарифм заданного числа  $X$  по заданному основанию  $a$ . При этом в качестве  $X$  используется значение  $Rp$ , а в качестве  $a$  – значение  $Ry$ .

### **Системодинамика и нооритмы**

На рисунке 2 показано концептуальное представление периодической составляющей системодинамики техносферы с конца XIX века до середины XXI века как последовательности индустриальных революций (ИР), соответствующих положительным полупериодам волн Кондратьева ( $K$ -волн  $K3, \dots, K6$ ) с возрастающей амплитудой [3]. Фактически, на данном рисунке периодическая составляющая представлена в виде нооритмов [7–9], концепция которых развивается автором с начала 90-х годов на базе идей Н.Д. Кондратьева [10–13]. Но если Кондратьев предполагал сугубо экономический характер и природу периодических изменений, ограниченных к тому же всего двумя столетиями капиталистического развития, концепция нооритмов предполагает существенно более общий характер их проявлений: не только в экономике, и не только на определенном этапе ее развития, но и практически во всех областях человеческой деятельности на протяжении практически всей известной истории цивилизации.

При такой всеобщности действия и различных проявлениях на текущем этапе

сложно что-либо однозначно утверждать об источниках и причинах таких колебаний. Ясно лишь одно: характер человеческой деятельности имеет устойчивую многолетнюю периодическую составляющую, определяемую, по всей видимости, некоторыми устойчивыми периодическими изменениями в характере высшей нервной деятельности всех и каждого, подобно аналогичным изменениям в суточном, месячном и годовом циклах, имеющих внешнюю космическую первопричину. Но если причина перечисленных периодических изменений на сегодня хорошо известна, то причина существенно более длительных изменений, частным случаем которых являются волны Кондратьева, на сегодня не ясна и можно лишь по аналогии предполагать ее экзогенный космический характер. А так как проявляются эти периодические изменения через весьма малозаметные, но сильные своей массовостью изменения в эмоциональных проявлениях и разумной деятельности человека, то в свое время их было предложено назвать нооритмами, т.е. «ритмами разума» (от греческого ноос – разум), а точнее – их длиннопериодической многолетней составляющей [6–11].

От классических волн Кондратьева концепция нооритмов отличается следующими уточнениями, положениями и обобщениями, основанными на анализе большого числа эмпирических данных как личностного, так и цивилизационного характера:

- В период положительных полувольт рациональность и согласованность разумной деятельности заметно возрастает пропорционально текущей амплитуде нооритмов, что определяет нарастание масштабов и сложности совместной человеческой деятельности, а в период отрицательных полувольт нарастают процессы автономизации и хаотичности (рис. 2). Все это, с одной стороны, приводит к нарастанию кризисных и застойных явлений с точки зрения общечеловеческого прогресса, а, с другой, – к активизации процессов творческого переосмысления деятельности, упрощения и минимизации (подобно тому, как человеческий мозг во сне перерабатывает накопленную за день информацию, обобщая ее и отбирая для долговременной памяти самое важное).

- Основная периодичность нооритмов может быть принята равной 50-ти годам, так как, хотя в каждом конкретном цикле и возможны определенные особенности, на длительных периодах в сотни и тысячи лет наблюдается удивительная стабильность в проявлениях нооритмов именно с 50-летней периодичностью.

- Начала положительных полувольт 50-летних циклов приходятся примерно на 43-й и 93-й годы, а завершение – на 18-й и 68-й годы (с

возможным не более чем годичным отклонением) каждого столетия.

- С периодичностью в 500 лет меняется амплитуда многолетних нооритмов, достигая максимумов на рубежах тысячелетий и в их середине.

- Нарастание амплитуды нооритмов определяет своего рода «раскачку», позволяющую на гребнях максимальных волн переходить в качественно новое состояние цивилизации, что, например, хорошо прослеживается на примере процессов глобализации: подобно тому, как на рубеже XV и XVI веков Эпоха Великих географических открытий привела к первичному освоению европейской цивилизацией всего земного шара, на рубеже XX и XXI веков развитие транспортных, телекоммуникационных и компьютерных технологий привело к формированию единого глобального пространства, в первую очередь информационного.

Следует признать, что важнейшей закономерностью в концепции нооритмов является «круглое» число лет в 50-летних и в 500-летних периодах. И хотя именно такая длительность периодов многократно проверена и уточнена на множестве эмпирических данных, окончательного рационального объяснения этому пока нет. На данном этапе можно считать, что такая специфическая особенность нооритмов, не противоречащая как минимум на текущее время объективным данным, является очередным свидетельством не случайного появления человека во Вселенной и своего рода знаком, что человеческое стремление к познанию, созиданию и прогрессу является видимым проявлением особой миссии человека, направленной на поддержание жизненных процессов вселенского масштаба. Но даже не делая крайне смелых допущений такого рода, можно просто рассматривать нооритмы со всеми их допущениями и особенностями как достаточно простую и хорошо работающую модель исторической динамики, применимую в числе прочего и к системодинамике техносферы.

Следует отметить, что и само становление системодинамики как научного направления вполне вписывается в динамику нооритмов. Первичное зарождение идей системодинамики связывают с работами А.А. Богданова 1899–1917 годов [14–17], в которых к 1913 году сформировалась концепция тектологии или «Всобщей организационной науки» [16]. Это фактически положительная полуволна  $K_3$ , соответствующая периоду второй промышленной революции  $PP_2$  (рис. 2). В последующих работах, опубликованных впервые в период с 1917 по 1922 год [16], эта концепция лишь детализировалась и осмысливалась. Следующая положительная полуволна  $K_4$ , соответствующая

периоду, обозначаемому как научно-техническая революция, привела к формированию системодинамики уже в современном понимании. Считается, что реальная история системных исследований как влиятельной парадигмы научного мышления началась после Второй мировой войны на базе общей теории систем Людвиг фон Бергаланфи, развиваемой им с 1945 года [18–23], и работ Дж. Форрестера в области индустриальной динамики, инициированных им в 1960-е годы [24–26]. Первая книга Дж. Форрестера «Индустриальная динамика», известная в русском переводе как «Основы кибернетики предприятия» [24], где был впервые проработан метод системной динамики, была издана в 1961 году. К концу 60-х годов были изданы основные работы, обобщающие развитие системодинамики в ее начальный период (работы [27, 28] и другие).

Но уже в 70-е годы с наступлением отрицательной полуволны со всеми ее специфическими особенностями основная цель системной динамики сместилась, как отмечает Садовский В.Н. в работе «Смена парадигм системного мышления», в сторону «разработки теоретических и методологических средств понимания необратимости, неустойчивости, неравновесности, хаоса и порядка» [29].

В области системодинамики техносферы в этот период издается ряд фундаментальных работ [30–35], обобщающих развитие техники и технологий в период научно-технической революции ( $K_4$ ) и направленных на решение одной из важнейших задач, возникших в этот период технического прогресса – задачи научно-технического прогнозирования и долгосрочного планирования. Во всех этих работах особую роль занимают процессы экспоненциального развития техники и технологий, впервые четко проявившиеся в период положительной полуволны  $K_4$  (рис. 2). В ряде этих работ отмечается также и определенное влияние периодических составляющих. Влияние кондратьевских волн на закономерности развития технических систем отмечается, в частности, Дж. Мартино [32, с. 151]. Однако детально взаимосвязь  $K$ -волн и динамики развития технических систем до настоящего времени не исследовалось.

Рассматривая закономерности развития техносферы нельзя также не обратить внимание на целый ряд работ известного советского изобретателя Г.С. Альтшуллера и его школы, направленных на разработку и развитие теории решения изобретательских задач [36–45]. При этом в одной из этих работ прямо формулируется то, что в большинстве работ данной школы подразумевается, как минимум, по умолчанию: «Фундаментом всей Теории Решения Изобретательских Задач (ТРИЗ)

являются именно Законы Развития Технических Систем (ЗРТС)» [43]. Основы ТРИЗ были заложены работами Г.С. Альтшуллера 1960-х годов [36, 37] и в дальнейшем развивались в направлении прогнозирования развития технических систем [38–40]. Для этих целей в 1975 году Г.С. Альтшуллер использовал, как и большинство исследователей в то время, *S*-образные кривые, а сам подход к прогнозированию он называл методом огибающих кривых [36]. В 1979 году Г.С. Альтшуллер пишет уже о «линиях жизни» технических систем в виде *S*-образных кривых: «Жизнь технической системы (как, впрочем, и других систем, например, биологических) можно изобразить в виде *S*-образной кривой, показывающей, как меняются во времени главные характеристики системы (мощность, производительность, скорость, число выпускаемых систем и т. д.)» [37]. Аналогично, например, и Дж. Мартино отмечает, что из множества методов прогнозирования наиболее надежными являются те, которые основаны на определении и использовании параметров *S*-образных кривых развития [32].

Следует отметить, что в последующем исследования в области системодинамики сосредоточились преимущественно на динамике развития природных, биологических и социально-экономических систем, где *S*-кривые действительно встречаются настолько часто, что их можно считать основным способом описания количественной динамики.

Но эпоха информационно-компьютерной революции 1993 – 2018 гг. (ИКР) породила беспрецедентное количество процессов сугубо экспоненциального развития, аналогичных закону Мура [1, 4] (рис. 3), что применительно к технике и технологиям привело постепенно к пониманию, что для техносферы *S*-кривые отнюдь не являются преобладающими. Например, в работе [44] представителями школы Альтшуллера применительно к техническим системам делается однозначный вывод: «Реальные кривые развития, как правило, имеют форму, существенно отличающуюся от *S*-образной» и рекомендуется вместо термина «*S*-образная кривая» использовать определение «кривая развития». При этом уверенно утверждается, что «параметры новых систем, которые либо востребованы на рынке, либо используют инфраструктуру предыдущей, растут по экспоненциальной кривой» [44]. К аналогичному выводу приходит и М. Рубин (также представитель школы Альтшуллера): «Развитие реальных технических систем в соответствии с *S*-образными кривыми скорее редкость, чем общее правило» [45].

В целом можно констатировать, что 3-я волна развития системодинамики принесла

понимание того, что для техносферы определяющее значение имеют, с одной стороны, законы цикличности (см., например, работы Н.И. Дятчина [52–54]), а с другой – экспоненциальные *J*-кривые развития и их различные каскадные последовательности в виде *JJ*-кривых и *jJ*-кривых. При этом, если *JJ*-кривые достаточно часто встречаются без какой-либо привязки к нооритмам (рис. 4), то *jJ*-кривые наиболее характерны для экспоненциальных процессов развития в периоды перехода нооритмов от положительной полуволны к отрицательной (рис. 5). Несмотря на все многообразие процессов развития техники и технологии можно также отметить, что для положительной полуволны характерно ускоренное развитие и стремление к достижению предельных значений в рамках экспоненциального развития, а для отрицательной – относительно замедленные темпы развития и стремление к оптимизации, которое во многих случаях можно охарактеризовать лозунгом «малое прекрасно» (рис. 5).

Достаточно наглядной иллюстрацией *jJ*-кривых являются процессы развития в автомобилестроении, авиации и космонавтике, наблюдавшиеся на протяжении XX века.

### **Автомобилестроение**

История современного автомобиля неразрывно связана с историей второй промышленной революции в 1893 – 1917 гг. и беспрецедентным индустриальным рывком США в этот период. Характерно, что Генри Форд, олицетворявший американскую промышленность того времени, свой первый автомобиль собрал именно в 1893 году. С началом нового века американская автомобильная промышленность начала развиваться опережающими темпами [55, 56]. При этом если в целом ежегодное производство автомобилей в США наращивалось экспоненциально с чрезвычайно высокой скоростью *S3*, характерной, например, для второго закона Мура в 1970-е годы [4], то производство автомобилей на заводах Форда нарастало с невиданными до этого темпами *S5* (рис. 6). При этом внедрение конвейера в 1908 году стало, фактически, лишь эпизодом в процессе поддержания темпов *S5* на протяжении весьма длительного периода наращивания выпуска автомобилей на заводах Форда, начавшегося с выпуска модели А в 1903 году. Ford T стал первым в мире массовым автомобилем благодаря тому, что именно эта модель стала первой, производство которой было поставлено на конвейер. Первая модель Ford T увидела свет в 1908 году и выпускалась с небольшими изменениями до 1927 года, войдя в пятерку наиболее успешно продаваемых машин за всю историю. Общий тираж автомобиля за

все годы выпуска превысил 15 миллион единиц. При этом Ford T во многом определил базовые характеристики массовых автомобилей практически на все следующее столетие: 4-х цилиндровый мотор с рабочим объемом в 2–3 литра с водяным типом охлаждения мощностью порядка 60–70 лошадиных сил, что позволяло развивать максимальную скорость не менее 60–70 км/час при расходе бензина на 100 км на уровне 10–15 литров. Фактически, по большинству параметров Ford T соответствовал уровню оптимальности В на графике  $jJ$ -кривой (рис. 5).

Когда появилась «Модель Т», большинство автомобилей в США стоили порядка 1500 долларов. Начальная же цена на Ford T была почти на треть меньше, чем у самого дешевого автомобиля других фирм. К 1917 году ежегодное производство Ford T приблизилось к миллиону, причём цена постоянно снижалась и к этому времени достигла примерно 350-ти долларов при среднем ежегодном уровне доходов в США порядка тысячи долларов. Благодаря этому моторизация американского общества произошла на 30 лет раньше, чем в Западной Европе. Ford T стал также и первым «всемирным» автомобилем, выпускавшимся во многих странах мира. В частности, филиалы «Форда» имелись в Германии, Великобритании, Франции, Австралии. В течение жизни целого поколения, с 1908 до 1927 года, по земле разъезжало больше фордовских автомобилей, чем всех остальных, вместе взятых. И хотя темпы наращивания выпуска автомобилей заметно снизились после 1918 года, к 1928 году ежегодное производство автомобилей на заводах Форда выросло почти до 5 млн. автомашин, что в 10 раз превышало суммарный ежегодный выпуск автомобилей в Великобритании, Германии и Франции вместе взятых. Форд мог производить до 6 тысяч автомобилей ежедневно, в то время как его ближайший французский конкурент обеспечивал сборку лишь 700 машин в год. При этом стоимость фордовских автомобилей благодаря внедрению новых методов производства постоянно снижалась: если в 1910 году квалифицированный рабочий должен был работать на покупку машины 20 месяцев, то к 1918 году этот срок сократился до 3-х месяцев. Таких темпов роста, которые наблюдались на заводах Форда в 1903–1916 гг., после этого более никогда и нигде в автомобилестроении не было зафиксировано. Темпы роста производства начали заметно спадать только в 1920–21 гг. – это был первый ярко выраженный период спада в американской экономике, когда, например, количество безработных (в основном за счет вернувшихся с войны солдат) выросло с полумиллиона до 5-ти миллионов.

Ford T появился и развивался в то время, когда «настоящим» автомобилем считали огромный экипаж с роскошным кузовом и мощным двигателем ценой в несколько тысяч долларов – в разы, а иногда и на порядок дороже фордовских автомобилей. Именно эта категория автомобилей соответствовала линии развития на участке  $BD$   $jJ$ -кривой на рисунке 5. Для повышения мощности двигателя на автомобилях данной категории в них наращивали число цилиндров, вплоть до 8-ми на серийных автомобилях, что было в 2 раза больше чем в двигателях модели Ford T. Первым относительно массовым автомобилем с 8-цилиндровым двигателем объемом более 5-ти литров стал Cadillac модели 1914 года. В первый же год было выпущено порядка 13 тысяч «Кадиллаков» с этим двигателем. Относительный успех данного автомобиля привел к появлению в последующие годы и ряда других аналогичных моделей. Но с 1918 года производство таких автомобилей, фактически соответствующих уровню  $D$   $jJ$ -кривой на рисунке 5, резко сократилось в пользу экономичных «народных» моделей.

Справедливости ради следует отметить, что в 1913 году был также разработан 12-цилиндровый автомобильный двигатель объемом 9 литров и мощностью 150 кВт, который применялся на автомобиле Toodies V, установившем несколько рекордов на протяжении 1913 и 1914 годов. Одним из первых серийных автомобилей с 12-цилиндровым двигателем явился Packard «Twin Six», который в небольших количествах выпускался в период с 1915 по 1923 год. Известны и другие попытки установки на автомобили подобных двигателей вплоть до 1930-х годов, когда улучшения в конструкции камеры сгорания и формы поршня позволили более лёгким 8-цилиндровым двигателям превзойти 12-цилиндровые в мощности, что сделало их дальнейшее использование нецелесообразным. И только в 1960-е годы они опять относительно часто стали применяться в дорогих спортивных и роскошных автомобилях благодаря своей мощности, более плавной работе и характерному звуку. В целом следует отметить, что в автомобильной промышленности 12-цилиндровые двигатели не получили массового распространения из-за их сложности и стоимости, что вполне соответствует их принадлежности к уровню  $D$  с очень незначительным продолжением развития в виде  $JJ$ -кривой (рис. 1). Это же, строго говоря, верно и в отношении 8-цилиндровых двигателей.

Магистральная линия развития в автомобилестроении после 1918 года пошла по траектории  $BC$   $jJ$ -кривой с автомобилем Ford T в точке  $B$  (рис. 5). Темпы роста ежегодного

выпуска автомобилей при этом существенно сократились, составляя всего лишь  $S05$  в период научно-технической революции, опускаясь до  $S01$  в период отрицательной полуволены в 1970-е и 1980-е годы и незначительно возрастая (до  $S02$ ) при переходе к положительной полуволе в 1990-е годы (рис. 7). При этом среднее значение темпов роста  $S02$  при более детальном рассмотрении соответствует темпам роста  $S03$  для легковых автомобилей и  $S01$  – для коммерческих (грузовых и пр.), что наглядно видно на рис. 8. В соответствии с концепцией нооритмов к 2020 году возможно заметное снижение и этих, относительно невысоких, темпов роста.

В данном контексте следует предполагать некоторую утопичность планов фирмы Тесла и производителей «интеллектуальных» автомобилей повторить успех американской автомобильной промышленности вообще и Форда в частности в наращивании ежегодного выпуска нового класса автомашин (рис. 9) в связи с тем, что траектории их интенсивного роста начаты относительно поздно в пределах положительной полуволены и сохранить такие же высокие темпы наращивания производства при переходе в отрицательной полуволе в последующие годы им вряд ли удастся.

### Авиация

Еще более ярким проявлением  $jJ$ -кривой явилось развитие авиации при переходе от положительной волны к отрицательной в конце 1960-х годов.

В первую очередь это наглядно видно на особенностях действия в разные периоды так называемого закона Августина [57–61], сформулированного бывшим сотрудником корпорации Lockheed Martin Нормом Августином [57]. Традиционно законом Августина называют наблюдаемый на протяжении почти всего XX века экспоненциальный рост стоимости военных самолетов со скоростью  $S1$ , т.е. на порядок каждое десятилетие (рис. 10). Изначально в работе [57], написанной в середине 80-х годов эта закономерность была отмечена среди множества прочих наблюдений, зачастую выраженных в шуточной и полушутливой форме. В частности, утверждалось, что если аппроксимировать бешеные темпы роста стоимости современных истребителей, то окажется, что в 2054 году весь военный бюджет США будет израсходован на покупку одной единственной боевой машины. Но в реальности оказалось, что отмеченная Н. Августином закономерность экспоненциального роста стоимости действительно во многом определяет реальное развитие современной боевой авиации и существенно влияет на многие другие процессы в авиастроении.

Анализ графика роста стоимости боевых самолетов показывает, что в период отрицательной полуволены в 1970-е и 1980-е годы реальный рост стоимости практически прекращается и возобновляется вновь при переходе к положительной полуволе в 1990-е годы (рис. 10). В другом варианте представления закона Августина видно, что подобная пауза в перманентном наращивании стоимости боевых самолетов наблюдалась и в период отрицательной полуволены 1920-х и 1930-х годов (рис. 11).

Результаты более детального анализа действия закона Августина в послевоенный период (начиная с середины 1940-х годов) с учетом инфляции доллара с 1945-го по 2015 год представлен на рис. 12. Наглядно видно, что положительная полуволна 40-х и 50-х годов породила большое разнообразие и быстрый рост стоимости самолетов. «Застойная» отрицательная полуволна 70-х и 80-х отмечена триумфом 2-х основных типов самолетов (F-15 и F-16), истоки которых следует искать в середине 60-х. В частности, основная задача при разработке многоцелевого самолета F-15 заключалась в перехвате советских МиГ-25, для чего требовалась громоздкая РЛС и комплект ракет средней дальности, что значительно увеличивало как вес, так и расходы. В целом, F15 стал продолжением «дорогой траектории» развития авиации, которая соответствовало росту стоимости со скоростью  $S1$  даже с учетом инфляции доллара. Продолжением этой линии стала разработка к середине 1980-х годов очень дорого, но весьма неудачного многоцелевого малозаметного самолета F-117. Завершением этой линии можно считать принятие на вооружение к 2000 году очень амбициозного и самого дорогого в истории боевой авиации (стоимостью порядка миллиарда долларов) самолета B-2 Spirit.

В противовес этому к концу 1960-х годов в США сформировалась своеобразная «истребительная мафия», которая настаивала на создании легкой и высокоманевренной машины для использования только в качестве истребителя и в светлое время суток. Такая концепция была, с одной стороны, направлена на преодоление четко выявившейся к тому времени концепции экспоненциального роста стоимости новых самолетов, что позднее было названо законом Августина, а с другой – на максимальное упрощение и минимизацию всего, связанного с разработкой самолета, что полностью соответствовало духу наступившей отрицательной полуволены. Весьма характерным является следующее высказывание одного из идеологов нового самолета, системного аналитика фирмы General Dynamics: «Цель состояла в создании самого дешевого самолета

для воздушного дневного боя в Европе против сил Варшавского договора» [60]. О том, насколько удалось упростить самолет, свидетельствуют многочисленные позитивные отзывы пилотов. Так, например, если на других самолетах на отработку большинства навыков боевого применения требовались месяцы тренировок, то на F-16 те же навыки можно было отработать буквально за три вылета. Но многим многочисленные упрощения самолета показались чрезмерными, и они утверждали, что первые F-16 были больше похожи на легкие самолеты Cessna 172, у которого нет даже базовой системы посадки по приборам и радиовысотомера.

Главное при этом заключалось в том, что тенденцию к экспоненциальному росту стоимости удалось частично преодолеть: фактически F-16 стоил столько же (с учетом инфляции), сколько разработанный на 20 лет раньше F-4 «Фантом». По сути это означало, что F-16 начал новую «экономную» линию развития боевых самолетов, соответствующую траектории *BC* на рисунке 5. Именно эта линия стала основной при разработке нового семейства самолетов 5-го поколения в условиях положительной полувольты рубежа тысячелетий.

Чрезвычайная дороговизна B-2 Spirit привела к резкому сокращению программы его выпуска: вместо запланированных 132-х самолетов построено было только 20 и дальнейшее его развитие к настоящему времени признано, по сути, нецелесообразным, так как с учетом стоимости соответствующих исследований и разработок, цена одного экземпляра такого самолета в полном соответствии с законом Августина приближается уже к 2-м миллиардам долларов. Другими словами, B-2 Spirit ко времени завершения текущей положительной полувольты достиг туикового уровня *D* (рис. 5).

В то же время, стоимость перспективных самолетов F-22 и F-35 полностью укладывается в траекторию *BC* (рис. 5 и 12), начатую F-16. При этом не исключено, что относительно дорогой F-22 может повторить судьбу B-2 Spirit и стать новой «точкой *D*»: при первоначальных планах выпустить порядка 750-ти таких самолетов реальное их количество едва приблизилось к 200-м и вероятнее всего существенно расти не будет [59, 61].

Намного более дешевый JSF (Joint Strike Fighter) F-35 может в ближайшей перспективе положить начало новой траектории *BC*: как и в случае с F-16 его стоимость не превышает затраты на разработанный за четверть века до него аналогичный боевой самолет (F-117) [59]. Важной особенностью F-35 является его резко возросшая функциональность и «интеллектуальность» за счет 10-кратного роста по сравнению с F-22 объема программного кода

на борту: порядка 25-ти миллионов строк, что соизмеримо с объемом современной настольной операционной системы типа MS Windows. А так как резко возросший объем программного обеспечения практически никак не влияет на рост веса и стоимости в процессе производства, то это, фактически, определяет принципиальные преимущества новой цифровой линии развития боевых самолетов, особенно в случае их массового или крупносерийного производства.

В целом следует отметить, что темпы экспоненциального развития авионики в военной авиации в последние полстолетия соответствуют закономерности *S2*, но в периоды положительных полувольт Кондратьева в 1960-е и начиная с 1990-х годов наблюдаются тенденции к увеличению темпов роста до *S3*, что хорошо видно на примере F-22 и JSF F-35 (рис. 13).

Еще одним важным критерием развития авиации является скорость. На рис. 14 представлен график экспоненциального роста предельных скоростей в гражданской авиации, который наглядно демонстрирует влияние периодической составляющей: существенное снижение темпов роста произошло при переходах от положительной полувольты Кондратьева к отрицательной в конце 1910-х годов и в конце 1960-х, когда сформировалась типичная *jJ*-кривая (*BD* – развитие сверхзвуковой авиации, *BC* – основная «дозвуковая» линия развития гражданской авиации, рис. 5). Следует отметить, что попытки создания сверхзвуковой гражданской авиации в 1960-е годы можно рассматривать как один из ярчайших примеров перехода от «стремления к пределам» на завершающем этапе положительной волны нооритмов к оптимизации и переосмыслению отрицательной полувольты.

Советский Ту-144 и англо-французский «Конкорд», совершившие свои первые полеты в 1968 – 69 гг., можно считать относительно успешными проектами сверхзвуковых пассажирских авиалайнеров. Они были все-таки доведены до стадии эксплуатации, но возлагаемых на них надежд не оправдали и завершили свою летную карьеру колоссальными катастрофами, доказавшими, что стремительный рост скоростей уже вышел на «точку *D*» и дальнейшее развитие по прежней траектории является невозможным.

Еще более наглядно о выходе на туиковую «точку *D*» свидетельствовал малоизвестный проект фирмы Боинг, закрытый в самом начале 1970-х годов с катастрофическими последствиями для разработчиков (аннулировано более ста предварительных заказов на самолет и уволено более 60-ти тысяч сотрудников). Программа по созданию американского сверхзвукового пассажирского лайнера (National Supersonic

Transport) была объявлена в 1963 году президентом США Джоном Кеннеди. Планировалось, что новый лайнер получит крейсерскую скорость полета на уровне 2,7 Маха (около 2900 км/ч) при дальности полета около 7-ми тысяч километров. Заказ на создание нового самолета достался фирме Боинг, где будущий самолет получил обозначение Boeing-2707. В названии лайнера отражалась его крейсерская скорость  $M=2,7$  и одновременно подчеркивалась новая ступень развития пассажирских лайнеров в сравнении с очень популярным Boeing-707 (рис. 15).

Уже в 1968 году компания с целью снижения взлетного веса и упрощения проекта вынуждена была полностью отказаться от первоначальной идеи с крылом изменяемой стреловидности, перейдя к пассажирскому лайнеру классической схемы с треугольным крылом. Однако трудности технического характера продолжали стремительно нарастать, что усугублялось и сопутствующими финансовыми сложностями, так как на программу создания самолета накладывались дорогостоящая лунная программы и продолжавшаяся война во Вьетнаме. Кроме этого, начиная с 1967 года в США на фоне прочих социальных неурядиц активизировалось экологическое общественное движение, направленное против сверхзвуковой пассажирской авиации. Утверждалось, что полеты таких самолетов уничтожат озоновый слой, а мощный акустический удар, который возникает при сверхзвуковом полете, абсолютно недопустим для густонаселенных территорий.

Все это привело к тому, что в 1971 году Сенат США принимает решение отказаться от дальнейшего финансирования программы создания сверхзвукового пассажирского самолета. Разработка нового летательного аппарата была полностью остановлена на стадии строительства второго прототипа самолета. К этому времени компания Боинг успела получить 115 заказов на будущий авиалайнер от 25-ти различных компаний-авиаперевозчиков. Отказ от этих заказов привел к массовым сокращениям сотрудников (главным образом в Сиэтле, где располагались главные производственные площадки компании), что стало поводом для последующей саркастической оценки Boeing 2707 как «самолета, который почти съел Сиэтл».

До закрытия проекта на него было израсходовано около миллиарда долларов государственных средств. Фирма Боинг пыталась еще некоторое время продолжить процесс постройки самолетов за счет собственных финансовых ресурсов и энтузиазма частных лиц США (вплоть до обычных школьников), которыми на продолжение работ было собрано

более одного миллиона долларов, но все это проект уже, естественно, не спасло. К тому же закрытие программы американского сверхзвукового пассажирского самолета совпало по времени с назревающим нефтяным кризисом и спадом в аэрокосмической промышленности, а также – множеством других негативных явлений, характерных для перехода от положительной полуволны нооритмов к отрицательной.

Магистральной траекторией развития гражданской авиации в 1970-е и 1980-е годы стала довольно пологая кривая *BC* (рис. 5) дозвуковой авиации. У истоков этой траектории в США был самый большой в мире пассажирский самолет Boeing-747, разработка которого началась еще в середине 1960-х годов (рис. 16). Успешным продолжением этой линии развития стал европейский Аэробус А380, ставший символом высших достижений в гражданской авиации начала нового тысячелетия. При скорости звука 1192 км/час максимальная скорость современных авиалайнеров не превышает 1100 км/час, при этом наиболее экономичная крейсерская скорость составляет 900 – 1000 км/час.

В СССР можно считать, что у истоков пологой траектории развития *BC* был самолёт Ту-154 с тремя реактивными двигателями (Н.Д. Кузнецова), рассчитанный на перевозку 164 человек со скоростью до 1000 км/ч на расстояние до 6000 км, который совершил свой первый полёт в 1968 году. Всего за 40 лет было произведено около тысячи самолетов этого типа, что является рекордным показателем для пассажирского авиастроения в СССР. Его младший собрат самолет Ту-134 включен в книгу рекордов Гиннеса как самый безопасный самолет в мире, на котором не произошло ни одной катастрофы по вине техники.

Самолеты Ту-144 и «Конкорд» с их скоростями более 2-х тысяч км/час явно опередили своё время. Из 16-ти построенных Ту-144 разбились два лайнера, что фатально предопределило досрочное завершение их эксплуатации. «Конкордов» на первом этапе было произведено 14 (из 76-ти запланированных), из которых удалось продать только 9, остальные передали в эксплуатацию по условной цене 1 фунт за машину для британцев и 1 франк за машину для французов. Но главной проблемой для сверхзвуковых лайнеров стала их чрезвычайно низкая рентабельность: для перелета из Парижа в Нью-Йорк «Конкорду» требовалось 3 часа 45 минут, а Boeing-747 – около 8 часов. Но при этом билет на Boeing стоил примерно в десять раз дешевле, а на борт он принимал в пять раз больше пассажиров. Относительно долгая эксплуатация «Конкордов» завершилась катастрофой в Париже в 2000 году,

во время которой погибли все 113 пассажиров. С того времени в пассажирских перевозках сверхзвуковые лайнеры больше не используются.

Вместо лозунга «быстрее, выше, сильнее», господствующего в гражданской авиации до конца 1960-х годов, с 1970-х годов основным стал лозунг «дешевле, надежнее и еще раз дешевле», которому полностью соответствовал «Боинг-747», произведенный в количестве более 1500 экземпляров и успешно эксплуатируемый до настоящего времени. Удачным дополнением к нему является разработанный в 1964 – 1967 годах самолет Boeing-737, ставший самым массовым реактивным пассажирским самолетом за всю историю пассажирского авиастроения: к 2015 году авиакомпаниям мира было поставлено более 7-ми тысяч машин при наличии еще около 3-х тысяч заказов.

Основными тенденциями в гражданской авиации на ближайшие десятилетия будут, по-видимому, те, которые были заданы в середине 1990-х годов самолетами нового поколения Боинг-777: максимальная надежность и автоматизация разработки и управления полетом, все больше композитных материалов и миллионов строк программного кода на борту.

Справедливости ради следует отметить, что на рубеже тысячелетий были сделаны попытки разработать сверхзвуковые пассажирские самолеты 2-го поколения. Например, еще в 1993 году АНТК им. А.Н. Туполева был предложен проект сверхзвукового Ту-244, ориентированный на достижение максимально возможной транспортной производительности, позволяющей обеспечить успешную экономическую конкурентоспособность с дозвуковыми пассажирскими самолетами большой размерности типа Боинг-747. Но ни этот проект, ни подобные ему, поддержки не получили, а значит время сверхзвуковых лайнеров по-прежнему еще не наступило и, как минимум, в ближайшие десятилетия, пока будет длиться отрицательный полупериод нооритмов, рассчитывать на их появление на авиалиниях не приходится.

Следует также отметить, что в результате развала СССР накануне новой положительной полуволны рубежа тысячелетий, его гигантский рынок гражданской авиатехники, оцениваемый в то время в 40% мирового, практически полностью перешел к фирмам Боинг и Аэробус, которые в настоящее время вместе контролируют 90% рынка гражданской авиации. По некоторым оценкам, Россия как правопреемница СССР, из-за этого потеряла за 20 лет не менее 1 трлн. долл.(!) или суммарную стоимость экспорта нефти за аналогичный период [63].

Еще одним характерным примером «стремления к пределам» в авиации 1960-х являются попытки создания в СССР и США самолетов с ядерным двигателем [64]. Уже в 1946 году ВВС США открыли финансирование программы NEPA – Nuclear Energy for the Propulsion of Aircraft (ядерная энергия для движения самолета). Предварительные исследования показали, что идея практически осуществима, хотя и очень сложна в реализации, для чего по оценкам того времени могло потребоваться около 15 лет. И действительно, к началу 1960-х годов в США основные технические проблемы создания атомной силовой установки самолета были решены. За 15 лет на эти цели было потрачено порядка 1 млрд. долларов. Однако уже в 1961 г. выполнение программы атомного самолета было прервано пришедшей к власти администрацией президента Кеннеди.

В СССР в 1950-е гг., в отличие от США, создание атомного бомбардировщика воспринималось не просто как желательная, но как жизненно необходимая оборонительная задача. В 1947 году, лишь на год позже, чем в США, в СССР также была поставлена задача использования тепла ядерных реакций в энергосиловых установках. Практическая разработка атомных самолетов началась в 1955 году на базе конструкторских бюро (КБ) А.Н. Туполева, В.М. Мясищева и С.А. Лавочкина. Уже в 1960 году были прекращены работы в КБ С.А. Лавочкина. Вскоре были прекращены работы и в КБ В.М. Мясищева, в котором первый полет самолета М-30 планировался на 1966 год.

В КБ А.Н. Туполева продолжались работы по созданию атомного самолета на базе серийного стратегического бомбардировщика ТУ-95, что позволило уже в 1961 году начать испытания экспериментального образца. В случае успеха программы предполагалось, что в 1970-х гг. начнется проработка серии атомных сверхзвуковых тяжелых самолетов под единым обозначением Ту-120. Но к концу 1960-х годов была закрыта и эта программа.

Последней попыткой создания атомного самолета стала начатая в 1965 году разработка атомного противолодочного самолета на базе самого большого в мире самолета тех лет Ан-22 «Антей». Но и этот проект был закрыт в начале 1970-х годов. Причин для закрытия программ создания атомолетов было много – и чрезвычайная техническая сложность, и нерешенные вопросы безопасности, и конкуренция со стороны ракетной техники. Однако отнюдь не последнюю роль, как представляется, сыграл и «выход на точку D».

Завершающим штрихом в истории авиационных и подобных им систем, завершивших в конце 60-х годов свое развитие в «точке D», может быть разработка в СССР самых больших в мире экранопланов. Речь идет об экранопланах КМ (официальная расшифровка «корабль-макет», неофициальная народная – «Каспийский монстр»), которые разрабатывались в 1965 – 1966 годах в условиях строжайшей секретности. Испытания гигантской 92-метровой машины начались в конце 1966 года и велись вплоть до 1980 года. В одном из полетов его полная масса составила 544 тонны – рекорд, который лишь через много лет побил самолет Ан-225 «Мрия». Благодаря 8-ми турбореактивным двигателям в ряд (и ещё 2-м сверху на хвостовом оперении) гигантский экраноплану мог успешно летать на высоте от 4-х до 14-ти метров над водной поверхностью, развивая скорость до 500 км/ч. История «Каспийского монстра» завершилась в 1980 году, когда умер Ростислав Алексеев, главный конструктор и идеолог машины. Вскоре после этого при очередных испытаниях экраноплан потерпел катастрофу и затонул.

### **Космонавтика**

Самыми масштабными примерами «выхода на точку D» в конце 1960-х следует, безусловно, считать программы лунных пилотируемых полетов в СССР и США.

Пилотируемая космонавтика в 1960-е годы, начиная с полета Юрия Гагарина 12 апреля 1961 года, пережила период настолько стремительного развития, что трудно найти другое такое десятилетие в последующей истории космонавтики, которое можно было бы сравнить с ним хотя бы приблизительно. Количество космических запусков в 1960-е нарастало экспоненциально со скоростью  $S_2$  и в СССР, и в США (рис. 17 и 18). При этом практически такими же темпами возрастала надежность космической техники и размеры космических кораблей, достигшие максимума при реализации программ лунных пилотируемых полетов (рис. 19).

Заманчивой целью для космонавтики того времени, естественно, была Луна. И уже на ранних этапах программа исследования Луны автоматическими аппаратами начала успешно реализовываться. Уже в январе 1959 года спутник «Луна-1» стал первым космическим аппаратом, который успешно достиг Луны. 360-килограммовый космический аппарат, несший на себе советский герб, правда, несколько промахнулся, пройдя в 6-ти тысячах километров от лунной поверхности, но выпустил вблизи Луны облако паров натрия, которое некоторое время светилось так ярко, что позволило отслеживать движение спутника. Запущенный

4 октября 1959 года, спутник «Луна-3» впервые смог передать на Землю снимки обратной стороны Луны. Но до пилотируемого полета на Луну была еще огромная дистанция. В первую очередь для этого требовался достаточно мощный и надежный ракетоноситель, способный не только вывести в космос и доставить к Луне космонавтов, но и обеспечить их максимальную безопасность при посадке на Луну и возвращении обратно. Все необходимые при этом средства жизнеобеспечения существенно увеличивали сложность космического корабля.

В СССР задача создания тяжелой сверхракеты начала решаться еще в конце 1950-х годов в ОКБ-1 С.П. Королева. Один из вариантов, в частности, предполагал разработку ядерной двигательной установки, но от него относительно быстро отказались. Началом практической реализации работ в данном направлении стало постановление правительства СССР от 23 июня 1960 года «О создании мощных ракет-носителей, спутников, космических кораблей и освоении космического пространства в 1960 – 1967 гг.». К 1962 году окончательно была выбрана компоновка с вертикальной конструкцией ракеты, которая смогла бы вывести на орбиту груз массой до 75 тонн для обеспечения массы забрасываемого к Луне груза в 23 тонны и к Марсу – 15 тонн. В 1964 году аналогичным постановлением правительства СССР впервые было определено, что важнейшей задачей в исследовании космического пространства с помощью ракеты-носителя Н1 является освоение Луны с высадкой экспедиции на ее поверхность и последующим возвращением ее на Землю. Ракетный комплекс, в состав которого входили РН Н1 и лунная система ЛЗ для посылки на поверхность Луны с последующим возвращением на Землю экипажа в составе двух человек (с посадкой на Луну одного человека), получила обозначение Н1-ЛЗ. Начало летно-конструкторских испытаний планировалось на 1967 – 1968 годы.

Для выполнения миссии по доставке на орбиту Луны 2-х космонавтов с высадкой одного из них на поверхность грузоподъемность ракеты была увеличена до 90–100 тонн, при этом стартовая масса выросла почти до 3-х тысяч тонн. На космодроме Байконур первая «Н-1» появилась в мае 1968 года, а первое летно-конструкторское испытание ракеты состоялось 21 февраля 1969 года. В случае успешного запуска, установленный на ракете космический корабль должен был выйти на орбиту Луны, произвести ее качественную фотосъемку и доставить пленки на Землю. Но первый полет продлился всего лишь чуть более минуты. Второе испытание «Н-1» с автоматическим кораблем для облета Луны и макетом лунного корабля состоялось 3 июля 1969 года и также закончилось катастрофой.

Третий запуск «Н-1» 27 июня 1971 года оказался неудачным. Так же завершилось и последнее испытание ракеты-носителя «Н-1» 23 ноября 1972 года. В мае 1974 года советская лунная программа была закрыта, а все работы над «Н-1» прекращены. Две готовые к пускам ракеты были уничтожены. Удалось сохранить только некоторое количество их двигателей. В 90-е годы они были приобретены американцами и использовались на ракетах «Atlas-2AR».

В 1965 году было также принято Постановление ЦК КПСС и СМ СССР «О сосредоточении сил конструкторских организаций промышленности на создании комплекса ракетно-космических средств для облета Луны». В рамках этой программы, основанной на использовании ракетносителя «Протон», после целой серии начальных неудач 15 сентября 1968 года стартовал очередной корабль «7К-Л1» №9 под именем «Зонд-5» с черепахи на борту (в отсеках для космонавтов), который 18 сентября облетел Луну на расстоянии 1960 км от ее поверхности. Во время рейса впервые была сфотографирована Земля с расстояния 85 тысяч км. Спускаемый аппарат корабля 21 сентября вошел в атмосферу Земли со второй космической скоростью и, снижаясь по баллистической траектории, благополучно приводнился в акватории Индийского океана. Черепахи стали первыми живыми существами, облетевшими Луну.

Спустя три месяца 21–27 декабря 1968 г. Луну облетел американский Apollo 8 с тремя астронавтами на борту. При этом первоначальная программа полета Apollo 8 предусматривала лишь продолжение его испытаний на околоземной орбите, но полет «Зонда-5», якобы вынудил американцев пойти на рискованный шаг и отправить людей сразу к Луне. Фактически, начиная с этого полета «экспромтом» к Луне в американской лунной программе начали накапливаться странности и несуразности, которые на фоне якобы ошеломляющих и невероятных успехов США в полетах на Луну со временем все более заставляют сомневаться в реальности этих достижений.

Вероятнее всего, реальные технические возможности для пилотируемых полетов за пределы земной магнитосферы в конце 1960-х годов еще далеко не созрели. Пора, пожалуй, признать, что при всем страстном «стремлении к пределам» в то время Луна для посещения человеком была, по-видимому, пока еще недоступна. По принятой официальной версии первая пилотируемая посадка на внеземное тело была совершена на Луну 20 июля 1969 года, американским кораблём «Аполлон-11», на борту которого были командир экипажа Нил Армстронг и пилот Эдвин Олдрин. За этой

экспедицией, согласно официальной версии, практически сразу же последовал целый ряд других, удивительно успешных на фоне многочисленных проблем, с которыми в развитии сложных технических систем столкнулась человеческая цивилизация в конце 1960-х годов. Это очень странно. Но есть надежда, что в обозримом будущем истина о «пилотируемых полетах на Луну» наконец прояснится.

В любом случае следует констатировать, что космонавтика при реализации лунных программ вышла в тот период на ту самую «точку D», в которой завершилось развитие и множества других излишне амбициозных проектов, заведомо опередивших свое время.

В соответствии с современным российским прогнозом задачу предстоящего исследования Луны можно разделить на два временных этапа с конечной целью прилунения: до 2030 года намечены летные испытания пилотируемого корабля нового поколения для реализации программ научно-прикладных исследований и отработки технологий полетов к Луне с использованием автономных свободнолетающих модулей и разработкой роботизированных средств изучения и посадки на Луну; и только после 2030 года – непосредственно пилотируемый полет в окололунное пространство с прилунением [65]. В контексте всего, рассмотренного выше, можно уточнить, что реально задача пилотируемой экспедиции на Луну будет решена не ранее наступления следующей положительной полувольты в 2040-е или 2050-е годы. Можно надеяться, что к тому времени все необходимые технологии действительно созреют.

Уровень же технической зрелости в эпоху информационно-компьютерной революции рубежа тысячелетий оказался достаточным лишь для надежного развития орбитальной космонавтики по траектории BC (рис. 5), в начальной точке (B) которой находятся «Союзы» и «Протоны», разработанные в середине 1960-х (рис. 19), где-то в середине – космические корабли многоразового использования, а где-то ближе к концу этой траектории, завершающейся, возможно, в ближайшие годы – Международная космическая станция (МКС, рис. 20). Характерно, что история МКС начала свой отсчет в самом начале новой положительной полувольты: 2 сентября 1993 года вице-президент США Альберт Гор и председатель Совета Министров РФ Виктор Черномырдин объявили о новом проекте «подлинно международной космической станции», в создании которой приняли участие в общей сложности 16 стран. Завершение положительной полувольты, судя по всему, станет и завершением развития МКС.

**Заключение**

Таким образом, анализ развития различных технических систем в XX веке показывает, что основной траекторией развития для них являются не традиционные S-кривые, а различные каскады экспоненциальных J-кривых. Особый интерес представляют jJ-кривые, характерные для периодов перехода положительной полуволны нооритмов в отрицательную. Особенности формирования

таких кривых развития достаточно ясно прослеживаются на примерах развития технических систем в автомобилестроении, авиации и космонавтике. Есть основания предполагать, что выявленные закономерности позволят в дальнейшем осуществлять более адекватное долгосрочное прогнозирование научно-технического прогресса и обеспечить надежное планирование развития сложных технических систем.

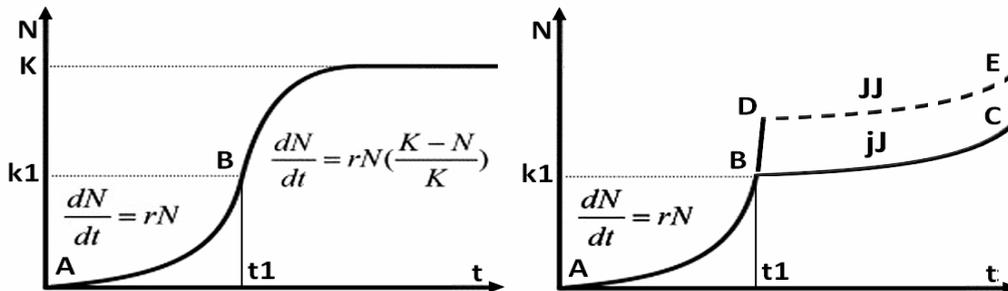


Рисунок 1. – Типичные кривые, описывающие закономерности роста в технических и прочих системах: слева представлена S-образная (логистическая) кривая, которая при малых значениях N (меньше k1) может рассматриваться как экспоненциальная J-образная кривая; справа – типичная для технических систем альтернатива S-образной кривой, представляющих собой последовательность J-образных кривых

Таблица 1. – Основные характеристики экспоненциального роста для шести вариантов закона Мура

JS	Интервал удвоения		Коэффициент роста за указанный период (Y лет)								
	Лет	Месяцев	1	2	3	4	5	6	10	20	
1,0 1	6	72	1,122	1,260	1,414	1,587	1,782	2	3,17	10	
2,0 2	3	36	1,260	1,587	2,000	2,520	3,175	4	10	102	
3,0 3	2	24	1,414	2,000	2,828	4,000	5,657	8	32	1 024	
4,0 4	1,5	18	1,587	2,520	4,000	6,350	10,079	16	102	10 321	
5,0 5	1,2	14	1,782	3,175	5,657	10,079	17,959	32	323	104 032	
6,0 6	1	12	2,000	4,000	8,000	16,000	32,000	64	1024	1 048 576	

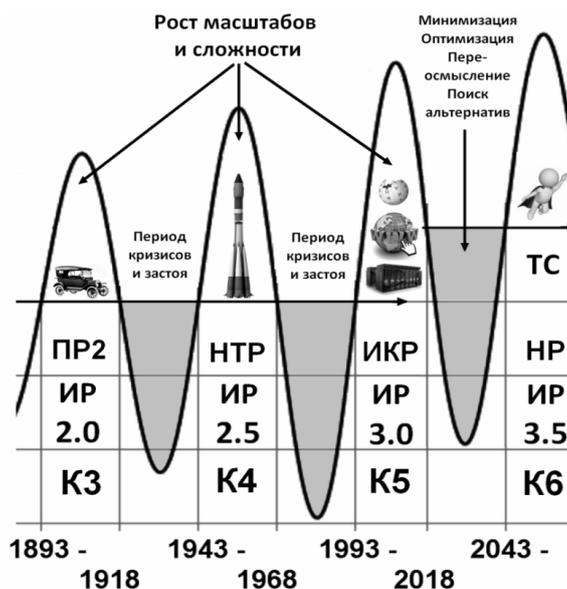


Рисунок 2. – Концептуальное представление периодической составляющей системодинамики техносферы с конца XIX века до середины XXI века как последовательности индустриальных революций (ИР), соответствующих положительным полупериодам волн Кондратьева (K-волн K3, ..., K6) с возрастающей амплитудой

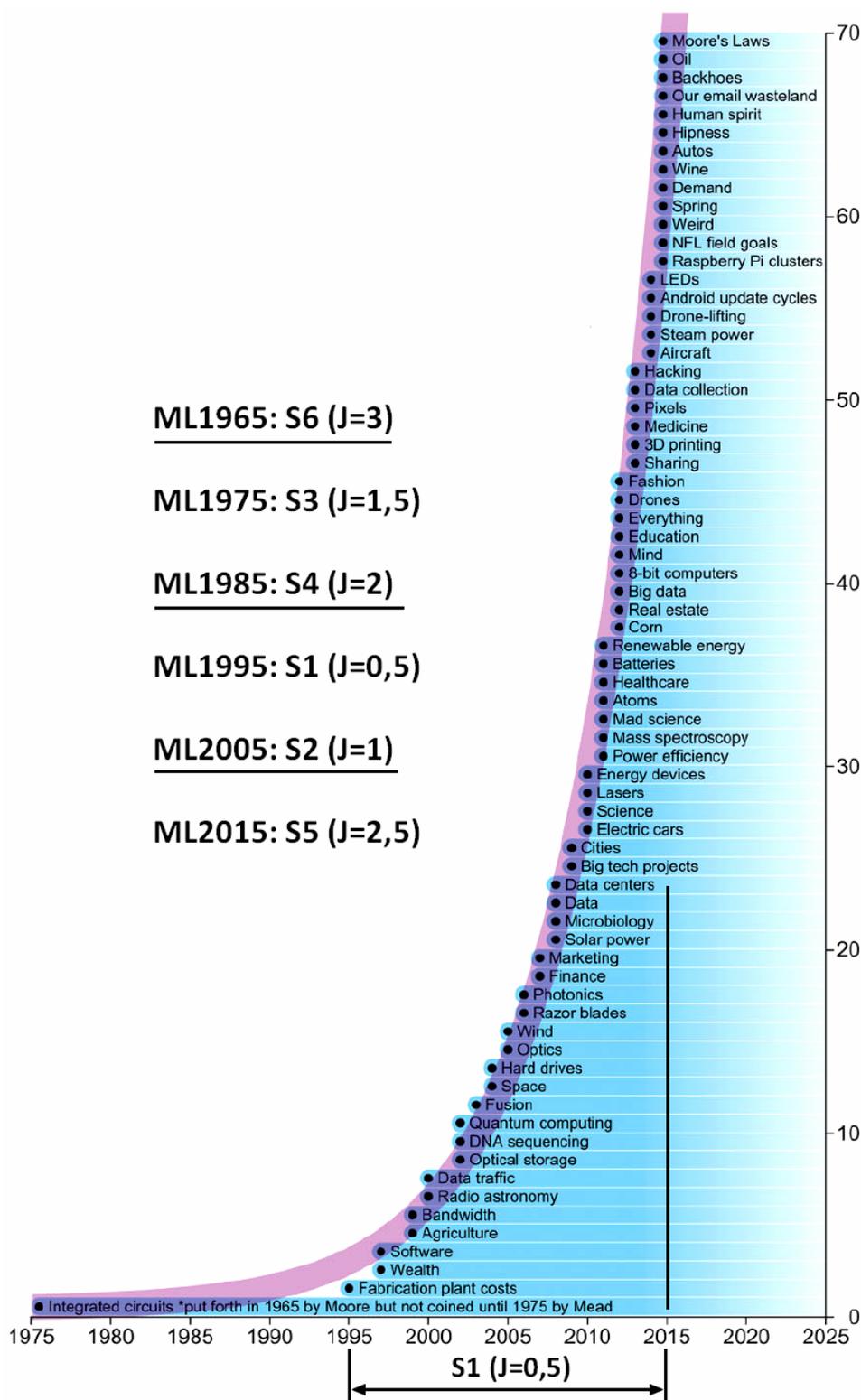


Рисунок 3. – «Закон Мура для законов Мура»

Эпоха информационно-компьютерной революции 1993–2018 гг. (ИКР) породила множество процессов экспоненциального развития, рост числа которых описывается закономерностью  $S1$  (слева сверху представлена последовательность формирования различных по скорости роста вариантов законов Мура – закономерность  $S1$  выделилась как раз к 1995 году; к 2015 году с выделением закономерности  $S5$  и последующего обобщения закона Мура сформировался полный спектр всех вариантов экспоненциального роста в техносфере) [51]

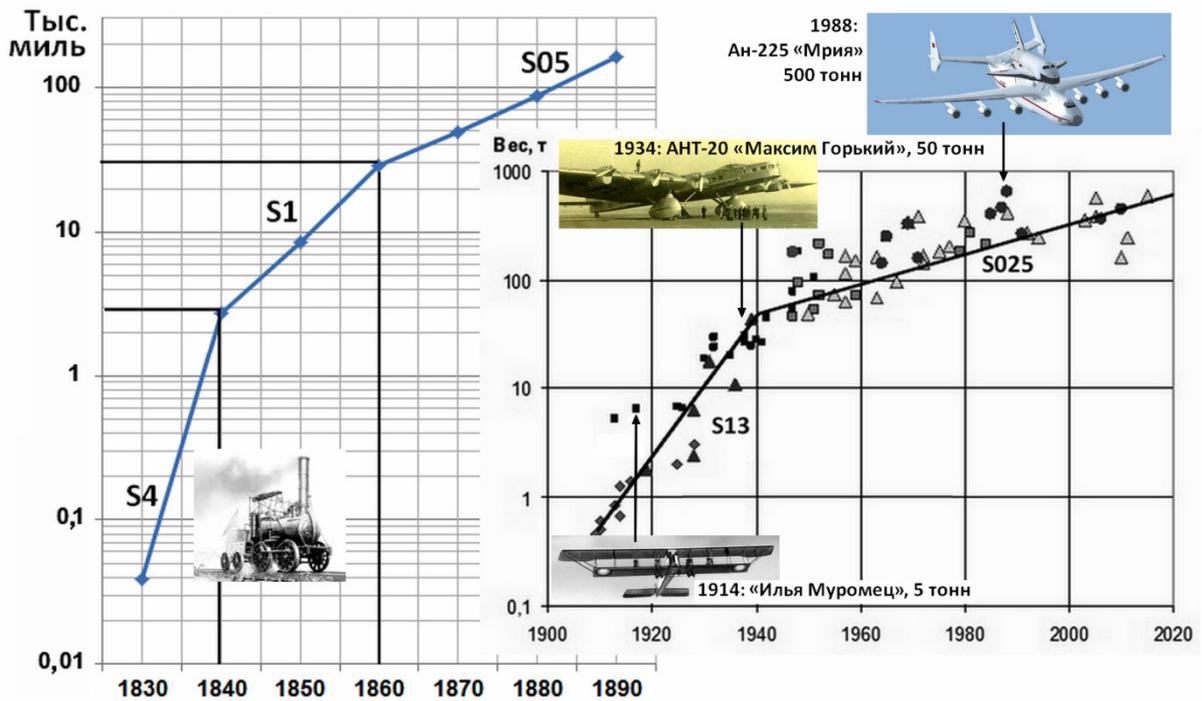


Рисунок 4. – Характерные примеры JJ-закономерностей

Изменение темпов роста обусловлено внутренней логикой развития и не связано с какими-либо периодическими закономерностями: слева представлен рост протяженности железных дорог в США; справа – рост взлетного веса различных типов самолетов

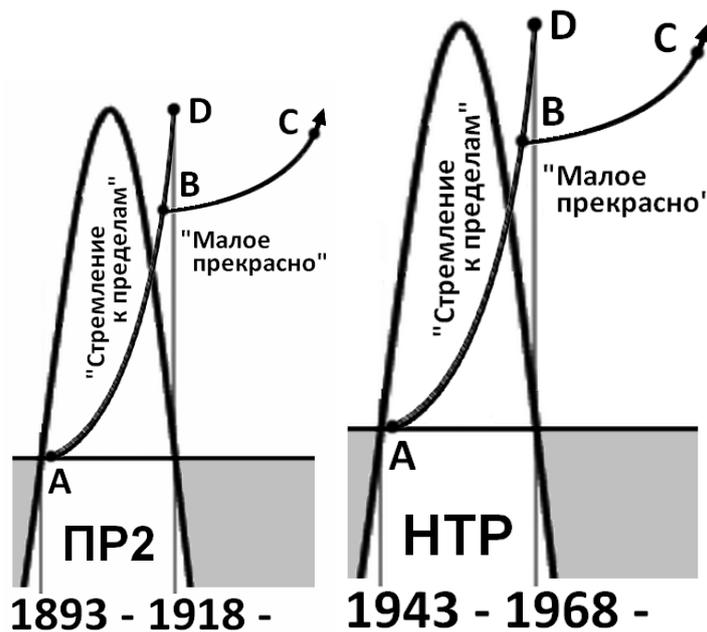


Рисунок 5. – Кривые развития типа jJ:

эпохи индустриальных революций характеризуются особо интенсивными процессами экспоненциального роста (*J*-кривые *AD*), которые завершаются достижением предельных значений (в точке *D*), не получающих дальнейшего развития при переходе к отрицательной полуволе Кондратьева; дальнейший экспоненциальный рост (*J*-кривые *BC*), но уже более медленный, становится возможным на базе предшествующего, оптимального для достигнутого уровня технологий, значения (точка *B*)

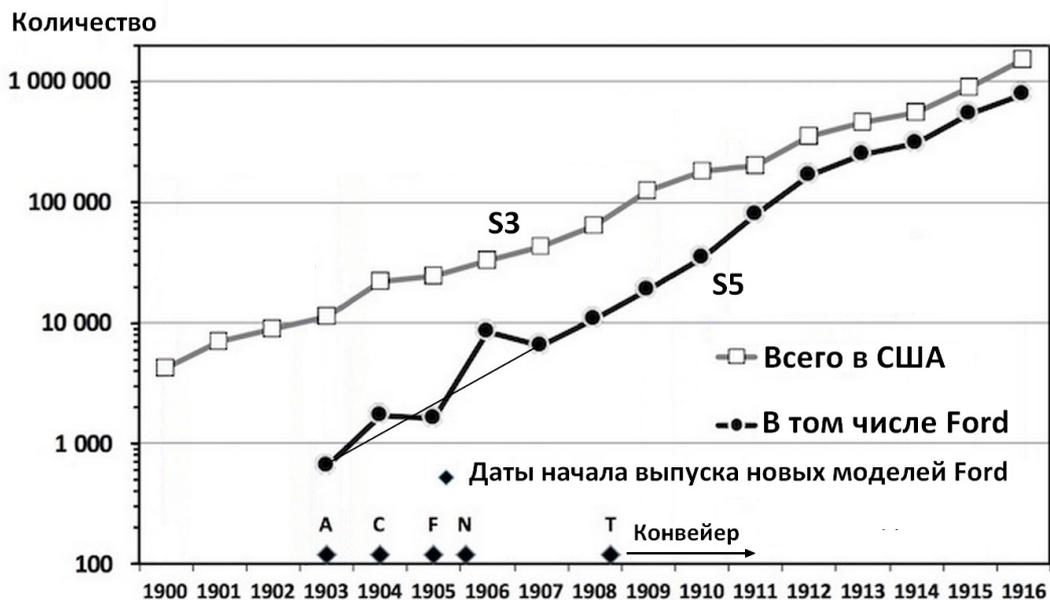


Рисунок 6. – Наиболее характерные процессы экспоненциального роста эпохи второй промышленной революции (ПР2): рост ежегодного производства автомобилей в США (по материалам работы [56])

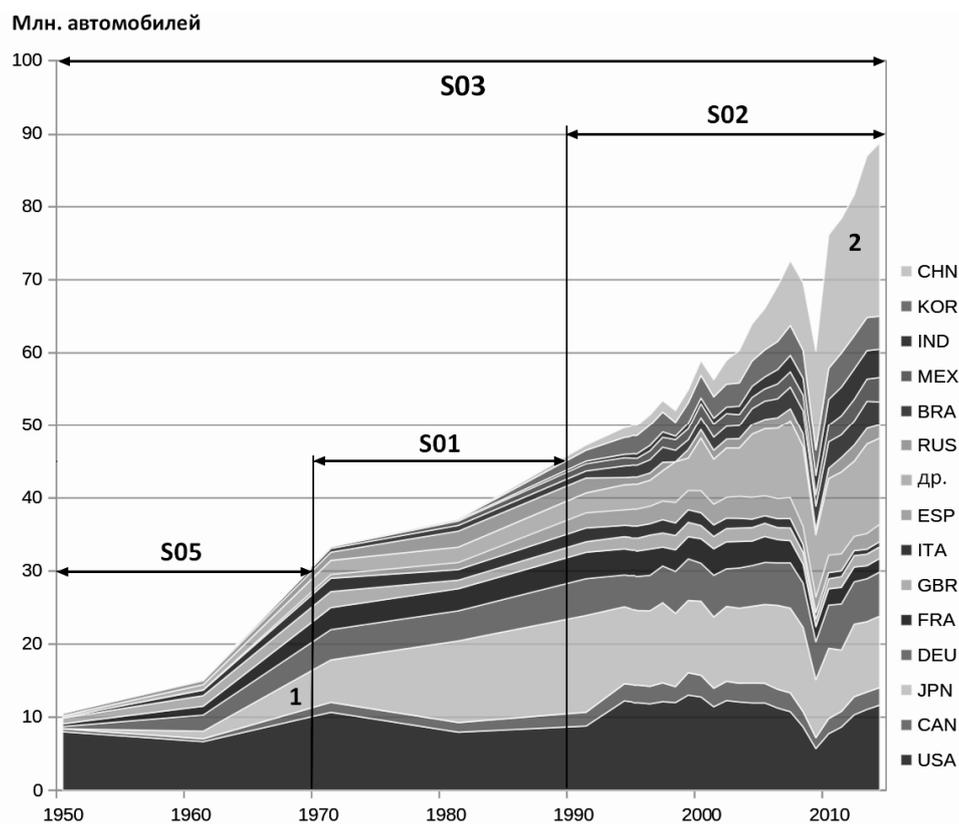


Рисунок 7. – Динамика выпуска автомобилей странами мира

Экспоненциальный рост ежегодного производства автомобилей в мире продолжается, но темпы роста существенно снизились, особенно в период отрицательной полуволны Кондратьева с начала 1970-х до начала 1990-х: трехбуквенными аббревиатурами обозначены основные страны, производящие автомобили, среди которых кроме США (USA) в 60-е годы XX века начала выделяться Япония (JPN, цифра 1), а в начале нового тысячелетия – Китай (CHN, 2)

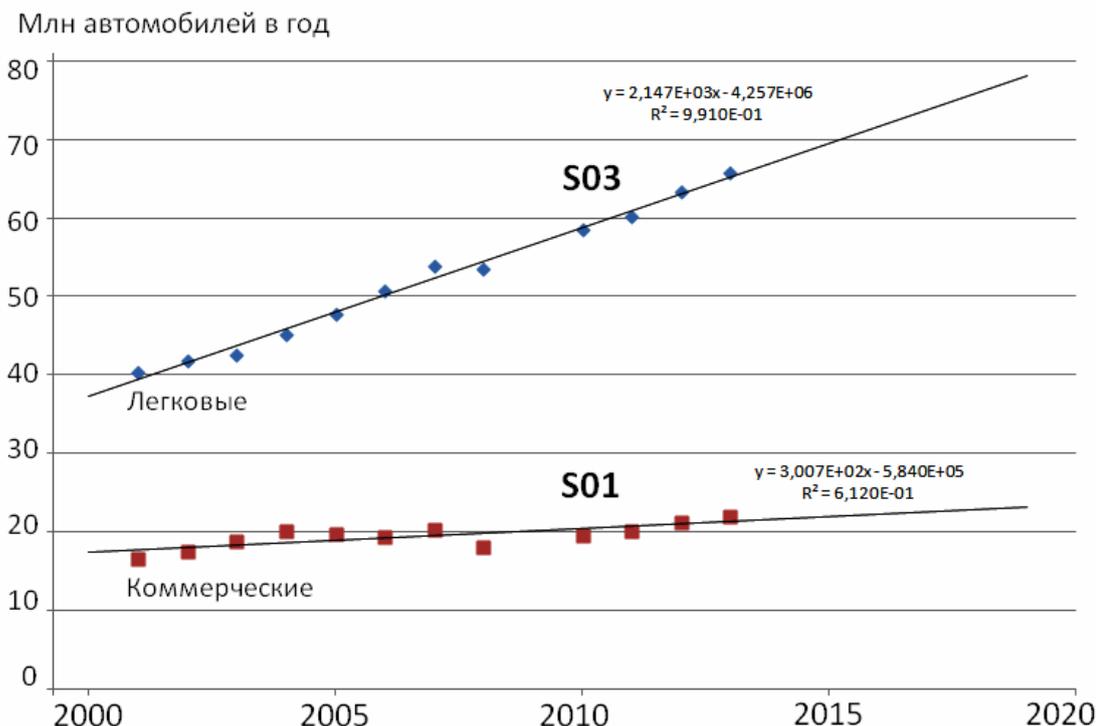


Рисунок 8. – Темпы роста выпуска автомобилей в мире после 2000 года

При средних темпах роста ежегодного выпуска автомобилей всех классов *S02* рост производства легковых автомобилей существенно опережает соответствующие показатели по другим типам автомобилей (*S03* и *S01* соответственно)

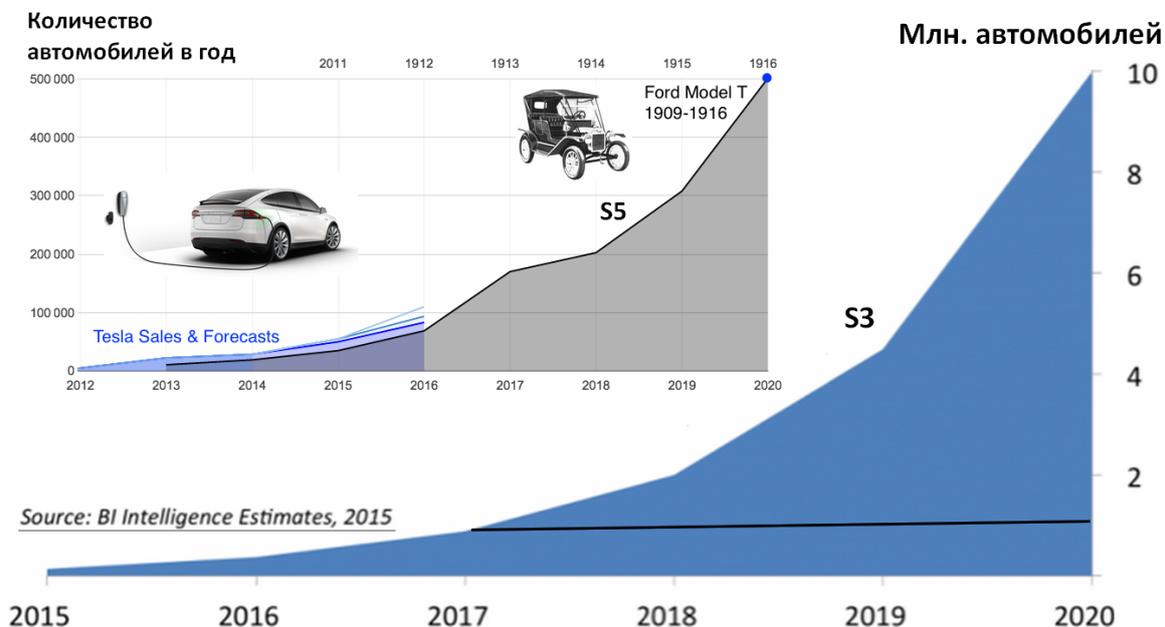


Рисунок 9. – Темпы роста выпуска «интеллектуальных» автомобилей в мире

Рост количества «интеллектуальных» автомобилей (обеспечивающих различные уровни автоматического управления движением вплоть до полностью «беспилотного» варианта) нарастает такими же темпами *S3*, какими в начале автомобильной эры нарастало ежегодное производство автомобилей в США, а роль автомобилей Форда в современном мире играют автомобили Тесла (врезка слева вверху), производство которых нарастает темпами *S5*

### Цена самолета

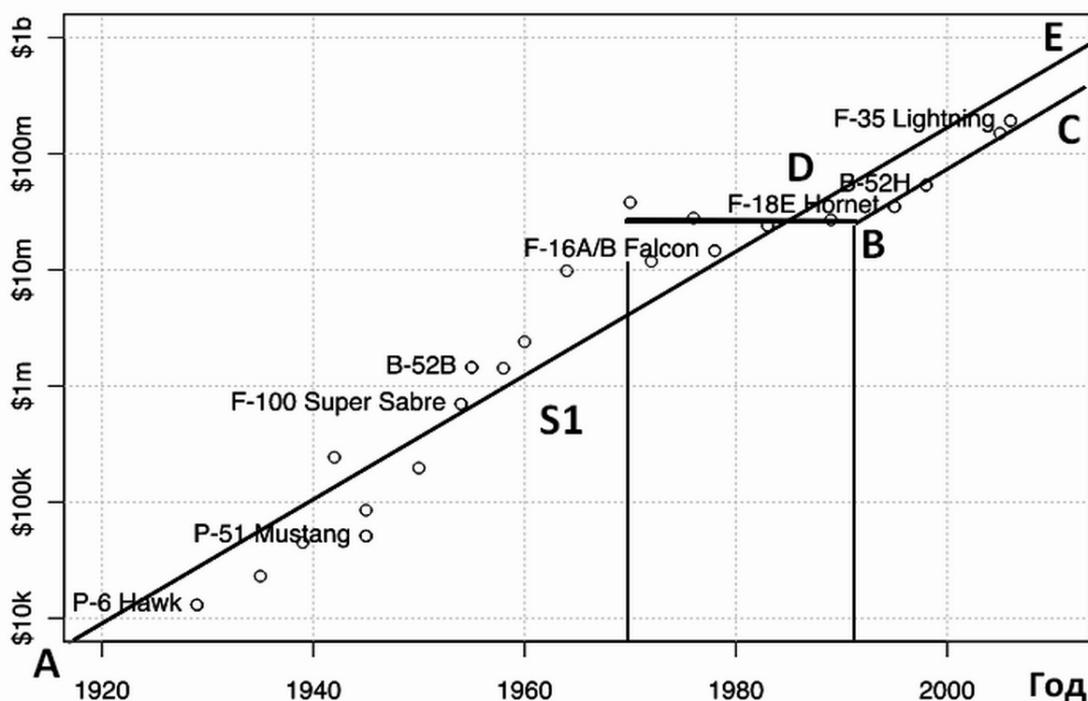


Рисунок 10. – Иллюстрация закона Августина по стоимости боевых самолетов

Закон Августина гласит, что стоимость самолетов растет экспоненциально со средней скоростью  $S1$  (рассмотрение динамики роста позволяет выявить влияние периодической составляющей, например, в период отрицательной полуволны Кондратьева с начала 1970-х до начала 1990-х годов, когда рост стоимости практически прекратился, что привело к формированию  $jJ$ -кривой  $ADBC$ )

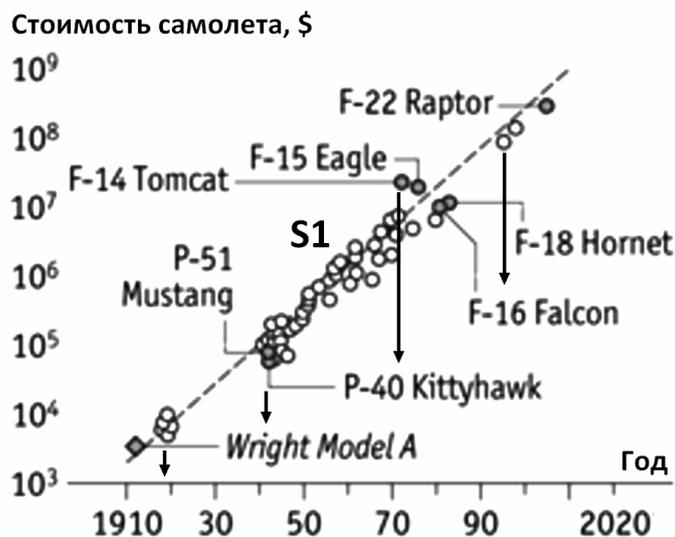


Рисунок 11. – Вариант представления закона Августина, демонстрирующий наиболее устойчивый и интенсивный рост стоимости самолетов в период положительной полуволны Кондратьева в период с начала 40-х до конца 60-х годов

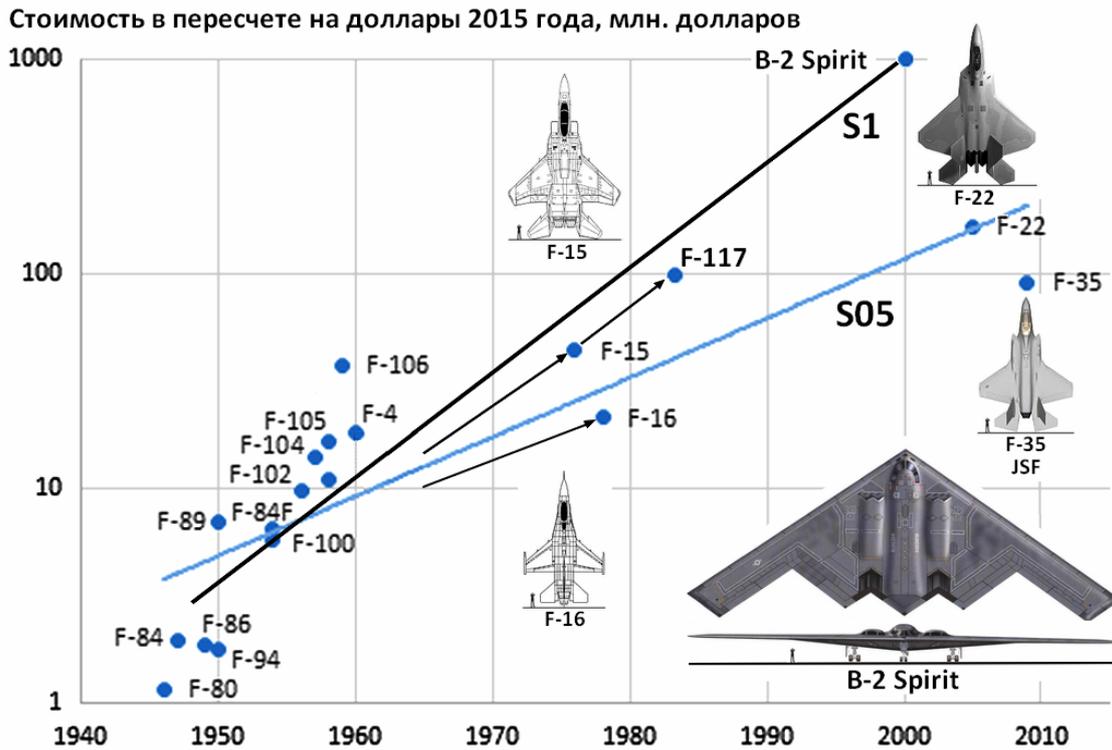


Рисунок 12. – Результаты анализа действия закона Августина

Наблюдается влияние периодической составляющей на технический прогресс в военной авиации: положительная полуволна 40-х и 50-х годов породила большое разнообразие и быстрый рост стоимости самолетов; «застойная» отрицательная полуволна 70-х и 80-х отмечена триумфом 2-х основных типов самолетов (F-15 и F-16), истоки которых следует искать в середине 60-х; положительная полуволна рубежа тысячелетий породила целое семейство самолетов 5-го поколения стоимостью от ста миллионов до миллиарда долларов (все изображения самолетов в одном масштабе)

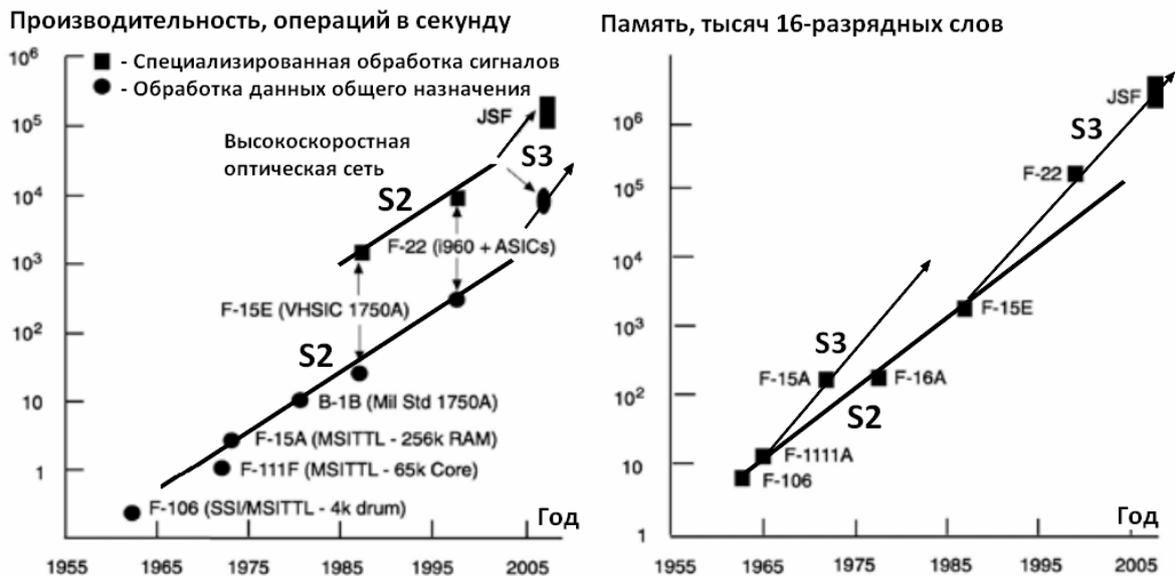


Рисунок 13. – Темпы развития авионики в 1955 – 2005 годах

Экспоненциальное развитие авионики в военной авиации в целом соответствует закономерности S2, но в периоды положительных полуволн Кондратьева в 60-е и 90-е годы наблюдаются тенденции к увеличению темпов роста до S3, которые практически полностью затухают в последующие отрицательные полупериоды К-волн (по материалам работы [62])

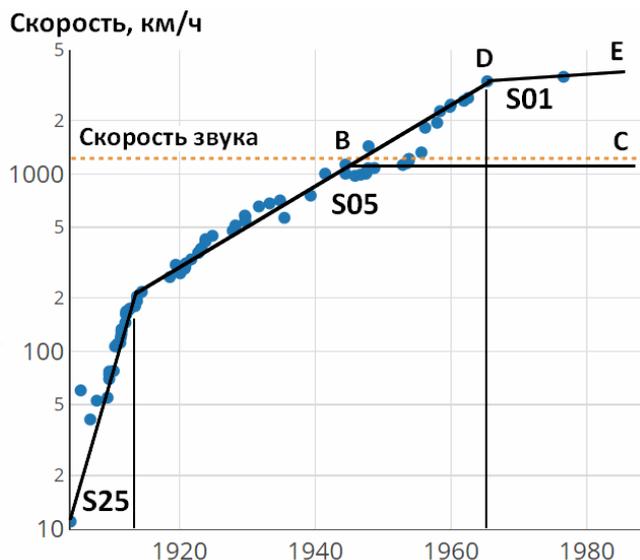


Рисунок 14. – Рост предельных скоростей в авиации

Существенное снижение темпов роста произошло при переходах от положительной полуволны Кондратьева к отрицательной как в конце 1910-х, так и в конце 1960-х, когда сформировалась типичная *jJ*-кривая (*BDE* – развитие сверхзвуковой авиации, *BC* – основная «дозвуковая» линия развития гражданской авиации)

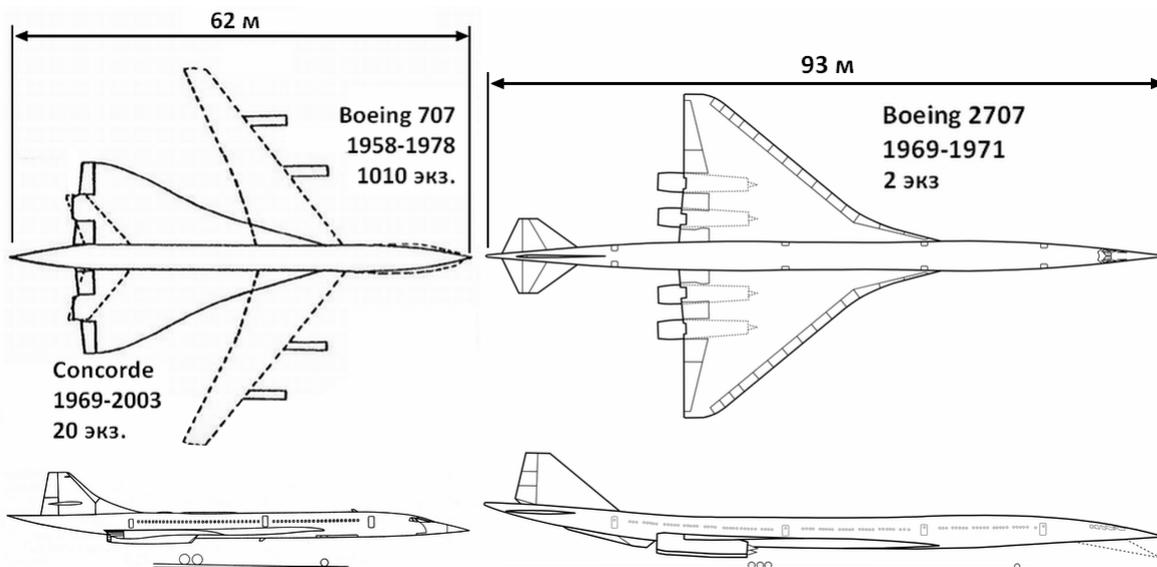


Рисунок 15. – Типичные образцы гражданской авиации «точки D»:

слева показан относительно успешный англо-французский «Конкорд» (для сравнения его контуры наложены на показанные пунктиром контуры разработанного в начале 1950-х годов самолета Boeing 707 – в основной части корпуса отличия минимальны); справа – малоизвестный проект фирмы Боинг, закрытый в самом начале 1970-х годов

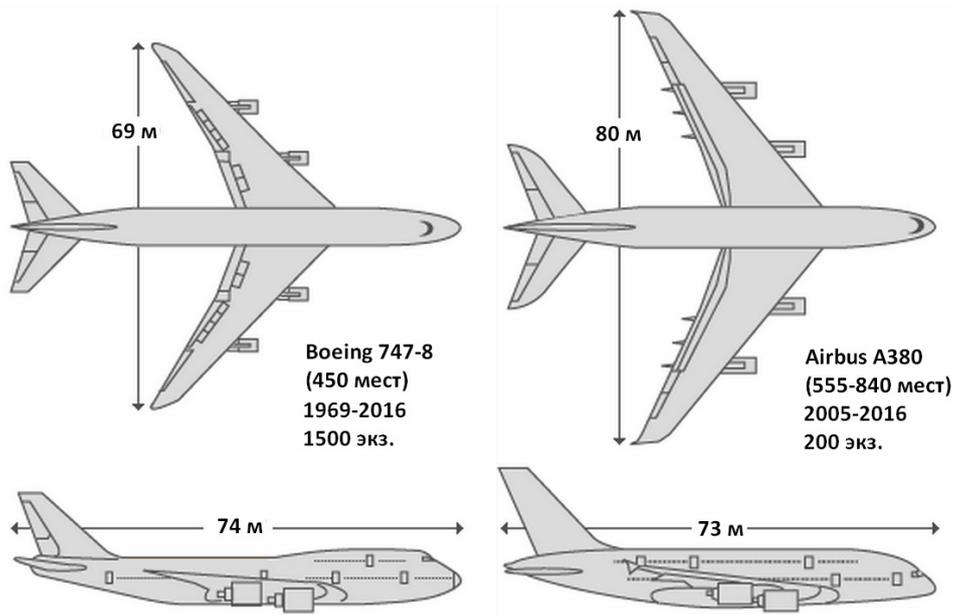


Рисунок 16. – Наиболее яркие и успешные образцы «дозвуковой» линии развития гражданской авиации (фактически, линии *BC jJ*-кривой): слева показан Boeing-747, ставший итогом бурного развития гражданской авиации в период положительной полуволны 1950-х и 1960-х годов, справа – Аэробус А380, ставший символом высших достижений в гражданской авиации начала нового тысячелетия

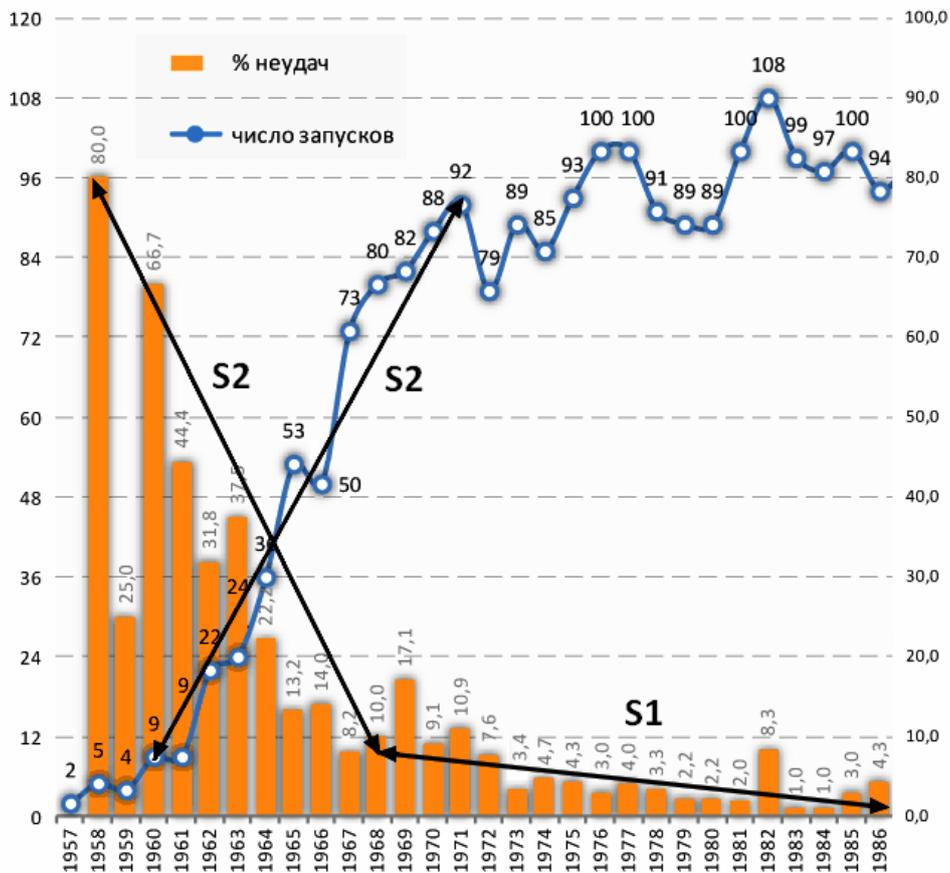


Рисунок 17. – Количество космических запусков в СССР в 1960 – 1980-е годы  
Высокие темпы (*S2*) повышения надежности, которые при прекращении экспоненциального роста количества запусков в 1970-е годы снизились до *S1*



Рисунок 18. – Количество космических запусков в США в 1960 – 2010 годах  
Количество запусков нарастало темпами  $S_2$ , но с наступлением отрицательной полувоны Кондратьева в конце 60-х рост прекратился с последующим многократным снижением количества запусков (в США уже в конце 60-х, в СССР – в 80-е и 90-е годы)

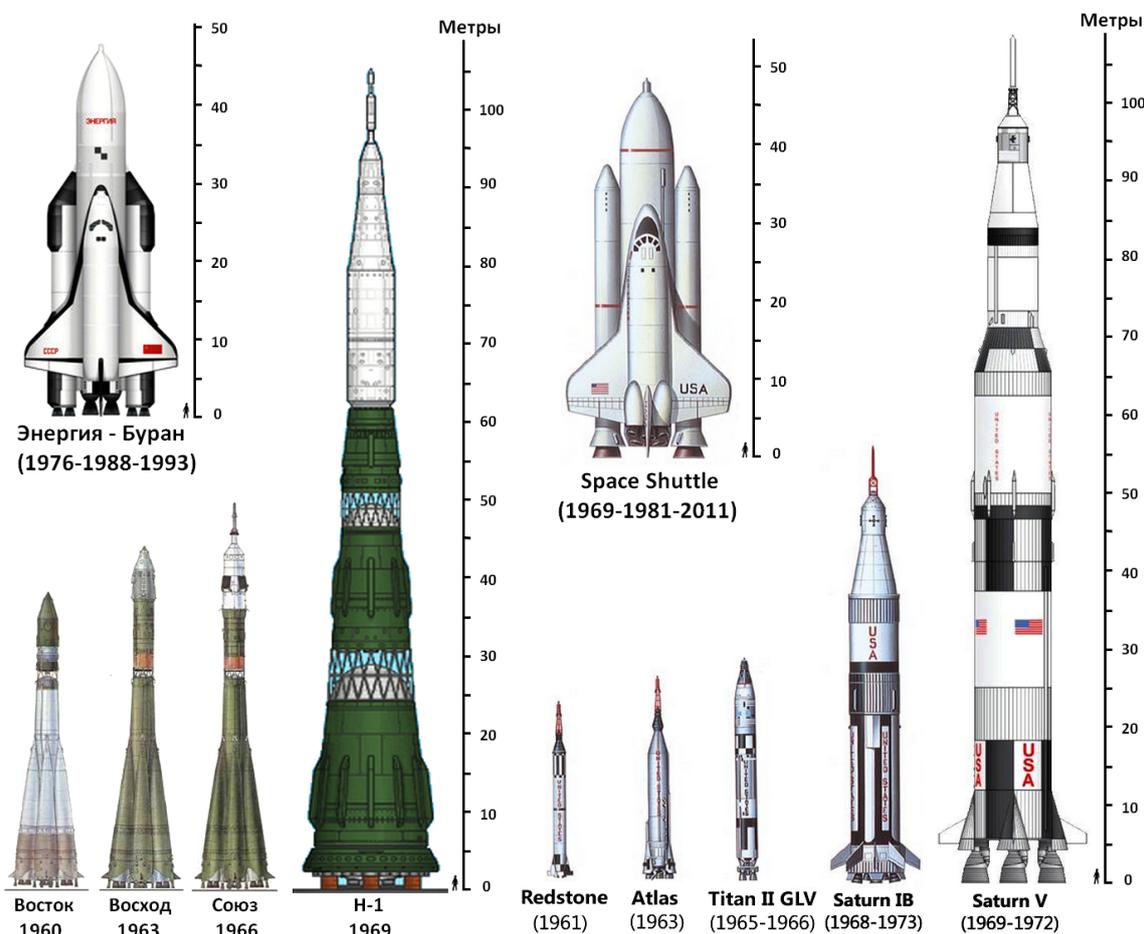


Рисунок 19. – Рост размеров ракет в СССР (слева) и США (справа)

В 1960-е годы процесс завершился разработкой «лунных гигантов» Н-1 и Сатурн V, которые, по сути, явились яркими представителями «точки D», так как дальнейшее развитие пилотируемой космонавтики в 1970-е и 1980-е пошло по пути развития исключительно орбитальных полетов (можно считать, что «Союзы» соответствуют точке B, а комплекс «Энергия-Буран» с примерно такими же размерами – точке  $CjJ$ -кривой; аналогичное соответствие наблюдается и в США)



Рисунок 20. – «Орбитальная» линия развития космонавтики:

Скромные размеры советской станции «Мир» и китайской станции, соответствующие отрицательным полупериодам  $K$ -волн, на фоне гигантской Международной космической станции (МКС), порожденной положительным полупериодом  $K$ -волн рубежа тысячелетий (для сравнения вверху показан Boeing-747)

### Список литературы

- Аноприенко А.Я. Закономерности развития компьютерных технологий и обобщенный закон Мура // Вестник Донецкого национального технического университета, №2(2), 2016. – С. 3–17.
- Аноприенко А.Я. Системодинамика техносферы: как измерить технический прогресс // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе, №1(8)–2(9), 2015. – С. 47–58.
- Аноприенко А.Я. Пятая волна индустриализации и третья промышленная революция // Вестник Донецкого национального технического университета, №1(1), 2016. – С. 3–12.
- Аноприенко А.Я. Системодинамика ноотехносферы: основные закономерности // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе, №1(6)–2(7), 2014. – С. 11–29.
- Аноприенко А.Я. Система закономерностей развития средств и методов компьютеринга // Материалы V Всеукр. научно-техн. конф. «Информационные управляющие системы и компьютерный мониторинг», Донецк, ДонНТУ, 2014. Т. 1. – С. 11–23.
- Нооритмы: модели синхронизации человека и космоса. – Донецк: УНИТЕХ, 2007. – 372 с.
- Аноприенко А.Я. Цивилизация, ноосфера и нооритмы // Ноосфера и цивилизация, №7(10), 2009. – С. 62–69.
- Аноприенко А.Я. Нооритмы и время в информационную эпоху // Время в зеркале науки. Спец. выпуск сб. научных трудов «Гуманитарные студии». Ч. 1. – К.: Центр уч. лит.-ры, 2010. – С. 291–305.
- Аноприенко А.Я. Нооритмы – эффективная модель структурирования исторического времени // Материалы I Междунар. научн. конф. «Время в зеркале науки». – К.: Центр уч. лит.-ры, 2011. – С. 299–303.
- Кондратьев Н.Д. Мировое хозяйство и его конъюнктуры во время и после войны. – Вологда, 1922. – 258 с.
- Кондратьев Н.Д. Большие циклы конъюнктуры // Вопросы конъюнктуры, вып. 1, Т.1, 1925. – С. 28–79.
- Кондратьев Н.Д. Основные проблемы экономической статики и динамики: Предварительный эскиз. – М.: Наука, 1991. – 567 с.
- Кондратьев Н.Д. Большие циклы конъюнктуры и теория предвидения. – М.: Экономика, 2002. – 767 с.
- Богданов А.А. Основные элементы исторического взгляда на природу. – СПб, 1899. – 251 с.
- Богданов А.А. Познание с исторической точки зрения. – СПб, 1901. – 217 с.
- Богданов А.А. Всеобщая организационная наука. Ч. 1. Изд. 3-е М.-Л.: Книга, 1925. – 300 с. (1-е изд. 1913 г.); Ч. 2. Изд-е 3-е. Л.-М.: Книга, 1927. – 240 с. (1-е изд-е 1917 г.); Ч. 3. Изд-е 2-е. Л.-М.: Книга, 1929. – 221 с. (1-е изд.-е 1922 г.).
- Богданов А.А. Тектология. Всеобщая организационная наука. М.: Экономика. 1989. Кн. 1 – 304 с., Кн. 2 – 351 с.
- Bertalanffy L. von. An Outline of General System Theory // The British Journal for the Philosophy of Science, 1950. Vol. 1, no.2: 134–165.
- Bertalanffy L. von. General System Theory // In: General Systems, Vol. 1, 1955: 1–10.
- Bertalanffy L. von. General Theory of Systems: Application to Psychology // Social Science Information sur Les Sciences Sociales, 1967, vol. VI, no.6.
- Bertalanffy L. von. General System Theory. Foundations, Development, Applications, N. Y., 1968, 289 p.

22. Бергаланфи Л. фон. Общая теория систем – критический обзор // Исследования по общей теории систем: Сборник переводов / Общ. ред. и вст. ст. В.Н. Садовского и Э.Г. Юдина. – М.: Прогресс, 1969. – С. 23–82.
23. Bertalanffy L. von. The History and Status of General Systems Theory // In: in Klir G. (ed.), Trends in General Systems Theory, N. Y., Wiley, 1972: 21–41.
24. Форрестер Дж. Основы кибернетики предприятия (Индустриальная динамика). – М.: Прогресс, 1970. – 340 с.
25. Форрестер Дж. Мировая динамика. – М.: АСТ, 2003. – 379 с.
26. Форрестер Дж. Динамика развития города. – М.: Прогресс, 1974. – 300 с.
27. Исследования по общей теории систем. – М.: Прогресс, 1969. – 520 с.
28. Блауберг И.В., Юдин Э.Г. Становление и сущность системного подхода. – М.: Наука, 1973. – 270 с.
29. Садовский В.Н. Смена парадигм системного мышления // Системные исследования. Методологические проблемы. Ежегодник 1992–1994. М., 1996. – С. 64–78.
30. Эйрес Р. Научно-техническое прогнозирование и долгосрочное планирование. – М.: Мир, 1971. – 296 с.
31. Янч Э. Прогнозирование научно-технического прогресса. – М.: Прогресс, 1970. – 568 с.
32. Мартино Дж. Технологическое прогнозирование. – М.: Прогресс, 1977. – 592 с.
33. Сахал Д. Технический прогресс: концепции, модели, оценки. – М.: Финансы и статистика, 1985. – 366 с.
34. Половинкин А.И. Законы строения и развития техники. – Волгоград: ВолгПИ, 1985. – 202 с.
35. Половинкин А.И. Теория проектирования новой техники: закономерности техники и их применение (Всесоюзная ассоциация технического творчества «Эвристика»). – М.: Институт «Информэлектро», 1991. – 104 с.
36. Альтшуллер Г.С. Как научиться изобретать. – Тамбов: Книжное изд-во, 1961. – 128 с.
37. Альтшуллер Г.С. Основы изобретательства. – Воронеж: Центральное черноземное книжное изд-во, 1964. – 240 с.
38. Альтшуллер Г.С. О прогнозировании развития технических систем. – Баку, 1975. – 13 с. URL: <http://www.altshuller.ru/triz/zrts3.asp> (30.05.16).
39. Альтшуллер Г.С. Творчество как точная наука. – М.: Советское радио, 1979. – 170 с.
40. Петров В.М., Злотина Э.С. Теория решения изобретательских задач – основа прогнозирования развития технических систем. Методические разработки. – Л.: ЦНТТМ «Квант», Братислава: ДТ ЧСНТО, 1989. – 92 с.
41. Петров В. История разработки законов развития технических систем. 2002. – 24 с.
42. Любомирский А., Литвин С. Законы развития технических систем. 2003. URL: <http://www.metodolog.ru/00767/00767.html> (30.05.16).
43. Кудрявцев А.В. Как работать с S-образными кривыми. 2009. URL: <http://www.metodolog.ru/node/256> (30.05.2016).
44. Кынин А.Т., Леяшин В.А. Оценка параметров технических систем с использованием кривых роста. 2008. – 25 с. URL: <http://www.metodolog.ru/01428/01428.html> (30.05.2016).
45. Рубин М. Мифы о законах развития технических систем. 2009. – 9 с. URL: <http://www.temm.ru/ru/section.php?docId=4384> (30.05.2016).
46. Bar-Yam Y. Dynamics of complex systems. – Addison-Wesley, 1997, 848 p.
47. Adams K., Hester P., Bradley J. A historical perspective of systems theory // Proceedings of the 2013 Industrial and Systems Engineering Research Conference, Puerto Rico, 8 p.
48. Аверин Г.В. Системодинамика. – Донецк: Донбасс, 2014. – 403 с.
49. Аверин Г.В. Об основаниях системодинамики // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе. №1, 2011. – С. 6–52.
50. Аверин Г.В. О фундаментальных основах системодинамики: опытные факты, методология, приложения // Интеллектуальный анализ информации. – К: НТУ «КПИ», 2011, – С. 152–169.
51. Sanders T. The Moore's Law of Moore's Laws // MRS Bulletin. 2015, Vol. 40, Issue 11.
52. Дятчин Н.И. Техника: закономерности строения, функционирования и развития. – Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 2005. – 186 с.
53. Дятчин Н.И. История развития техники и система законов строения, функционирования и развития технических объектов и систем // Вестник Алтайской науки, №2, 2009. – С. 120–128.
54. Дятчин Н.И. Классификация и систематизация законов техники // Ползуновский альманах, 2011, №2. – С. 22–27.
55. Fink J. America Adopts the Automobile, 1895–1910. Massachusetts: The MIT Press, 1970, 343 p.
56. Howells J., Katznelson R. The “Overly-broad” Selden patent, Henry Ford and Development in the Early US Automobile Industry. Aarhus: Aarhus University, 2016, 30 p.
57. Augustine N. Augustine's laws. Viking, 1986, 380 p.
58. Eskew H. Aircraft Cost Growth and Development Program Length: some Augustinian Propositions Revisited // Acquisition Review Quarterly. Summer 2000: 209–220.
59. Mugg J. Jet fighter costs – a complex problem // ASPI, 21 Sep 2015, Available at: <https://www.aspistrategist.org.au/jet-fighter-costs-a-complex-problem> (accessed May 30, 2016).
60. Бьоркман Э. Безумная юность F-16 // Air & Space, США, 2014.
61. Defence spending in a time of austerity // Economist, Aug 26th 2010. Available at: <http://www.economist.com/node/16886851> (accessed May 30, 2016).
62. Aging Avionics in Military Aircraft. Washington: National Academy Press, 2001, 70 p.
63. Толкачев С.А. Новый облик отечественной авиационной промышленности // Капитал страны, 31 августа 2010. URL: <http://www.kapitalrus.ru/index.php/articles/article/178599> (30.05.16).

64. Кудрявцев В.Ф., Савенко А.Ю. Атомный самолет: будущее в прошедшем времени // *Авиация и Время* №3, и 4, с.16–20/2004. – С. 31–35.
65. Сырин С.А., Терещенко Т.С., Шемяков А.О. Анализ прогнозов научно-технологического развития России, США, Китая и Европейского Союза как лидеров мировой ракетно-космической промышленности // *Труды МАИ, Вып. №82, 2015. – 30 с.*

### References (transliteration)

- Anoprienko A.Y. Zakonomernosti razvitiya kompyuternykh tehnologiy i obobshchennyiy zakon Mura [The computer technology development laws and the Moore generalized law] // *Vestnik Donetskogo natsionalnogo tekhnicheskogo universiteta*, no.2(2), 2016: 3–17 (in Russian).
- Anoprienko A.Y. Sistemodinamika tehnosfery: kak izmerit tekhnicheskii progress [System dynamics of technosphere: how to measure the technical progress] // *Cistemnyiy analiz i informatsionnyie tehnologii v naukah o prirode i obshe-stve*, 2015. no.1(8)–2(9): 47–58 (in Russian).
- Anoprienko A.Y. Pyataya volna industrializatsii i tretya promyshlennaya revolyutsiya [The fifth wave of industrialization and the third industrial revolution] // *Vestnik Donetskogo natsionalnogo tekhnicheskogo universiteta*, no.1(1), 2016: 3–12 (in Russian).
- Anoprienko A.Y. Sistemodinamika nootehnosfery: osnovnyie zakonomernosti [System dynamics of nootehnosphere: basic laws] // *Sistemnyiy analiz v naukah o prirode i obschestve*, 2014, no.1(6)–2(7): 11–29 (in Russian).
- Anoprienko A.Y. Sistema zakonomernostey razvitiya sredstv i metodov kompyuteringa [System of regularities in the development of computing methods and means] // *Materialy V Vseukr. nauchno-tekhnich. konf. "Informatsionnyie upravlyayushchie sistemy i kompyuternyy monitoring"*. Donetsk, DonNTU, V.1. 2014: 11–23. (in Russian).
- Nooritmy: modeli sinhronizatsii cheloveka i kosmosa [Noorhythms: man and space synchronization models]. Donetsk: UNITEH, 2007, 372 p. (in Russian).
- Anoprienko A.Y. Tsvivilizatsiya, noosfera i nooritmy [Civilization, noosphere and noorhythm] // *Noosfera i tsivilizatsiya*, no.7(10), 2009: 62–69 (in Russian).
- Anoprienko A.Y. Nooritmy i vremya v informatsionnuyu epohu [Noorhythms and time in the information age] // *Vremya v zerkale nauki. Spets. Issue sb. nauchnykh trudov "Gumanitarnyye studii"*. Ch. 1. K.: Tsentr uch. Lit-ryi, 2010: 291–305 (in Russian).
- Anoprienko A.Y. Nooritmy – effektivnaya model strukturirovaniya istoricheskogo vremeni [Noorhythms are an effective model for historical time structuring] // *Materialy I Mezhdunar. nauchn. konf. "Vremya v zerkale nauki"*. K.: Tsentr uch. Lit-ryi, 2011: 299–303 (in Russian).
- Kondratev N.D. Mirovye hozyaystvo i ego kon'yunktury vo vremya i posle voyny [World economy and its conjuncture during and after the war]. – Vologda, 1922, 258 p. (in Russian).
- Kondratev N.D. Bolshie tsikly kon'yunktury [Large conjuncture cycles] // *Voprosy kon'yunktury*, Issue 1, V.1, 1925: 28–79 (in Russian).
- Kondratev N.D. Osnovnyie problemy ekonomicheskoy statiki i dinamiki: Predvaritelnyy eskiz [The main problems of economic statics and dynamics: Preliminary sketch]. Moscow, Nauka, 1991, 567 p. (in Russian).
- Kondratev N.D. Bolshie tsikly kon'yunktury i teoriya predvideniya [Large conjuncture cycles and the foresight theory]. Moscow, Ekonomika, 2002, 767 p. (in Russian).
- Bogdanov A.A. Osnovnyie elementy istoricheskogo vzglyada na prirodu [The main elements of the historical view on the nature]. St. Petersburg, 1899, 251 p. (in Russian).
- Bogdanov A.A. Poznanie s istoricheskoy tochki zreniya [Cognition from a historical point of view]. St. Petersburg, 1901, 217 p. (in Russian).
- Bogdanov A.A. Vseobshchaya organizatsionnaya nauka [Universal Organizational Science]. Ch.1. Izd. 3-e Moscow-Leningrad, Kniga, 1925, 300 p. (1-e izd. 1913 g.); Ch.2. Izd-e 3-e. Leningrad-Moscow, Kniga, 1927, 240 p. (1-e izd-e 1917 g.); Ch.3. Izd-e 2-e. Leningrad-Moscow, Kniga, 1929, 221 p. (1-e izd.-e 1922 g.) (in Russian).
- Bogdanov A.A. Tektologiya. Vseobshchaya organizatsionnaya nauka [Tectology. Universal Organizational Science]. Moscow, Ekonomika. 1989. Kn. 1, 304 p. Kn. 2, 351 p (in Russian).
- Bertalanffy L. von. An Outline of General System Theory // *The British Journal for the Philosophy of Science*, 1950. Vol. 1, no.2: 134–165.
- Bertalanffy L. von. General System Theory // *In: General Systems*, Vol. 1, 1955: 1–10.
- Bertalanffy L. von. General Theory of Systems: Application to Psychology. – *Social Science Information sur Les Sciences Sociales*, 1967, vol. VI, no.6.
- Bertalanffy L. von. General System Theory. Foundations, Development, Applications, N. Y., 1968, 289 p.
- Bertalanffy L. von. Obschaya teoriya sistem – kriticheskiy obzor [The general systems theory: critical review] // *Issledovaniya po obschey teorii sistem: Sbornik perevodov / Obsch. red. i vst. st. V.N. Sadovskogo i E.G. Yudina*. Moscow, Progress, 1969: 23–82 (in Russian).
- Bertalanffy L. von. The History and Status of General Systems Theory // *In: in Klir G. (ed.), Trends in General Systems Theory*, N. Y., Wiley, 1972: 21–41.
- Forrester Dzh. Osnovnyie kibernetiki predpriyatiya (Industrialnaya dinamika) [Basics of enterprise cybernetics (Industrial Dynamics)]. Moscow, Progress, 1970, 340 p. (in Russian).
- Forrester Dzh. Mirovaya dinamika [World dynamics]. Moscow, AST, 2003, 379 p. (in Russian).

26. Forrester Dzh. Dinamika razvitiya goroda [The city development dynamics]. Moscow, Progress, 1974, 300 p. (in Russian).
27. Issledovaniya po obshchey teorii system [Studies on the general systems theory]. Moscow, Progress, 1969, 520 p. (in Russian).
28. Blauberg I.V., Yudin E.G. Stanovlenie i suschnost sistemnogo podhoda [The system approach's formation and essence]. Moscow, Nauka, 1973, 270 p. (in Russian).
29. Sadovskiy V.N. Smena paradigmy sistemnogo myshleniya [The system thinking paradigms change]. // Sistemnyye issledovaniya. Metodologicheskie problemy. Ezhegodnik 1992–1994. Moscow, 1996: 64–78 (in Russian).
30. Eyres R. Nauchno-tehnicheskoe prognozirovaniye i dolgosrochnoe planirovaniye [Scientific and technical forecasting and long-term planning]. Moscow, Mir, 1971, 296 p. (in Russian).
31. Yanch E. Prognozirovaniye nauchno-tehnicheskogo progressa [Forecasting scientific and technical progress]. Moscow, Progress, 1970, 568 p. (in Russian).
32. Martino Dzh. Tehnologicheskoe prognozirovaniye [Technological forecasting]. Moscow, Progress, 1977, 592 p.
33. Sahal D. Tehnicheskii progress: kontseptsii, modeli, otsenki [Technical progress: concepts, models, estimates]. Moscow, Finansy i statistika, 1985, 366 p. (in Russian).
34. Polovinkin A.I. Zakonyi stroeniya i razvitiya tehniki [The technique structuring and development laws]. Volgograd: VolgPI, 1985, 202 p. (in Russian).
35. Polovinkin A.I. Teoriya proektirovaniya novoy tehniki: zakonmernosti tehniki i ih primeneniye [The new technology designing theory: the laws of technology and their application] (Vsesoyuznaya assotsiatsiya tehnikeskogo tvorchestva "Evristika"). Moscow, Institut "Informelektron", 1991, 104 p. (in Russian).
36. Altshuller G.S. Kak nauchitsya izobretat [How to learn to invent]. – Tambov, Knizhnoye izdatelstvo, 1961, 128 p. (in Russian).
37. Altshuller G.S. Osnovy izobretatelstva [The invention fundamentals] Voronezh: Tsentralnoye chernozemnoye knizhnoye izdatelstvo, 1964, 240 p. (in Russian).
38. Altshuller G.S. O prognozirovanii razvitiya tehnikeskikh system [On forecasting the technical systems development]. Baku, 1975, 13 p. Available at: <http://www.altshuller.ru/triz/zrts3.asp> (accessed May 30, 2016).
39. Altshuller G.S. Tvorchestvo kak tochnaya nauka [Creativity as an exact science]. Moscow, Sovetskoye radio, 1979, 170 p. (in Russian).
40. Petrov V.M., Zlotina E.S. Teoriya resheniya izobretatelskikh zadach – osnova prognozirovaniya razvitiya tehnikeskikh system. Metodicheskie razrabotki [The inventive problems solving theory is the basis for technical systems forecasting development. Methodical developments]. Leningrad, TsNTTM "Kvant", Bratislava: DT ChSNTO, 1989, 92 p. (in Russian).
41. Petrov V. Istoriya razrabotki zakonov razvitiya tehnikeskikh system [The technical systems development laws elaboration history]. 2002, 24 p. (in Russian).
42. Lyubomirskiy A., Litvin S. Zakonyi razvitiya tehnikeskikh system [The technical systems development laws]. 2003. Available at: <http://www.metodolog.ru/00767/00767.html> (accessed May 30, 2016).
43. Kudryavtsev A.V. Kak rabotat s S-obraznyimi krivyimi [How to work with S-shaped curves]. 2009. Available at: <http://www.metodolog.ru/node/256> (accessed May 30, 2016).
44. Kyinin A.T., Lenyashin V.A. Otsenka parametrov tehnikeskikh sistem s ispolzovaniem krivyih rosta [The technical system parameters evaluation by using growth curves]. 2008, 25 p. Available at: <http://www.metodolog.ru/01428/01428.html> (accessed May 30, 2016).
45. Rubin M. Mifyi o zakonah razvitiya tehnikeskikh system [Myths about the technical systems development laws]. 2009, 9 p. Available at: <http://www.temm.ru/section.php?docId=4384> (accessed May 30, 2016).
46. Bar-Yam Y. Dynamics of complex systems. Addison-Wesley, 1997, 848 p.
47. Adams K., Hester P., Bradley J. A historical perspective of systems theory // Proceedings of the 2013 Industrial and Systems Engineering Research Conference, Puerto Rico, 8 p.
48. Averin G.V. Sistemodinamika [System dynamics]. Donetsk: Donbass, 2014, 403 p. (in Russian).
49. Averin G.V. Ob osnovaniyakh sistemodinamiki [The grounds of system dynamics] // Sistemnyy analiz i informatsionnyye tehnologii v naukah o prirode i obshchestve. no.1, 2011: 6–52. (in Russian).
50. Averin G.V. O fundamentalnykh osnovakh sistemodinamiki: opytnyye fakty, metodologiya, prilozheniya [On the fundamentals of system dynamics: experimental facts, methodology, applications] // Intellektualnyy analiz informatsii. Kiev, NTU "KPI", 2011: 152–169 (in Russian).
51. Sanders T. The Moore's Law of Moore's Laws // MRS Bulletin. 2015, Vol. 40, Issue 11.
52. Dyatchin N.I. Tehnika: zakonmernosti stroeniya, funktsionirovaniya i razvitiya [Technique: structure, functioning and development patterns]. Barnaul: Izd-vo AltGTU, 2005, 186 p. (in Russian).
53. Dyatchin N.I. Istoriya razvitiya tehniki i sistema zakonov stroeniya, funktsionirovaniya i razvitiya tehnikeskikh ob'ektov i system [The technology development history and the system of laws for the technical objects and systems structure, functioning and development] // Vestnik Altayskoy nauki, no.2, 2009: 120–128.
54. Dyatchin N.I. Klassifikatsiya i sistematizatsiya zakonov tehniki [Classification and systematization for the technology laws] // Polzunovskiy almanah, 2011, no.2: 22–27 (in Russian).
55. Fink J. America Adopts the Automobile, 1895–1910. Massachusetts: The MIT Press, 1970, 343 p.

56. Howells J., Katznelson R. The "Overly-broad" Selden patent, Henry Ford and Development in the Early US Automobile Industry. Aarhus: Aarhus University, 2016, 30 p.
57. Augustine N. Augustine's laws. Viking, 1986, 380 p.
58. Eskew H. Aircraft Cost Growth and Development Program Length: some Augustinian Propositions Revisited // Acquisition Review Quarterly. Summer 2000: 209–220.
59. Mugg J. Jet fighter costs – a complex problem // ASPI, 21 Sep 2015. Available at: <https://www.aspistrategist.org.au/jet-fighter-costs-a-complex-problem> (accessed May 30, 2016).
60. Borkman E. Bezumnaya yunost F-16 [Mad Youth F-16] // Air & Space, SShA, 2014.
61. Defence spending in a time of austerity // Economist, Aug 26th 2010. Available at: <http://www.economist.com/node/16886851> (accessed May 30, 2016).
62. Aging Avionics in Military Aircraft. Washington: National Academy Press, 2001, 70p.
63. Tolkachev S.A. Novyy oblik otechestvennoy aviatsionnoy promyishlennosti [New look on the domestic aviation industry] // Kapital stranyi, August 31, 2010. Available at: <http://www.kapital-rus.ru/index.php/articles/article/178599> (accessed May 30, 2016).
64. Kudryavtsev V.F., Savenko A.Y. Atomnyy samolet: buduschee v proshedsheem vremeni [Nuclear plane: the future in the past tense] // Aviatsiya i Vremya no.3, i 4: pp. 16–20/2004, pp. 31–35 (in Russian).
65. Syirin S.A., Tereschenko T.S., Shemyakov A.O. Analiz prognozov nauchno-tehnologicheskogo razvitiya Rossii, SShA, Kitaya i Evropeyskogo Soyuza kak liderov mirovoy raketno-kosmicheskoy promyishlennosti [The forecasts analysis for scientific and technological development of Russia, the USA, China and the European Union as the world rocket and space industry leaders] // Trudy MAI, Issue 82, 2015, 30 p. (in Russian).

**Аноприєнко О.Я.** «Системодинаміка техносфери: технічний прогрес та нооритми». Системодинаміка техносфери може розглядатися як комбінація періодичних та експоненціальних закономірностей росту і розвитку об'єктів техніки і суспільства. Основою періодичної складової є модифікована концепція хвиль Кондратьєва, яка отримала назву нооритмів. Сутність модифікації при цьому полягає в прив'язці хвиль до 50-річних періодичних коливань зі змінною амплітудою в межах 500-річних періодів. Аналіз великого обсягу реальних історичних даних підтверджує доцільність та достатню продуктивність такої моделі як мінімум при розгляді розвитку техносфери протягом останніх століть. Розглядається вплив періодичних закономірностей на криві зростання в різних областях техніки і вперше вводяться такі поняття як JJ-криві та jJ-криві, які описують характерні зміни в динаміці експоненціальних процесів розвитку технічних систем. Особливий інтерес являють Jj-криві, які характерні для періодів переходу позитивної напівхвилі нооритмів в негативну. Особливості формування таких кривих досить ясно просліджуються на прикладах розвитку технічних систем у автомобілібудівництві, авіації, та космонавтиці. Є підстави припускати, що виявлені закономірності дозволять у подальшому здійснювати істотно більш адекватне довгострокове прогнозування науково-технічного прогресу та забезпечити надійне планування розвитку складних технічних систем.

**Ключові слова:** системодинаміка, техносфера, періодичні процеси розвитку, експоненціальне зростання, закономірності розвитку технічних систем, технічний прогрес, нооритми.

**A.Y. Anopriyenko** "System dynamics of technosphere: technical progress and and noorhythms". The system dynamics of the technosphere can be viewed as a combination of periodic and exponential growth patterns. The basis is the modified concept of Kondratieff waves, known as noorhythms. The essence of the modification in this case lies in the coupling of waves to 50-year periodic oscillations with a variable amplitude within 500-year periods. An analysis of a large volume of real historical data confirms sufficient productivity of such a model, at least when considering the development of the technosphere over the past centuries. The influence of such periodic regularities on the growth curves in various fields of technology is considered and for the first time such concepts as JJ-curves and jJ-curves describing the characteristic changes in the dynamics of exponential processes of the development of technical systems are introduced. Of particular interest are the jJ-curves. The features of the formation of such development curves are quite clearly traced on examples of the development of technical systems in the automotive, aerospace and aerospace industries. There are grounds to assume that the revealed regularities will make it possible in the future to implement much more adequate long-term forecasting of scientific and technical progress and more reliable planning for the development of complex technical systems.

**Keywords:** system dynamics, technosphere, periodic processes of exponential growth, patterns of development of technical systems, the speed of technical progress.

Статья поступила в редакцию 22.06.2016  
Рекомендована к публикации в журнале «Техника и наука» Г.В. Авериньим

## ***Раздел 2***

### ***Прикладной системный анализ, моделирование и прогнозирование***

## Simulation of network traffic using discrete mapping

Belkov D.V., Edemskaya E.N.  
Donetsk National Technical University  
belkov65@list.ru

*Belkov D.V., Edemskaya E.N. "Simulation of network traffic using discrete mapping". Many analytical studies have shown that self-similar network traffic can have a detrimental impact on network performance, including amplified queuing delays and packet loss rates in broadband wide area networks. The understanding of the self-similar nature in traffic is an important issue. One of the most important tasks of network research is to construct adequate models for the concerned traffic flows. The objective of our paper is the deterministic traffic simulation. The task is to design one dimensional discrete mapping for traffic simulation. Discrete mappings can produce broad traffic models in the sense that sometimes even one parameter is enough to produce the range of behavior that appears in packet traffic. The discrete mapping for network traffic simulation is offered in this work, the relevant investigations have been carried out in the Matlab environment. In paper two realizations of network traffic are chosen. They are got at the University of Napoly (Italy) and according to the license information they are freely accessible for the analysis. Studied time series represent the measuring of TCP-packet jitter. In the first case (TCP\_j512) packets have a volume of 512 bytes, in the second (TCP\_j1024) it has 1024 bytes. The measurings were conducted every 10 milliseconds, over 2000 countings out were got. A sender had 802.11b connection, a recipient was UMTS-access, transmission rate was equal to 100 pps. When modeling of these time series it was suggested to use the discrete mapping built on the basis of the map "tent" and Zaborovsky map. The simulation of TCP-packets jitter of wireless network was conducted and the resulting phase trajectories of the models and of the real processes have the same type.*

**Keywords:** self-similar traffic, TCP-packet jitter, discrete map, phase trajectories.

### Introduction

Recent studies of real traffic data in modern computer networks have shown that traffic exhibits self-similar (fractal) properties over a wide range of time scales [1, 2]. The properties of self-similar traffic are different from properties of traditional models based on Poisson, Markov-modulated Poisson and related processes. The use of traditional models in networks which are characterized by self-similar processes can lead to incorrect conclusions about the performance of analyzed networks. The use of traditional models leads to over-estimation of the performance quality of computer networks, insufficient allocation of communication and data processing resources, and difficulties in ensuring the quality of service expected by network users.

Many analytical studies have shown that self-similar network traffic can have a detrimental impact on network performance, including amplified queuing delays and packet loss rates in broadband wide area networks. Praxson and Floyd found that wide-area network traffic consists of more bursts than Poisson models predict over many time scales. This difference has implications for congestion control mechanisms and performance. Crovella and Bestavros found evidence and possible causes of self-similarity in World Wide Web traffic, such as WWW document file size data.

The possibilities of dynamic systems in simulation of the network traffic are studied in a series of research works by Erramilli.

The understanding of the self-similar nature in traffic is an important issue. One of the most important tasks of network research is to construct adequate models for the concerned traffic flows. New self-similar traffic models are necessary in order to reveal the dynamics of individual streams of data and find out the appearance of the self-similar characteristics observed in real-world situations. Such models must be analytically tractable or algorithmic to enable simulation studies. The performance of communication networks with the self-similar characteristics of traffic must be studied to determine the consequences of self-similarity of data streams on queuing performance [3–5].

The understanding of traffic behavior is important in network dimensioning and performance prediction. There is a basic need for a comprehensive and detailed study of fractal traffic theory. Many significant results have been obtained in a number of approaches published in this field, but still many open questions are to be answered.

The objective of our work is a deterministic traffic simulation. The task of this work is the design of one dimensional discrete map for traffic simulation. Discrete maps can help to produce different traffic models and sometimes even one

parameter is enough to reproduce the range of behavior that appears in packet traffic. Dynamic networks such as ATM are capable of interesting time behavior. That means that over particular time intervals, the traffic pressure on the network is varied. A discrete map is a reasonable model of incident traffic, which makes possible to model the dynamic behavior of a packet network under study by using non-linear equations. Chaotic models of nonlinear dynamics have been used as alternatives for stochastic models in many branches of science [6, 7].

### Traffic simulation

Fractals and theory of chaos belong to the number of the most applicable in current science over the last three decades. From the point of view of a researcher their appeal lies in the possibility to describe complexity in a concise manner. Ideas of their theories have been successfully used for modeling of different complex phenomena virtually in every branch of science. And recent investigations show that actual packet traffic has features that can be described more efficiently in terms of fractals, rather than by conventional stochastic processes. Fundamentally, chaos and fractals are independent and unrelated concepts. However fractal geometry is invoked to describe the irregular trajectories of chaotic systems in state space and chaotic systems are often used as convenient generators of fractal processes.

It is known that chaotic systems have the following main properties: non-linearity, determinacy and sensitivity to the initial conditions. Besides, chaotic time series looks like a stochastic process. The attractor of a non-linear chaotic system is frequently fractal. If it is possible to detect the feature of deterministic chaos in the traffic, we will obtain a new model of the traffic and a new algorithm of its prediction due to the chaos deterministic nature. The traffic model of TCP protocol can be both a simple periodic process and, under some conditions, have a complex behavior compatible with the concept of deterministic chaos. In particular, the researchers obtain a trajectory of the system in phase space and refer it to the class of strange attractors. An attractor is a cluster set of trajectories in the phase space of the system to which all the trajectories from a neighborhood of this set tend [6].

We assume that packet traffic is deterministic. A phase space plot can observe the existence of clusters, diagonal lines, vertical and horizontal lines. These shapes on the plot indicate the presence of determinism in packet traffic. This aspect of packet traffic is justified by the existence of deterministically spaced packets and their superposition. Discrete maps may allow for a more concise description of these structures, which can significantly influence queuing behaviors.

In paper the researches are executed in the Matlab environment. For the study two realizations of network traffic are chosen. They are got at the University of Napoly (Italy) and according to the license information they are freely accessible for the analysis. The considered time series represent the measuring of TCP-packet jitter. In the first case (TCP\_j512) the volume of the packets equals 512 bytes, in the second (TCP\_j1024) - 1024 bytes. The measuring were conducted every 10 milliseconds and over 2000 countings have been got. A sender had 802.11b connection, a recipient is UMTS-access, speed of transmission 100 pps [8]. In the article for the simulation of these time series it is suggested to use the discrete map, that built on the basis of the map "tent" [9] and Zaborovsky map [10]. The figure 1 shows simulation chart. It is needed to adjust control parameters of the model and coefficients  $k_1, k_2$ , that to minimize error.

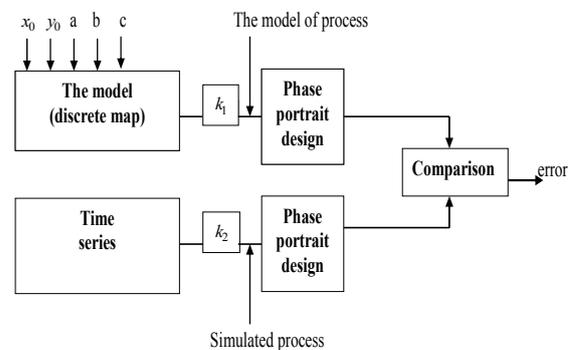


Figure 1. – Simulation chart

The map "tent" looks like

$$x_i = \begin{cases} x_{i-1} / a, 0 < x_{i-1} < a \\ (1 - x_{i-1}) / (1 - a), a < x_{i-1} \leq 1 \end{cases}, \quad x_0 = 0.1.$$

Zaborovsky map:  $y_i = \frac{y_{i-1}}{b} + \frac{1}{y_{i-1}} - 1, \quad y_0 = 1.$

Offered map (z/t map) looks like  $z_i = \frac{y_i^c}{x_i}$ . Control

parameters  $a, b, c$  are constants.

At the simulation of time series TCP\_j512 we appropriated the values to the parameters:  $x_0 = 0.1, y_0 = 1, a = 0.3, b = 3.8, c = 0.5, k_1 = 4.5, k_2 = 10^4$ . The figures 2-5 show the simulation results. Similar trajectories on phase portraits are marked by the identical numbers.

At the simulation of time series TCP\_j1024 we appropriated the values to the parameters:  $x_0 = 0.1, y_0 = 1, a = 0.3, b = 3.8, c = 1, k_1 = 2.7, k_2 = 10^4$ . The figures 6-9 show simulation results. Alike trajectories on phase portraits are marked by identical numbers.

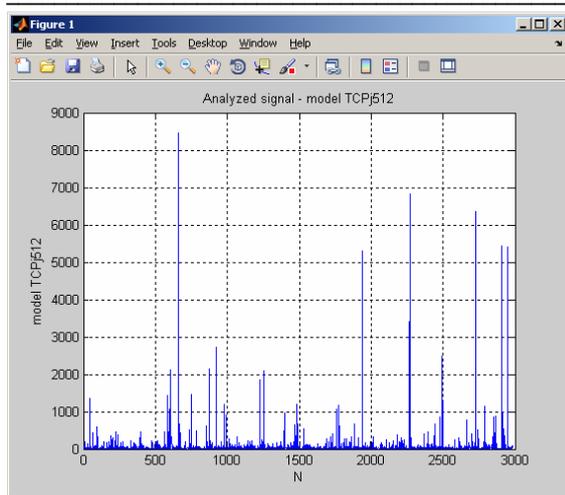


Figure 2. – The model of time series TCP\_j512

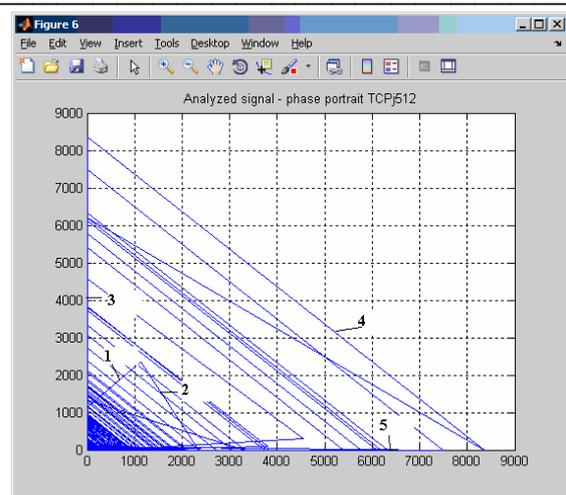


Figure 5. – Phase portrait TCP\_j512

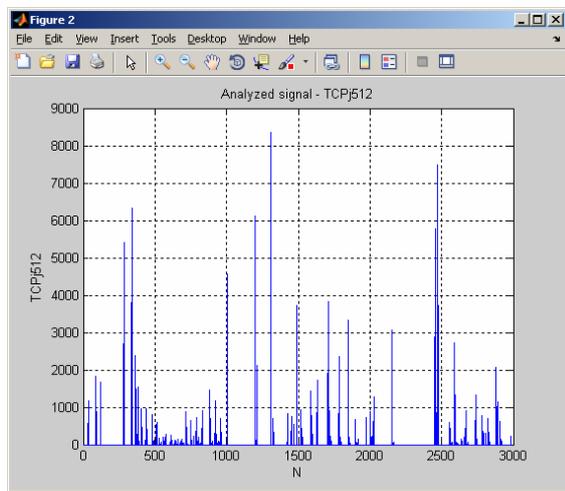


Figure 3. – Process TCP\_j512

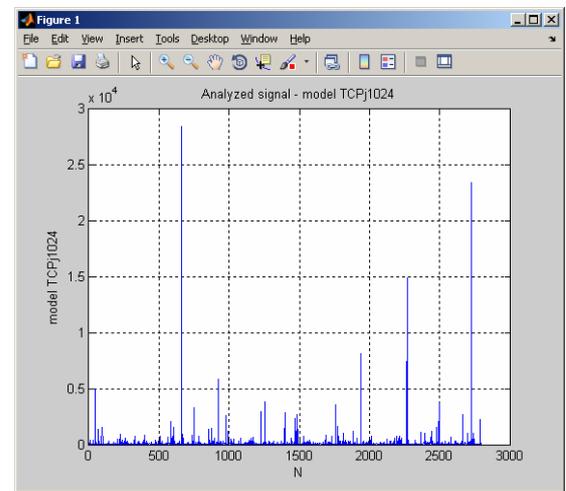


Figure 6. – The model of time series TCP\_j1024

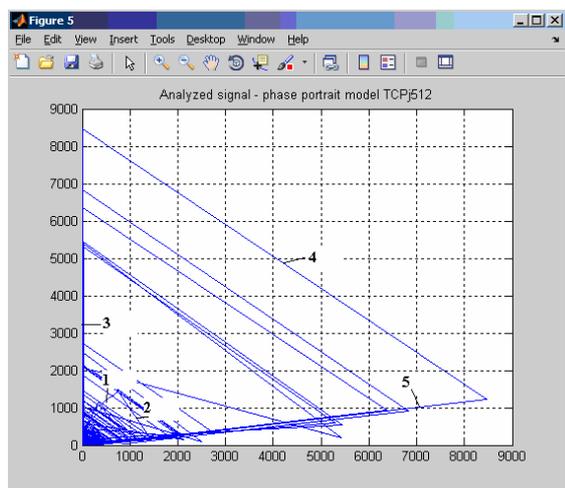


Figure 4. – Phase portrait of the model TCP\_j512

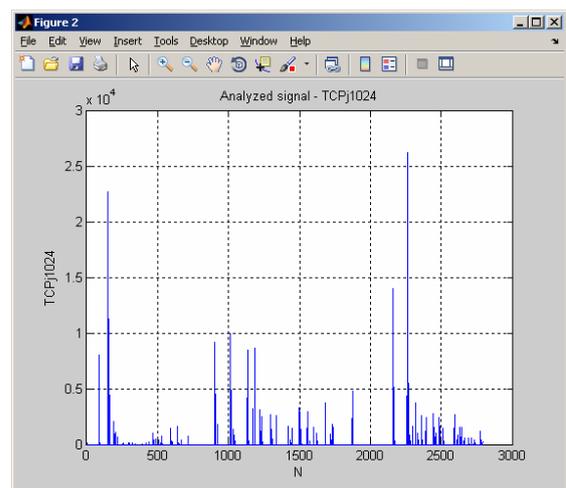


Figure 7. – Process TCP\_j1024

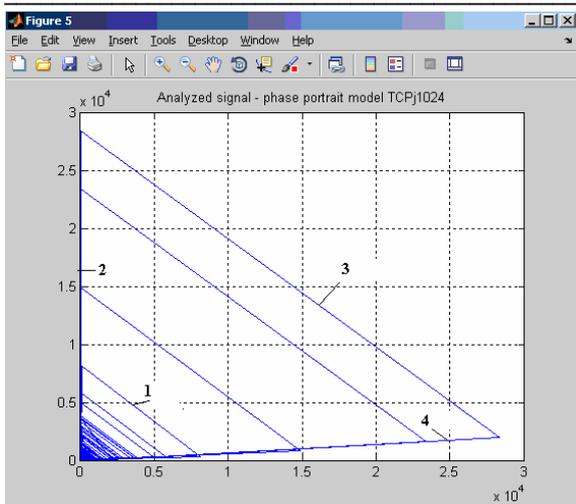


Figure 8. – Phase portrait of the model TCP\_j1024

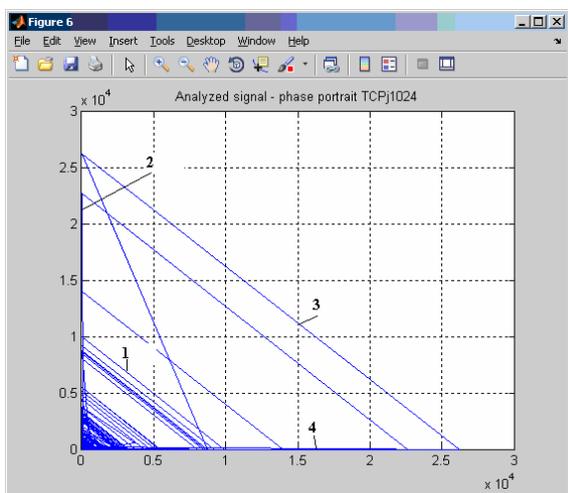


Figure 9. – Phase portrait TCP\_j1024

### Conclusions

The analysis of the network traffic is actually reduced to the task of processing the time series. The theory of non-linear dynamics provides a potential to study, identification and prediction of the time series that have some specific properties. The discrete mapping for network traffic simulation is offered in this work. The simulation of TCP-packets jitter of wireless network was performed. The resulting phase trajectories of the models and the real processes have the same type. The proposed discrete displaying can be used for the burst traffic simulation.

### References

1. Park K. Self-Similar Network Traffic: An Overview. [Electronic resource], 2012. Available at: <http://pi.314159.ru/park1.pdf> (accessed July 20, 2016).
2. Willinger W., Taqu M.S., Errimilli A. A bibliographical guide to self-similar traffic and performance modeling for modern high-speed networks. [Electronic resource], 2012. Available at:

<http://linkage.rockefeller.edu/wli/reading/taqu96.pdf> (accessed July 20, 2016).

3. Hae-Duck Joshua Jeong. Modeling of self-similar teletraffic for simulation. University of Canterbury, 2002, 297 p.
4. Ложковський А.Г. Аналіз і синтез систем розподілу інформації в умовах мультисервісного трафіка. Автореферат дисертації. Одеса. 2010. – 38 с.
5. Бельков Д.В., Едемская Е.Н. Статистический анализ трафика сети с беспроводным доступом. 36. научных работ ДонНТУ. Серия «Информатика, кибернетика, общесловальная техника». Вып. 14 (188). 2011. – С. 113–122.
6. Newton N.J. Self similar model for bursty traffic – a deterministic approach. [Electronic resource], 2013. Available at: <http://www.andonis.eu/documents/MScProject.pdf> (accessed July 20, 2016).
7. Petroff V. Self-Similar Network Traffic: From Chaos and Fractals to Forecasting and QoS. [Electronic resource], 2012. Available at: <http://pi.314159.ru/petroff5.pdf> (accessed July 20, 2016).
8. Network tools and traffic traces. [Electronic resource], 2012. Available at: <http://www.grid.unina.it/Traffic/Traces/ttraces.php> (accessed July 20, 2016).
9. Кузнецов С.П. Динамический хаос. М.: ДМК, 1995. – 294 с.
10. Заборовский В.С., Куприенко С.В., Шеманин Ю.А. Динамика процессов межсетевое взаимодействия: мультифрактальные модели и методы управления. [Electronic resource], 2013. Available at: [http://www.npo-rtc.ru/papers/articles/art2003\\_3.pdf](http://www.npo-rtc.ru/papers/articles/art2003_3.pdf) (accessed July 20, 2016).

### References (transliteration)

1. Park K. Self-Similar Network Traffic: An Overview. [Electronic resource], 2012. Available at: <http://pi.314159.ru/park1.pdf> (accessed July 20, 2016).
2. Willinger W., Taqu M.S., Errimilli A. A bibliographical guide to self-similar traffic and performance modeling for modern high-speed networks. [Electronic resource], 2012. Available at: <http://linkage.rockefeller.edu/wli/reading/taqu96.pdf> (accessed July 20, 2016).
3. Hae-Duck Joshua Jeong. Modeling of self-similar teletraffic for simulation. University of Canterbury, 2002, 297 p.
4. Lozkovsky A.G. Analysis and synthesis of the systems of distributing of information in the conditions of multiservice traffic. Abstract of thesis of the dissertation. Odessa, 2010, 38 p. (in Ukraine).
5. Belkov D.V., Edemskaya E.N. The statistical analysis of the traffic traces with the wireless access to the network. Col. scientific works

- DonNTU. Series of “Informatics, cybernetics, computing engineering”. Rel. 14 (188). 2011: 113–122. (in Russian).
6. Newton N.J. Self similar model for bursty traffic – a deterministic approach. [Electronic resource], 2013. Available at: <http://www.andonis.eu/documents/MScProject.pdf> (accessed July 20, 2016).
  7. Petroff V. Self-Similar Network Traffic: From Chaos and Fractals to Forecasting and QoS. [Electronic resource], 2012. Available at: <http://pi.314159.ru/petroff5.pdf> (accessed July 20, 2016).
  8. Network tools and traffic traces. [Electronic resource], 2012. Available at: <http://www.grid.unina.it/Traffic/Traces/ttraces.php> (accessed July 20, 2016).
  9. Kuznetsov S.P. The dynamic chaos. Moscow, DMK, 1995, 294 p. (in Russian)
  10. Zaborovsky V.S., Kuprienko S.V., Shemanin Y.A. Dynamics of internet co-operation processes: multiracial models and management methods [Electronic resource], 2013. Available at: [http://www.nportc.ru/papers/articles/art2003\\_3.pdf](http://www.nportc.ru/papers/articles/art2003_3.pdf) (accessed July 20, 2016).

**Бельков Д.В., Едемська Є.М. «Моделирование сетевого трафика с помощью дискретного отображения».** Ряд аналітичних досліджень показав, що самоподібний мережевий трафік може приводити до зниження продуктивності мережі, збільшення часу затримки та числа втрачених пакетів. Важливою проблемою є пояснення самоподібної природи трафіку. Одна з головних задач дослідження мереж – створення адекватної моделі трафіку. Метою нашої роботи є детерміноване моделювання трафіку. Задача роботи - побудова одновимірного дискретного відображення для моделювання трафіку. Дискретні відображення можуть бути використані при моделюванні трафіку різного типу, іноді навіть один управляючий параметр достатній, щоб моделювати поведінку пакетного трафіку. У роботі запропоновано дискретне відображення для моделювання мережевого трафіку. Дослідження виконані в середовищі Matlab. Для вивчення вибрано дві реалізації мережевого трафіку. Вони одержані в університеті міста Наполи (Італія). Згідно ліцензії дані вільно доступні для аналізу. Тимчасові ряди, що вивчаються, є вимірюванням джиттера потоку TCP-пакетів. У першому випадку (TCP\_j512) пакети мають об'єм 512 байтів, у другому (TCP\_j1024) об'єм пакету складає 1024 байт. Вимірювання проводилося кожні 10 мілісекунд, одержано понад 2000 відліків. Відправник мав 802.11b з'єднання, одержувач - UMTS-доступ, швидкість передачі 100 prps. У статті для моделювання тимчасових рядів запропоновано використовувати дискретне відображення, побудоване на основі відображення «тент» і відображення Заборовського. Виконано моделювання джиттера потоку TCP-пакетів бездротової мережі. Фазові траєкторії моделей та реального процесу є однотипними.

**Ключові слова:** самоподібний трафік, джиттер потоку TCP-пакетів, дискретне відображення, фазові траєкторії.

**Бельков Д.В., Едемская Е.Н. «Моделирование сетевого трафика с помощью дискретного отображения».** Ряд аналитических исследований показал, что самоподобный сетевой трафик может приводить к снижению производительности сети, увеличению времени задержки и числа потерянных пакетов. Важной проблемой является объяснение самоподобной природы трафика. Одна из главных задач исследования сетей – создание адекватной модели трафика. Целью нашей работы является детерминированное моделирование трафика. Задача работы - построение одномерного дискретного отображения для моделирования трафика. Дискретные отображения могут быть использованы при моделировании трафика различного типа, иногда даже один управляющий параметр достаточен, чтобы моделировать поведение пакетного трафика. В работе предложено дискретное отображение для моделирования сетевого трафика. Исследования выполнены в среде Matlab. Для изучения выбраны две реализации сетевого трафика. Они получены в университете города Наполи (Италия). Согласно лицензии данные свободно доступны для анализа. Изучаемые временные ряды представляют собой измерение джиттера потока TCP-пакетов. В первом случае (TCP\_j512) пакеты имеют объем 512 байта, во втором (TCP\_j1024) объем пакета составляет 1024 байта. Измерение проводилось каждые 10 миллисекунд, получено свыше 2000 отсчетов. Отправитель имел 802.11b соединение, получатель - UMTS-доступ, скорость передачи 100 prps. В статье для моделирования временных рядов предложено использовать дискретное отображение, построенное на основе отображения “тент” и отображения Заборовского. Выполнено моделирование джиттера потока TCP-пакетов беспроводной сети. Фазовые траектории моделей и реального процесса являются однотипными.

**Ключевые слова:** самоподобный трафик, джиттер потока TCP-пакетов, дискретное отображение, фазовые траектории.

Статья поступила в редакцию 12.09.2016  
Рекомендована к публикации канд. техн. наук В.Н. Беловодским

## О нахождении периода колебаний динамических систем

Беловодский В.Н., Корниенко Н.В.

Донецкий национальный технический университет  
v.belovodskiy@gmail.com, nikitakornienko1993@gmail.com

*Беловодский В.Н., Корниенко Н.В. «О нахождении периода колебаний динамических систем». В статье обсуждаются методы нахождения периода колебаний нелинейных систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями. Проводится анализ известных подходов и на основе одного из них предлагается алгоритм, концептуально состоящий в сведении краевой задачи к экстремальной и последующего ее решения методом скорейшего спуска. Путем проведения пробных расчетов на первоначально выбранной линейной модели осуществляется выбор общего вида функции цели и критериев останова, а затем, с целью апробации метода, проводятся вычислительные эксперименты для уравнения Дуффинга в зоне субгармонического резонанса порядка 1:3. Полученные результаты иллюстрируются графиками законов движения и фазовых траекторий.*

**Ключевые слова:** нелинейные динамические системы, субгармонические колебания, фазовые траектории, уравнение Дуффинга

### Введение

Умение находить период колебаний нелинейных динамических систем интересно, уже хотя бы потому, что ведет к нахождению диапазона всех их периодических решений и дает возможность глобального анализа таких систем. К настоящему времени накоплен ряд численных и аналитических подходов в этом направлении. Так, например, в работах [1–3] рассматривается уравнение  $\ddot{x} + (1 + \dot{x}^2)x = 0$  и на основе методов возмущения [3] и гармонического баланса [1, 2] формируются процедуры для определения зависимостей частоты колебаний от их амплитуды, т.е., по существу, частотно-амплитудных характеристик. В работах [4–7] такие процедуры предложены на основе методов гомотопии [4], энергетического [5] и гармонического баланса [6, 7], их применение демонстрируются на примере уравнения  $\ddot{x} + x^3 / (1 + x^2) = 0$ . Не вдаваясь в детальный анализ, отметим, что в силу объемных аналитических преобразований такие подходы интересны, пожалуй, лишь для систем не высокой размерности, а перспектива их использования для систем с несколькими степенями свободы, которые обычно возникают, например, даже при анализе простых вибрационных механизмов с ограниченной мощностью двигателей, не вселяет оптимизма. По этим соображениям более перспективными, на наш взгляд, являются численные подходы и нередко, для этих целей, используется метод точечных отображений или отображение Пуанкаре, при котором выполняется непосредственное численное интегрирование системы дифференциальных уравнений,

описывающих поведение системы. В процессе решения путем сравнения фазовых точек системы, устанавливается промежуток времени, через который они начинают совпадать. Такой подход, в настоящее время, является доминирующим при бифуркационном анализе динамических систем и с представительной подборкой результатов, полученных с его помощью, можно ознакомиться, например, в монографии [8]. Однако, в этом случае, проводится большой объем дополнительных вычислений, когда, осуществляя перебор начальных условий в заданной части фазового пространства, выполняется расчет, вообще говоря, ненужных переходных режимов. Отметим, что в современных средах моделирования [9] также существуют встроенные процедуры, позволяющие выполнять определение периода колебаний системы путем установления момента замыкания фазовой траектории, выходящей из заданной начальной точки. Однако, успешное решение задачи, в данном случае, предполагает и точное задание начальных условий, которые, вообще говоря, также являются предметом поиска в процессе нахождения периода.

Известны попытки использования идеи приспособывания для нахождения периода колебаний. Так, например, в работе [10] рассматриваются автономные системы с одной степенью свободы и при предположении, что движение системы между крайними положениями является монотонным, промежуток изменения отклонения делится на  $n$  малых частей и движение на каждой из них описывается своим линейным уравнением. После этого определяется время движения на каждом из них, а период колебаний

определяется как сумма времен движения на отдельных участках. В статье приводятся контрольные примеры и достигнутая точность в нахождении периода, при значении  $n = 10^4$ , составила шесть знаков после запятой. Следует отметить, что такой подход оказывается весьма эффективным и для кусочно-линейных систем [11].

По сравнению с отмеченными подходами выигрывает метод, предлагаемый в работе [12]. Он не налагает каких-либо ограничений на размерность или вид системы и проблему поиска периода сводит к решению краевой задачи для системы дифференциальных уравнений. Данный метод выбран нами в качестве прототипа. Для понимания сути предлагаемых изменений проведем его анализ.

### Анализ и недостатки прототипа

Концептуально суть подхода [12] заключается в следующем.

Рассматривается система

$$\dot{x} = f(x, t) \tag{1}$$

где  $\dot{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)'$ ,  $f = (f_1, f_2, \dots, f_n)'$ , символ  $(...)'$  обозначает транспонирование и пусть  $T_0$  ее искомый период. Выполняется замена независимой переменной  $t = \tau T_0$ , где  $\tau \in [0, 1]$ , в результате чего система (1) принимает вид

$$x'(\tau) = T_0 f(x, \tau T_0). \tag{2}$$

Далее, ставится задача нахождения начальных условий

$$x(0) = x_0, \tag{3}$$

и значения параметра  $T_0$  таким образом, чтобы  $x(1) = x_0$ . Набор  $x_0, T_0$  и будет представлять искомый период колебаний системы (1) совместно с соответствующими ему начальными условиями (3).

В рассматриваемой работе решение этой задачи осуществляется методом стрельбы. А именно, учитывается, что ее решение зависит как от начальных условий, так и от  $T_0$  и полагается, что  $x = x(\tau, x_0, T_0)$ . После этого, формируется функция

$$r(x_0, T_0) = x(1, x_0, T_0) - x_0,$$

описывающая невязку начальных условий и ставится задача нахождения набора  $x_0, T_0$ , удовлетворяющего уравнению  $r(x_0, T_0) = 0$ , что и осуществляется методом Ньютона. Согласно ему нахождение очередного приближения определяется из системы

$$r(x_0, T_0) + \frac{\partial r(x_0, T_0)}{\partial x_0} \Delta x_0 + \frac{\partial r(x_0, T_0)}{\partial T_0} \Delta T_0 = 0$$

или, в развернутом виде, – системы

$$\left\{ \begin{aligned} &x_1(1, x_0, T_0) - x_{10} + \sum_{k=1}^n \frac{\partial}{\partial x_{k0}} (x_1(1, x_0, T_0) - x_{10}) \cdot \Delta x_{k0} + \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial T_0} (x_1(1, x_0, T_0) - x_{10}) \cdot \Delta T_0 = 0 \\ &x_2(1, x_0, T_0) - x_{20} + \sum_{k=1}^n \frac{\partial}{\partial x_{k0}} (x_2(1, x_0, T_0) - x_{20}) \cdot \Delta x_{k0} + \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial T_0} (x_2(1, x_0, T_0) - x_{20}) \cdot \Delta T_0 = 0 \\ &\quad \dots \\ &x_n(1, x_0, T_0) - x_{n0} + \sum_{k=1}^n \frac{\partial}{\partial x_{k0}} (x_n(1, x_0, T_0) - x_{n0}) \cdot \Delta x_{k0} + \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial T_0} (x_n(1, x_0, T_0) - x_{n0}) \cdot \Delta T_0 = 0 \end{aligned} \right. \tag{4}$$

которая состоит из  $n$  уравнений, но содержит  $n + 1$  неизвестных. Чтобы исключить эту неопределенность авторы рекомендуют на каждом шаге фиксировать ту из переменных  $x_{i0}, T_0$ , пусть, для примера, это будет  $x_{k0}$ , которой, к данному шагу, соответствует наименьшее по модулю значение приращения. В результате этого, в системе (4) значение  $\Delta x_{k0}$  принимается равным нулю, она разрешается относительно остальных приращений и после этого определяются новые значения этих переменных, т.е.  $x_{i0} := x_{i0} + \Delta x_{i0}, T_0 := T_0 + \Delta T_0$  для  $i \neq k$ . Этот процесс предлагается продолжать до тех пор, пока норма приращения не становится меньше некоторого заданного  $\varepsilon$ . А нахождение необходимых для формирования системы (4) коэффициентов  $x_i(1, x_0, T_0), \frac{\partial x_i(1, x_0, T_0)}{\partial x_{k0}}, \frac{\partial x_i(1, x_0, T_0)}{\partial T_0}$  проводится путем решения специально построенной системы дифференциальных уравнений, которая формируется путем добавления к системе (2) уравнений, полученных при ее дифференцировании по переменным  $x_{k0}, T_0$ , соответственно, т.е. уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \left( \frac{\partial x_i}{\partial x_{j0}} \right) &= \frac{\partial}{\partial x_{j0}} (T_0 f_i(x_1, x_2, \dots, x_n, \tau T_0)) \\ \frac{d}{d\tau} \left( \frac{\partial x_i}{\partial T_0} \right) &= \frac{\partial}{\partial T_0} (T_0 f_i(x_1, x_2, \dots, x_n, \tau T_0)), \end{aligned} \tag{5}$$

$i, j = \overline{1, n}$

с начальными условиями

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_i(0)}{\partial x_{j0}} &= \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \\ \frac{\partial x_i(0)}{\partial T_0} &= 0 \end{aligned} \tag{6}$$

Однако сходимость описанной процедуры к искомому решению задачи вызывает, вообще говоря, сомнения.

Для иллюстрации высказанных замечаний рассмотрим уравнение  $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ , описывающего свободные колебания системы с одной степенью свободы. Сформируем системы уравнений (4), (5) и проведем их анализ. Для начала, представим математическую модель в виде двух уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\omega_0^2 x_1 \end{cases}$$

Выполним, теперь, описанные выше действия и построим систему уравнений (4).

Сделав замену  $t = \tau T_0$ , имеем

$$\begin{cases} x_1'(\tau) = T_0 x_2 \\ x_2'(\tau) = -\omega_0^2 T_0 x_1 \end{cases} \quad (7)$$

Решение системы (7) при начальных условиях  $x_1(0) = x_{10}$ ,  $x_2(0) = x_{20}$  имеет вид

$$\begin{cases} x_1(\tau) = x_{10} \cos(\omega_0 T_0 \tau) + (x_{20} / \omega_0) \sin(\omega_0 T_0 \tau) \\ x_2(\tau) = -x_{10} \omega_0 \sin(\omega_0 T_0 \tau) + x_{20} \cos(\omega_0 T_0 \tau) \end{cases}$$

откуда

$$\begin{cases} x_1(1) = x_{10} \cos(\omega_0 T_0) + (x_{20} / \omega_0) \sin(\omega_0 T_0) \\ x_2(1) = -x_{10} \omega_0 \sin(\omega_0 T_0) + x_{20} \cos(\omega_0 T_0) \end{cases} \quad (8)$$

Положим, с целью упрощения,  $\omega_0 = 1$ , и выполняя необходимые дифференцирования соотношений (8), получим, что уравнения (4) в данном случае принимают вид

$$\begin{cases} x_{10}(\cos T_0 - 1) + x_{20} \sin T_0 + \\ + (\cos T_0 - 1)\Delta x_{10} + \sin T_0 \cdot \Delta x_{20} + \\ + (-x_{10} \sin T_0 + x_{20} \cos T_0)\Delta T_0 = 0 \\ -x_{10} \sin T_0 + x_{20}(\cos T_0 - 1) - \\ - \sin T_0 \cdot \Delta x_{10} + (\cos T_0 - 1) \cdot \Delta x_{20} + \\ + (-x_{10} \cos T_0 - x_{20} \sin T_0)\Delta T_0 = 0 \end{cases}$$

Их анализ показывает, что данная система уравнений вырождается при значении  $T_0 = 2\pi$ , а при  $T_0 = \pi / 2$  принимает вид

$$\begin{cases} -x_{10} + x_{20} - \Delta x_{10} + \Delta x_{20} - x_{10} \Delta T_0 = 0 \\ -x_{10} - x_{20} - \Delta x_{10} - \Delta x_{20} - x_{20} \Delta T_0 = 0 \end{cases}$$

и при отдельных сочетаниях коэффициентов, например,  $x_{10} = x_{20} \neq 0$  и значении  $\Delta x_{20} = 0$  становится вообще несовместной.

Отмеченные особенности этого подхода, описанные на примере простейшей колебательной системы, вызывают сомнения в его благополучном использовании в более сложных случаях.

### Предлагаемые изменения, их реализация

Предлагаемые нами изменения предполагают сведение решения рассматриваемой задачи, т.е. задачи о нахождении периода, к решению экстремальной задачи, а именно, – к задаче о нахождении минимума. Имея в виду систему (1), опишем суть предложений на примере двух уравнений первого порядка.

Введем в рассмотрение функцию

$$r(x_{10}, x_{20}, T_0) = (x_1(1, x_{10}, x_{20}, T_0) - x_{10})^2 + (x_2(1, x_{10}, x_{20}, T_0) - x_{20})^2, \quad (9)$$

которая описывает величину отклонения системы в конечный момент времени от ее начального положения. Тогда искомый набор  $x_{10}, x_{20}, T_0$  обеспечивает наименьшее значение этой функции, которое, очевидно, должно быть равно нулю. Таким образом, задача нахождения периода колебаний динамической системы и соответствующих ему начальных условий уже сводится к решению экстремальной задачи

$$r(x_{10}, x_{20}, T_0) \rightarrow \min \Rightarrow x_{10}, x_{20}, T_0 = ?$$

Отметим, что при таком подходе отмеченные недостатки, обусловленные решением трехмерной задачи «двумерным» образом, отсутствуют и с самого начала поиск решения осуществляется в пространстве полной размерности. Выбор методов решения экстремальной задачи в современной литературе достаточно широк и ниже мы остановимся на методе скорейшего спуска [13]. В этом случае выбор очередного приближения к решению осуществляется по формуле

$$(x_{10}, x_{20}, T_0) := (x_{10}, x_{20}, T_0) - \frac{\lambda \text{grad}(r(x_{10}, x_{20}, T_0))}{\|\text{grad}(r(x_{10}, x_{20}, T_0))\|}$$

или, более кратко,

$$M = M_0 - \lambda \text{grad}(r(M_0)) / \|\text{grad}(r(M_0))\|, \quad (10)$$

где  $M_0$  – текущая точка,  $M$  – следующая, вектор  $-\text{grad}(r(M_0)) / \|\text{grad}(r(M_0))\|$  указывает направление скорейшего уменьшения функции цели, символ  $\|\dots\|$  обозначает норму вектора, а параметр  $\lambda$  определяет шаг движения в этом направлении. Градиент функции, в данном случае, определяется выражением

Остановимся на выборе параметра  $\lambda$ .

Воспользуемся для этого принципиальным положением, которое заложено в методе Ньютона решения нелинейного уравнения  $f(x) = 0$ .

$$\text{grad}(r(x_{10}, x_{20}, T_0)) = \begin{pmatrix} 2(x_1(1, x_{10}, x_{20}, T_0) - x_{10}) \frac{\partial x_1}{\partial x_{10}} - 1 \\ + 2(x_2(1, x_{10}, x_{20}, T_0) - x_{20}) \frac{\partial x_2}{\partial x_{10}} \end{pmatrix} \bar{i} + \begin{pmatrix} 2(x_1(1, x_{10}, x_{20}, T_0) - x_{10}) \frac{\partial x_1}{\partial x_{20}} + \\ + 2(x_2(1, x_{10}, x_{20}, T_0) - x_{20}) \frac{\partial x_2}{\partial x_{20}} - 1 \end{pmatrix} \bar{j} + \begin{pmatrix} 2(x_1(1, x_{10}, x_{20}, T_0) - x_{10}) \frac{\partial x_1}{\partial T_0} + \\ + 2(x_2(1, x_{10}, x_{20}, T_0) - x_{20}) \frac{\partial x_2}{\partial T_0} \end{pmatrix} \bar{k}$$

К поверхности  $r = r(x_{10}, x_{20}, T_0)$  проведем касательную плоскость в точке  $(x_{10}, x_{20}, T_0)$  или, другими словами, аппроксимируем эту поверхность в окрестности рассматриваемой точки касательной гиперплоскостью

$$r - r(M_0) = \frac{\partial r}{\partial x_{10}}(x_1 - x_{10}) + \frac{\partial r}{\partial x_{20}}(x_2 - x_{20}) + \frac{\partial r}{\partial T_0}(T - T_0)$$

Рассмотрим теперь «линию пересечения» этой гиперплоскости с плоскостью  $r = 0$ , т.е. «линию»

$$-r(M_0) = \frac{\partial r}{\partial x_{10}}(x_1 - x_{10}) + \frac{\partial r}{\partial x_{20}}(x_2 - x_{20}) + \frac{\partial r}{\partial T_0}(T - T_0)$$

и параметр  $\lambda$  назначим таким образом, чтобы точка, определяемая соотношением (10) принадлежала этой «линии». Таким образом, получим

$$\lambda = r(M_0) / \|\text{grad}(r(M_0))\|$$

и, окончательно, соотношение (10) примет вид

$$M = M_0 - r(M_0) \frac{\text{grad}(r(M_0))}{\|\text{grad}(r(M_0))\|^2}. \quad (11)$$

Правило (11) остается справедливым и для произвольного числа неизвестных, оно является обобщением одномерного случая, который, по существу, и представляет собой метод касательных. В качестве критерия завершения вычислений естественно назначить выполнение условия

$$\frac{|r(M_0)|}{\|\text{grad}(r(M_0))\|} \leq \varepsilon, \quad (12)$$

отражающее требование того, что величина корректировки решения на очередном шаге становится меньше некоторой заданной малой величины.

Подводя итог, предлагаемый подход сформулируем в виде алгоритма.

Шаг 1. На базе данной системы дифференциальных уравнений (1) формируется система (2), (5).

Шаг 2. Задаются начальные условия (3), (6), начальное значение параметра  $T_0$  и критерий останова  $\varepsilon$ .

Шаг 3. Проводится решение задачи Коши (2), (5), (3), (6) на отрезке  $\tau \in [0, 1]$ .

Шаг 4. Проверяется критерий завершения расчетов (12). Если он выполняется, то осуществляется переход на Шаг 6.

Шаг 5. Производится вычисление очередной точки, согласно соотношениям (11), и осуществляется переход на Шаг 3.

Шаг 6. Выполняется вывод полученных значений  $x_{0k}, T_0$ , значения функции цели (9) и других, по желанию пользователя, параметров.

Шаг 7. Останов.

В том случае, когда ставится задача нахождения всех решений нелинейной динамической системы, данная процедура может быть дополнена алгоритмом перебора начальных точек в заданной части фазового пространства. Обычно для этих целей используются случайно распределенные последовательности, процедуры построения которых имеются в современных средах моделирования, или равномерно распределенные ЛПТ последовательности, т.е. последовательности Соболя [14].

В заключение сделаем следующее замечание.

Скорость сходимости последовательных приближений определяется не только выбранным методом решения экстремальной задачи, но и видом самой функции цели. Так, на примере нахождения нулей функций  $y = x^2$  и  $y = |x|$  видно, что использование метода касательных позволяет всего за одну итерацию найти корень второй из них при любом начальном приближении. По-видимому, и в нашем случае, некоторый сравнительный анализ возможных вариантов выбора функции  $r(x_{10}, x_{20}, T_0)$  и критериев останова будет вполне уместен. И одним из очевидных альтернатив к (9), является вариант функции

$$r(x_{10}, x_{20}, T_0) = |x_1(1, x_{10}, x_{20}, T_0) - x_{10}| + |x_2(1, x_{10}, x_{20}, T_0) - x_{20}|, \quad (13)$$

который, по существу, отличается лишь кривизной в экстремальной точке. Градиент

функции  $r(x_{10}, x_{20}, T_0)$ , в данном случае, будет иметь вид

$$\begin{aligned} grad(r(x_{10}, x_{20}, T_0)) = & \left( \begin{array}{l} \left( \frac{\partial x_1}{\partial x_{10}} - 1 \right) sign(x_1(1, x_{10}, x_{20}, T_0) - x_{10}) + \\ + \frac{\partial x_2}{\partial x_{10}} sign(x_2(1, x_{10}, x_{20}, T_0) - x_{20}) \end{array} \right) \bar{i} + \left( \begin{array}{l} \frac{\partial x_1}{\partial x_{20}} sign(x_1(1, x_{10}, x_{20}, T_0) - x_{10}) + \\ + \left( \frac{\partial x_2}{\partial x_{20}} - 1 \right) sign(x_2(1, x_{10}, x_{20}, T_0) - x_{20}) \end{array} \right) \bar{j} + \\ & + \left( \begin{array}{l} \frac{\partial x_1}{\partial T_0} sign(x_1(1, x_{10}, x_{20}, T_0) - x_{10}) + \\ + \frac{\partial x_2}{\partial T_0} sign(x_2(1, x_{10}, x_{20}, T_0) - x_{20}) \end{array} \right) \bar{k} \end{aligned} \quad (14)$$

### Вычислительные эксперименты, результаты, анализ

Вычислительные эксперименты по апробации предложенных мероприятий были проведены в среде Matlab и при их выполнении принимались во внимание следующие обстоятельства. В том случае, когда временная переменная  $t$  явно входит в уравнения движения, например, при наличии внешней возмущающей силы, то, нередко, точный период стационарных колебаний можно указать без проведения расчетов. Так, например, он равен периоду внешней силы, когда рассматриваются основные и супергармонические колебания, или кратен ему, при изучении субгармонических. Однако в случае автономных систем период стационарных колебаний можно указать лишь предположительно. На наш взгляд, эти обстоятельства необходимо иметь в виду, и целесообразно было бы оценить надежность предложенного подхода: как в случае точного задания периода колебаний (тогда в результате должен быть получен набор всех решений заданного периода и соответствующих им начальных условий), так и для тех случаев, когда он известен лишь предположительно и еще необходимо выполнить его уточнение. В формальном математическом плане эти варианты отличаются, пожалуй, лишь различием размерностей области поиска, однако, неизвестный профиль поверхности отклика  $r = r(x_{10}, x_{20}, T_0)$  также может внести свои коррективы на характер сходимости предлагаемых вычислительных процедур. В данной статье мы остановимся на анализе первого круга задач. С этой целью для вычислительного эксперимента выберем уравнение Дуффинга

$$\ddot{x} + b\dot{x} + \omega_0^2 x + \gamma x^3 = P \cos \omega t. \quad (15)$$

Полная система уравнений (2), (5), в данном случае, имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx_1}{d\tau} = T_0 x_2(\tau) \\ \frac{dx_2}{d\tau} = -\omega_0^2 T_0 x_1(\tau) - b T_0 x_2(\tau) + P T_0 \cos(\omega T_0 \tau) \\ \frac{d}{d\tau} \left( \frac{\partial x_1}{\partial x_{10}} \right) = T_0 \frac{\partial x_2}{\partial x_{10}} \\ \frac{d}{d\tau} \left( \frac{\partial x_1}{\partial x_{20}} \right) = T_0 \frac{\partial x_2}{\partial x_{20}} \\ \frac{d}{d\tau} \left( \frac{\partial x_1}{\partial T_0} \right) = x_2 + T_0 \frac{\partial x_2}{\partial T_0} \\ \frac{d}{d\tau} \left( \frac{\partial x_2}{\partial x_{10}} \right) = -\omega_0^2 T_0 \frac{\partial x_1}{\partial x_{10}} - b T_0 \frac{\partial x_2}{\partial x_{10}} \\ \frac{d}{d\tau} \left( \frac{\partial x_2}{\partial x_{20}} \right) = -\omega_0^2 T_0 \frac{\partial x_1}{\partial x_{20}} - b T_0 \frac{\partial x_2}{\partial x_{20}} \\ \frac{d}{d\tau} \left( \frac{\partial x_2}{\partial T_0} \right) = -\omega_0^2 (x_1 + T_0 \frac{\partial x_1}{\partial T_0}) - \\ - b(x_2(\tau) + T_0 \frac{\partial x_2}{\partial T_0}) + \\ + P(\cos(\omega T_0 \tau) - T_0 \omega \tau \sin(\omega T_0 \tau)) \end{array} \right. \quad (16)$$

а начальные условия (3), (6) –

$$\begin{aligned} x_1(0) &= x_{10}, & x_2(0) &= x_{20}, \\ \frac{\partial x_1(0)}{\partial x_{10}} &= 1, & \frac{\partial x_1(0)}{\partial x_{20}} &= 0, & \frac{\partial x_1(0)}{\partial T_0} &= 0, \\ \frac{\partial x_2(0)}{\partial x_{10}} &= 0, & \frac{\partial x_2(0)}{\partial x_{20}} &= 1, & \frac{\partial x_2(0)}{\partial T_0} &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

На примере линейной модели, т.е., взяв в уравнении (15) значения  $b = 0,1$ ,  $\gamma = 0$ ,  $\omega_0 = \omega = 1$ ,  $P = 10$ , определимся с выбором функции цели и критерием останова, которые и будем использовать в дальнейших расчетах. С этой целью проведем сравнительный анализ следующих вариантов.

Вариант 1. Функция цели (9) имеет вид

$$r(x_{10}, x_{20}) = (x_1(1, x_{10}, x_{20}) - x_{10})^2 + (x_2(1, x_{10}, x_{20}) - x_{20})^2$$

Возможные критерии останова:

а) программа завершает расчет, когда модуль градиента и значение функции цели меньше заданного  $\varepsilon$ , т.е.

$$\|grad(r(x_{10}, x_{20}))\| \cap r(x_{10}, x_{20}) < \varepsilon.$$

б) программа завершает расчет, когда только значение функции цели меньше заданного  $\varepsilon$ , т.е.

$$r(x_{10}, x_{20}) < \varepsilon.$$

Вариант 2. Функция цели имеет вид

$$r(x_{10}, x_{20}) = |x_1(1, x_{10}, x_{20}) - x_{10}| + |x_2(1, x_{10}, x_{20}) - x_{20}| \quad (18)$$

Возможные критерии останова: .....

.....а) программа завершает расчет, когда значение функции цели меньше заданного  $\varepsilon$ , т.е.

$$r(x_{10}, x_{20}) < \varepsilon; \quad (19)$$

б) программа завершает расчет, когда величина очередного приращения и значение функции цели меньше заданного  $\varepsilon$ , т.е.

$$\Delta M_0 \cap r(x_{10}, x_{20}) < \varepsilon.$$

Отметим, что в варианте 2 в качестве критерия останова не рассматривается значение модуля градиента, т.к. функция (18) не дифференцируема в точке (0,0) и ее градиент в этой точке не существует.

Результаты сравнительного анализа приведены в таблицах 1, 2, где  $N_{um}$  обозначает выполненное число итераций. Начальные условия для проведения расчетов выбирались из диапазонов  $x_1(0), x_2(0) \in [-1, 1]$ , общее число начальных пробных точек  $(x_1(0), x_2(0))$  составляло  $2^4 = 32$  и для их определения использовались последовательности Соболя [14]. Значение  $\varepsilon$  было принятым равным 0,001.

Таблица 1. – Первый вариант функции цели

№	$x_1(0)$	$x_2(0)$	$r(x_{10}, x_{20}, T_0) = (x_1(1, x_{10}, x_{20}, T_0) - x_{10})^2 + (x_2(1, x_{10}, x_{20}, T_0) - x_{20})^2$					
			Критерии останова					
			(А)			(Б)		
			$N_{um}$	$x_{10}$	$x_{20}$	$N_{um}$	$x_{10}$	$x_{20}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0E+00	0E+00	15	0,0439	99,9556	11	0,0439	99,8640
2	-0,5	0,5	15	0,0437	99,9558	11	0,0409	99,8670
3	0,5	-0,5	15	0,0441	99,9554	11	0,0468	99,8609
4	-0,75	0,25	15	0,0436	99,9557	11	0,0394	99,8656
5	0,25	-0,75	15	0,0440	99,9553	11	0,0454	99,8595
6	-0,25	-0,25	15	0,0438	99,9555	11	0,0425	99,8625
7	0,75	0,75	15	0,0442	99,9558	11	0,0485	99,8680
8	-0,875	0,875	15	0,0436	99,9559	11	0,0386	99,8692
9	0,125	-0,125	15	0,0440	99,9555	11	0,0447	99,8633
10	-0,375	-0,625	15	0,0438	99,9553	11	0,0416	99,8604
11	0,625	0,375	15	0,0442	99,9557	11	0,0475	99,8660
12	-0,625	-0,375	15	0,0437	99,9554	11	0,0405	99,8616
13	0,375	0,625	15	0,0441	99,9558	11	0,0462	99,8675
14	-0,125	0,125	15	0,0439	99,9556	11	0,0431	99,8648
15	0,875	-0,875	15	0,0442	99,9552	11	0,0490	99,8586
16	-0,9375	0,0625	15	0,0435	99,9556	11	0,0382	99,8645

Таблица 2. – Второй вариант функции цели

№	$x_1(0)$	$x_2(0)$	$r(x_{10}, x_{20}) =  x_1(1, x_{10}, x_{20}) - x_{10}  +  x_2(1, x_{10}, x_{20}) - x_{20} $					
			Критерии останова					
			(А)			(Б)		
			$N_{um}$	$x_{10}$	$x_{20}$	$N_{um}$	$x_{10}$	$x_{20}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0E+00	0E+00	4	0,0436	99,9619	4	0,0436	99,9619
2	-0,5	0,5	4	0,0436	99,9620	4	0,0436	99,9620
3	0,5	-0,5	4	0,0428	99,9615	4	0,0428	99,9615
4	-0,75	0,25	4	0,0436	99,9620	4	0,0436	99,9620
5	0,25	-0,75	4	0,0436	99,9619	4	0,0436	99,9619
6	-0,25	-0,25	4	0,0436	99,9619	4	0,0436	99,9619
7	0,75	0,75	4	0,0428	99,9615	4	0,0428	99,9615
8	-0,875	0,875	4	0,0436	99,9620	4	0,0436	99,9620
9	0,125	-0,125	4	0,0436	99,9619	4	0,0436	99,9619
10	-0,375	-0,625	4	0,0436	99,9619	4	0,0436	99,9619
11	0,625	0,375	4	0,0428	99,9615	4	0,0428	99,9615
12	-0,625	-0,375	4	0,0436	99,9619	4	0,0436	99,9619
13	0,375	0,625	4	0,0428	99,9615	4	0,0428	99,9615
14	-0,125	0,125	4	0,0436	99,9619	4	0,0436	99,9619
15	0,875	-0,875	4	0,0428	99,9615	4	0,0428	99,9615
16	-0,9375	0,0625	4	0,0436	99,9620	4	0,0436	99,9620

Не вдаваясь в детальный анализ полученных результатов, ограничимся лишь констатацией следующих фактов. Отметим, что высказанная выше гипотеза относительно более предпочтительного выбора функции цели в виде (13), в данном случае, полностью подтвердилась. Кроме этого вариант 2 демонстрирует и в 2–3 раза более высокую скорость сходимости. Отметим также полное совпадение результатов в случаях а) и б) этого варианта. Это говорит о том, что в обоих случаях завершение расчетов осуществлялось по критерию (19). Это обстоятельство дает основание ограничиться им и в дальнейшем.

В качестве оценки погрешности вычислений сравним одно из полученных значений амплитуды колебаний с его точным значением. Так, например, для точки № 32 (табл. 2), с точностью до четырех знаков после запятой, амплитуда колебаний равна  $\sqrt{x_{10}^2 + x_{20}^2} = \sqrt{0,0436^2 + 99,9620^2} = 99,9620$ , в то время как ее точное значение равно 100. Таким образом, полученная относительная погрешность составляет около 0,04%.

Приведем результаты вычислительных экспериментов.

Значения параметров были приняты следующими:  $b = 0,1$ ,  $\omega_0 = 1$ ,  $\gamma = 0,5$ ,  $P = 10$ . В этом случае система является существенно-

нелинейной и в ней, при различных значениях частоты внешней силы, помимо квазигармонических, возможно возбуждение и комбинационных резонансов [15]. Рассмотрим здесь результаты расчетов для субрезонанса порядка 1:3. Значение частоты вынуждающей силы было принято равным  $\omega = 4$ .

Согласно [15] при данной частоте возмущения в системе возможно возбуждение трех пар субгармонических режимов порядка 1:3, т.е. колебаний с периодом в три раза большим периоду внешней силы. Причем в каждой паре один из режимов устойчивый, другой – неустойчивый. Помимо них, в системе возможно возбуждение, также, и трех основных режимов, т.е. колебаний с периодом, равным периоду внешней силы. Причем, этот перечень может оказаться далеко не исчерпывающим. И, не отрицая возможность возбуждения сложных колебаний других порядков, сосредоточим здесь свое внимание лишь на нахождении субгармонических режимов порядка 1:3.

При проведении вычислительных экспериментов начальные условия выбирались из диапазонов  $x_1(0), x_2(0) \in [-2, 2]$ , общее число начальных пробных точек составило 4096, как и ранее, они определялись с использованием последовательности Соболя [14]. Значение параметра  $T_0$ , в этом случае, принималось

равным  $T_0 = 3 \cdot \frac{2\pi}{\omega}$ , что и означало поиск субгармонических колебаний заданного порядка. Ограничение на число итераций оставалось прежним, т.е. принималось  $N_{um} \leq 4$ . Число «удачных» точек в результате расчетов

оказалось равным 47 и были найдены все режимы. Время выполнения расчетов составило 626 секунд. Полученные результаты представлены на рисунках 1, 2, точки на фазовых траекториях указывают соответствующие начальные условия.

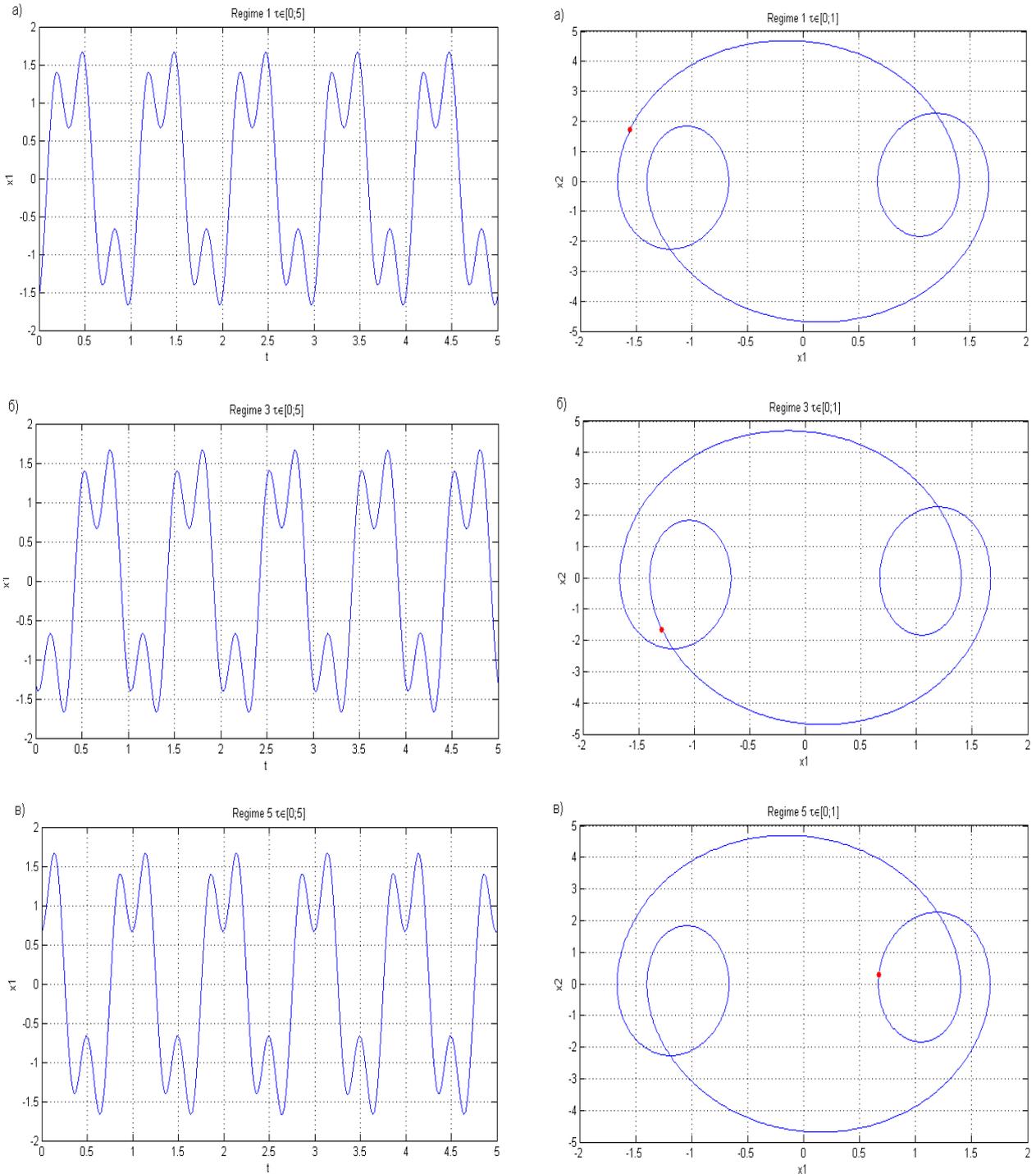


Рисунок 1. – Графики законов движения и фазовых траекторий устойчивых режимов:  
а)  $(x_{10}, x_{20}) = (-1,55593, 1,70947)$ ; б)  $(x_{10}, x_{20}) = (-1,28975, -1,65118)$ ; в)  $(x_{10}, x_{20}) = (0,67129, -0,29560)$

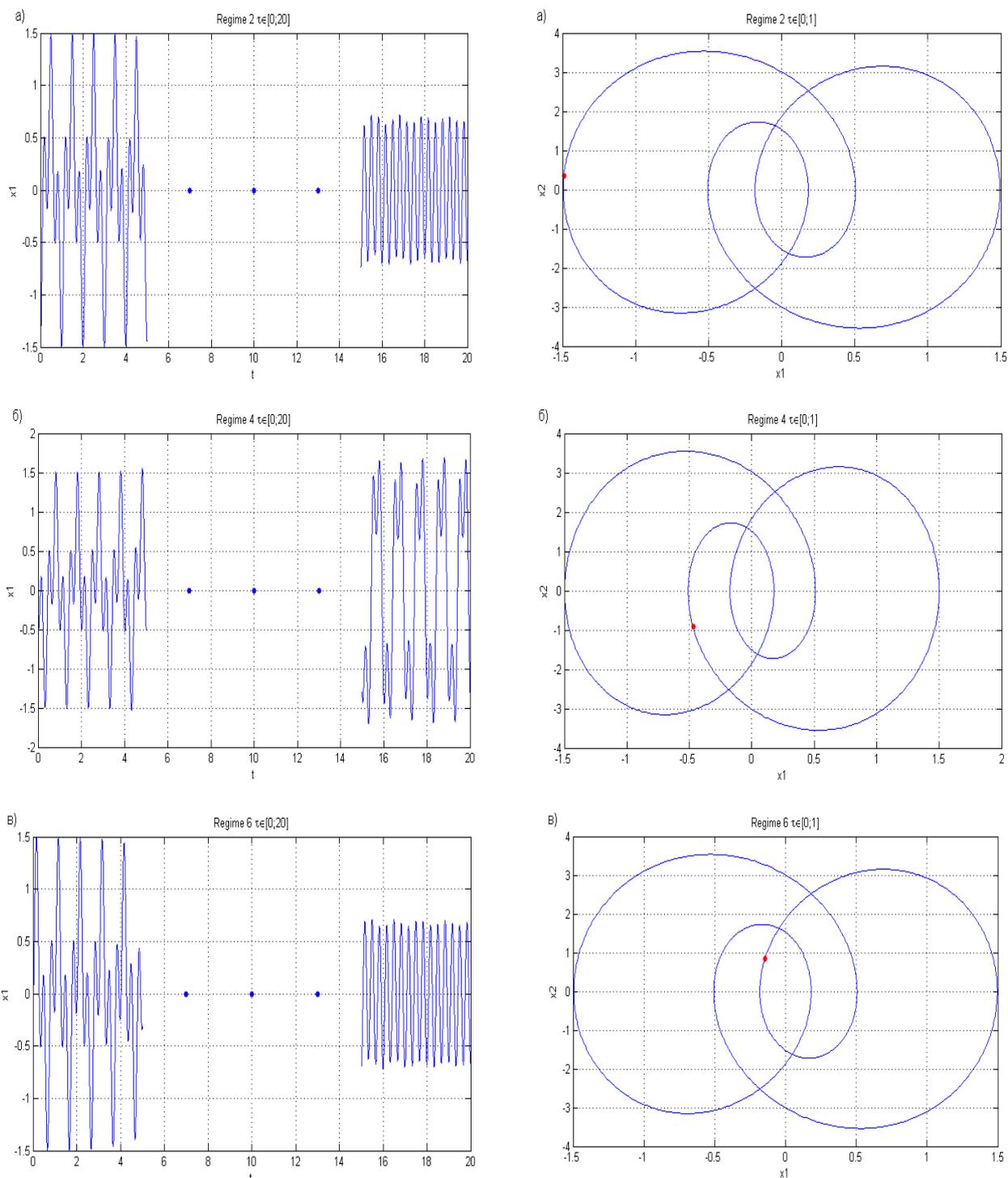


Рисунок 2. – Графики законов движения и фазовых траекторий неустойчивых режимов:  
а)  $(x_{10}, x_{20}) = (-1,49036, 0,35165)$ ; б)  $(x_{10}, x_{20}) = (-0,46916, -0,92134)$ ; в)  $(x_{10}, x_{20}) = (-0,14558, 0,83460)$

### Заключение

Результаты проведенных вычислительных экспериментов по апробации предложенного метода, выполненные на базе уравнения Дуффинга в зоне субгармонического резонанса порядка 1:3, позволяют сделать вывод о его эффективности. Анализ возможен как качественно, в плане нахождения всех предполагаемых режимов, так и количественно,

в плане замыкания их фазовых траекторий. В число очередных задач по отработке и развитию метода предполагается включить применение его к автономным системам с одной и несколькими степенями свободы, а также, поиск резервов снижения его трудоемкости и повышения быстродействия. Но это уже задачи дальнейших исследований.

**Список литературы**

1. Beatty J., Mickens R.E. A qualitative study of the solutions to the differential equation  $\ddot{x} + (1 + \dot{x}^2)x = 0$ . *Journal of Sound and Vibration* 283 (2005): 475–477.
2. Mickens R.E. Investigation of the properties of the period for the nonlinear oscillator  $\ddot{x} + (1 + \dot{x}^2)x = 0$ . *Journal of Sound and Vibration* 292 (2006): 1031–1035.
3. Belendez A., Belendez T., Hernandez A., Gallego S., Ortuno M., Neipp C. Comments on “investigation of the properties of the period for the nonlinear oscillator  $\ddot{x} + (1 + \dot{x}^2)x = 0$ ”. *Journal of Sound and Vibration* 303 (2007): 925–930.
4. Belendez A., Hernandez A., Belendez T., Fernandez E., Alvarez M.L., Neipp C. Application of He’s homotopy perturbation method to the Duffing-harmonic oscillator, *Int. J. Numer.Sci.Numer. Simul.* 8 (1) (2007): 79–88.
5. Ozis T., Yildirim A. Determination of the frequency–amplitude relation for a Duffing-harmonic oscillator by the energy balance method, *Comput. Math. Appl.* 54 (2007): 1184–1187.
6. Lim C.W., Wu B.S., A new analytical approach to the Duffing harmonic oscillator, *Phys. Lett. A* 311 (2003): 365–373.
7. Md. Hosen A., Chowdhury M.S.H. A new analytic technique based on harmonic balance method to determine approximate periods for Duffing-harmonic oscillator, *Alexandria Engineering Journal* (2015) 54: 233–239.
8. Zakrzhevsky M.V. Bifurcation Theory of Nonlinear Dynamics and Chaos. Periodic Skeletons and Rare Attractors / Zakrzhevsky M.V. // Rare Attractors and Rare Phenomena in Nonlinear Dynamics. Proceeding of the 2nd International Symposium RA’11. Riga, RTU, 2011: 1–10.
9. Moler C.B. *Numerical Computing with Matlab*, Philadelphia, SIAM, 2004, 349 p.
10. Недосекин Ю.Н. Определение периода колебаний нелинейной автономной системы с одной степенью свободы дискретным методом. Доклады независимых авторов. Сер.: Нелинейные колебания. Вып. 5, 2010. – С. 73–93.
11. Закржевский М.В. Колебания существенно-нелинейных систем. – Рига: Зинатне, 1980. – 180 с.
12. Li Dexin, Jianxue Xu. A method to determine the periodic solution of the non-linear dynamics system. *Journal of Sound and Vibrations*. Vol. 275 (2004): 1–16.
13. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука, 1978. – 512 с.
14. Соболев И.М. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями / И.М. Соболев, Р.Б. Статников. – М.: Наука, 1981. – 110 с.
15. Belovodskiy V.N., Sukhorukov M.Y. Combination Resonances and Their Bifurcations in the Nonlinear Vibromachines with a Polynomial Characteristic of Restoring Force and Periodic Excitation, *Vibration Problems ICOVP 2011 – The 10th International Conference on Vibration Problems*, Series: Springer Proceedings in Physics, Vol. 139, Springer Science+Business Media, 2011: 235–240.

**References (transliteration)**

1. Beatty J., Mickens R.E. A qualitative study of the solutions to the differential equation  $\ddot{x} + (1 + \dot{x}^2)x = 0$ . *Journal of Sound and Vibration* 283 (2005): 475–477.
2. Mickens R.E. Investigation of the properties of the period for the nonlinear oscillator  $\ddot{x} + (1 + \dot{x}^2)x = 0$ . *Journal of Sound and Vibration* 292 (2006): 1031–1035.
3. Belendez A., Belendez T., Hernandez A., Gallego S., Ortuno M., Neipp C. Comments on “investigation of the properties of the period for the nonlinear oscillator  $\ddot{x} + (1 + \dot{x}^2)x = 0$ ”. *Journal of Sound and Vibration* 303 (2007): 925–930.
4. Belendez A., Hernandez A., Belendez T., Fernandez E., Alvarez M.L., Neipp C. Application of He’s homotopy perturbation method to the Duffing-harmonic oscillator, *Int. J. Numer.Sci.Numer. Simul.* 8 (1) (2007): 79–88.
5. Ozis T., Yildirim A. Determination of the frequency–amplitude relation for a Duffing-harmonic oscillator by the energy balance method, *Comput. Math. Appl.* 54 (2007): 1184–1187.
6. Lim C.W., Wu B.S., A new analytical approach to the Duffing harmonic oscillator, *Phys. Lett. A* 311 (2003): 365–373.
7. Md. Hosen A., Chowdhury M.S.H. A new analytic technique based on harmonic balance method to determine approximate periods for Duffing-harmonic oscillator, *Alexandria Engineering Journal* (2015) 54: 233–239.
8. Zakrzhevsky M.V. Bifurcation Theory of Nonlinear Dynamics and Chaos. Periodic Skeletons and Rare Attractors / Zakrzhevsky M.V. // Rare Attractors and Rare Phenomena in Nonlinear Dynamics. Proceeding of the 2nd International Symposium RA’11. Riga, RTU, 2011: 1–10.
9. Moler C.B. *Numerical Computing with Matlab*, Philadelphia, SIAM, 2004, 349 p.
10. Nedosekin J.N. Opredelenie perioda kolebanij nelinejnoj avtonomnoj sistemy s odnojoj

- stepen'ju svobody diskretnym metodom [Determination of the period of oscillations of a nonlinear autonomous system with one degree of freedom by a discrete method]. Doklady nezavisimyh avtorov [Reports of independent authors]. Ser.: Nelinejnye kolebanija. Issue 5, 2010: 73–93. (in Russian).
11. Zakrzhevskij M.V., Kolebanija sushhestvenno-nelinejnyh sistem. [Vibrations of essentially nonlinear systems]. Riga, Zinatne, 1980, 180 p. (in Russian).
  12. Li Dexin, Jianxue Xu. A method to determine the periodic solution of the non-linear dynamics system. Journal of Sound and Vibrations. Vol. 275 (2004): 1–16.
  13. Kalitkin N. Chislennye metody [Numerical methods]. Moscow, Nauka, 1978, 512 p. (in Russian).
  14. Sobol I.M. Vybor optimal'nyh parametrov v zadachah so mnogimi kriterijami [Choice of optimal parameters in problems with many criteria] / I.M. Sobol', R.B. Statnikov. Moscow: Nauka, 1981, 110 p. (in Russian).
  15. Belovodskiy V.N., Sukhorukov M.Y. Combination Resonances and Their Bifurcations in the Nonlinear Vibromachines with a Polynomial Characteristic of Restoring Force and Periodic Excitation, Vibration Problems ICOVP 2011 – The 10th International Conference on Vibration Problems, Series: Springer Proceedings in Physics, Vol. 139, Springer Science+Business Media, 2011: 235–240.

**Беловодський В.М., Корнієнко М.В. «Про знаходження періоду коливань динамічних систем».**  
*У статті обговорюються методи знаходження періоду коливань нелінійних систем, які описуються звичайними диференціальними рівняннями, проведено аналіз чисельних і аналітичних підходів. Цікавий один з них, який трансформує задачу знаходження періоду коливань до вирішення крайової задачі, а саме, до визначення таких початкових умов і встановлення такого проміжку інтегрування, в кінці якого система знову повертається у вихідне положення. Однак, реалізація цього підходу призводить до невизначеної системи рівнянь і його аналітичний аналіз на прикладі вільних коливань системи з одним ступенем свободи демонструє принципову можливість отримання несумісної системи. Для усунення цих недоліків автори пропонують внести деякі зміни в відому процедуру і замінити рішення крайової задачі рішенням екстремальної та для її вирішення використовувати метод якнайшвидшого спуску. Ці пропозиції апробуються на прикладі рівняння Дуффінга в зоні порушення субгармонічного резонансу порядку 1:3. В результаті експериментів виявлені всі передбачувані режими, як стійкі, так і нестійкі, і вони ілюструються діаграмами законів руху та фазових траєкторій.*

**Ключові слова:** нелінійні динамічні системи, субгармонійні коливання, фазові траєкторії, рівняння Дуффінга.

**Belovodskiy V.N., Kornienko N.V. “On the determination of the period of oscillations of dynamical systems”.** *In the article the methods of finding the period of oscillations of nonlinear systems described by ordinary differential equations are discussed. The range of methods which are used to find the period of oscillations is quite wide. There are known both as analytical approaches, based on perturbation methods, on methods of harmonic or energy balance, homotopy methods etc., and numerical ones, which use, in particular, the Poincaré map. There is of interest an approach that transforms the problem of discovering the period of oscillations to the solution of the boundary value problem, namely, to the determination of such initial conditions and the finding of such an integration interval, at the end of which the system returns to its original position. However, in the known case, the proposed implementation of this approach leads to an indefinite system of equations and its analytical analysis on the example of free oscillations of a system with one degree of freedom demonstrates the fundamental possibility of obtaining an incompatible system. To eliminate these drawbacks, the authors propose some changes to the known procedure and to replace the solution of the boundary value problem by an extremal one, for the solving of which in their work they use the method of steepest descent. Initially, by performing of test calculations for a linear model, the authors carry out the selection of general form of the objective function and stop criteria and then, for the purpose of approbation the proposed actions, they perform computational experiments for a nonlinear model. As a model equation there was selected the Duffing equation, as the search area there was adopted a possible area of excitation of the subharmonic resonance of order 1:3. As a result of experiments there were discovered all anticipated modes, both stable and unstable, and they are illustrated by the diagrams of laws of motion and phase trajectories.*

**Keywords:** nonlinear dynamical system, subharmonic oscillations, phase trajectories, the Duffing equation.

Статья поступила в редакцию 30.08.2016  
Рекомендована к публикации канд. техн. наук А.И. Андрюхиным

## Моделирование свободного вращения твёрдого тела

Ехилевский С.Г., Голубева О.В., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф.

Полоцкий государственный университет  
ekhilevskiy@mail.ru, dmitrij.pastuhov@mail.ru

*Ехилевский С.Г., Голубева О.В., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. «Моделирование свободного вращения твёрдого тела». С использованием методов численного моделированием рассмотрена задача свободного вращения твердого тела относительно центра масс. Найдено, что при равенстве начальных кинетических энергий на осях с максимальным и минимальным моментами инерции происходит разрыв на  $90^\circ$  ориентации оси симметрии конуса полодии при непрерывном изменении компонент начальной угловой скорости. Аналитически показано невозможность сохранения знака компоненты угловой скорости, соответствующей промежуточному значению момента инерции. Приведены условия, при которых нелинейная задача сводится к квазилинейной задаче. Теорема об ориентации конуса полодии доказана аналитическими методами. Логарифмическое затягивание периода прецессии компонент угловой скорости как функции критического параметра в окрестности нуля может быть использовано при активации разряженных газовых сред.*

**Ключевые слова:** критическое явление, ориентация оси конуса полодии, критический параметр, логарифмическая особенность периода колебаний.

### Введение

В 1765 году Леонард Эйлер, академик Российской академии наук, написал работу «Теория движения твёрдых тел», в которой впервые привёл систему нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка для компонент угловой скорости на главные оси инерции тела. Данная система описывает как вращение спутника в околоземном пространстве, так и динамику движения многоатомных молекул. Нелинейные явления давно привлекают математиков, механиков и физиков, как это видно, например, из классической монографии [1]. Можно также привести многочисленные примеры в теоретической и прикладной механике [2, 3].

Качественный анализ вращения твёрдого тела относительно центра масс Сивухин Д.В. сводит к классификации алгебраического уравнения второго порядка относительно компонент угловой скорости  $W_1, W_2, W_3$  [4]. Классификация уравнений Эйлера второго порядка геометрическими методами представляет уравнение с коэффициентами, зависящими от моментов инерции  $I_1, I_2, I_3$ . Условие ориентации конуса полодии имеет вид двойных неравенств на моменты инерции. В данной работе нами доказана теорема об ориентации конуса полодии аналитическими методами, условие изменения ориентации оси конуса представляет единственное условие на языке кинетических энергий и получено численными методами (вместо четырёх условий в терминах моментов инерции). А именно, ось конуса прецессии окружает либо ось с

минимальным, либо с максимальным значением инерции, соответствующей максимальной кинетической энергии вращательного движения. Нами впервые показано, что изменение ориентации оси конуса полодии представляет собой критическое явление, т.е. параметры системы изменяются скачком при непрерывном малом изменении начальных условий компонент угловой скорости. Впервые обнаружено затягивание периода прецессии компонент угловой скорости в окрестности критической точки. Это открывает новые возможности при активации физико-химических реакций в многоатомных разряженных газах. Увеличение времени взаимодействия (уменьшение частоты) и уменьшение энергии взаимодействия может привести к новым резонансным явлениям в физико-химических реакциях с малой энергией активации. Всё сказанное актуально также при создании активных сред в газовых лазерах [5, 6].

### Постановка задачи

Рассмотрим вращение твердого тела относительно неподвижной точки – центра масс. Оси прямоугольной системы координат направим вдоль главных осей симметрии эллипсоида инерции, а начало координат совместим с центром масс. Таким образом, система координат неподвижна относительно центра масс тела. Проекция угловой скорости  $W_1(t), W_2(t), W_3(t)$  тела на координатные оси  $X, Y, Z$  описываются системой нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка Эйлера [1]:

$$\begin{cases} I_1 \frac{dW_1}{dt} + (I_3 - I_2)W_2W_3 = M_1 \\ I_2 \frac{dW_2}{dt} + (I_1 - I_3)W_1W_3 = M_2, \\ I_3 \frac{dW_3}{dt} + (I_2 - I_1)W_2W_1 = M_3 \end{cases} \quad (1)$$

где  $0 < I_1 \leq I_2 \leq I_3$  – моменты инерции тела относительно главных осей симметрии  $X, Y, Z$ ;  $M_1, M_2, M_3$  – компоненты момента внешних сил вдоль осей  $X, Y, Z$ , проходящих через центр масс. Если  $M_1 = M_2 = M_3 = 0$ , то вращение тела называется свободным.

Цель данной работы заключается в качественном анализе системы уравнений Эйлера и выделении особенностей частных решений.

### Теоремы и доказательства

Докажем, что для свободного вращения тела относительно центра масс справедливо следующее утверждение.

**Теорема 1.** Если все моменты инерции тела различны ( $0 < I_1 < I_2 < I_3$ ), то нетривиальное решение (нестационарное во времени) для компоненты  $W_2(t)$ , соответствующее промежуточному моменту инерции  $I_2$ , не может быть знакоопределённым.

**Доказательство.** Из первого и третьего уравнений системы (1) выразим производные

$$\dot{W}_1 = \frac{(I_2 - I_3)}{I_1} W_2 W_3, \quad \dot{W}_3 = \frac{(I_1 - I_2)}{I_3} W_2 W_1.$$

Второе уравнение проинтегрируем по времени и подставим найденные производные

$$\begin{aligned} \ddot{W}_2 + \frac{(I_1 - I_3)}{I_2} \left( \dot{W}_1 W_3 + W_1 \dot{W}_3 \right) &= 0; \\ \ddot{W}_2 + \frac{(I_1 - I_3)}{I_2} W_2 \left( \frac{(I_2 - I_3)}{I_1} W_3^2 + \frac{(I_1 - I_2)}{I_3} W_1^2 \right) &= 0; \\ \ddot{W}_2 + \left( \frac{(I_3 - I_2)(I_3 - I_1)}{I_1 I_2} W_3^2 + \frac{(I_2 - I_1)(I_3 - I_1)}{I_3 I_2} W_1^2 \right) W_2 &= 0; \\ \ddot{W} + F(W_1, W_3) W_2 &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где функция:

$$F(W_1, W_3) = \frac{(I_3 - I_2)(I_3 - I_1)}{I_1 I_2} W_3^2 + \frac{(I_2 - I_1)(I_3 - I_1)}{I_3 I_2} W_1^2 \geq 0.$$

Очевидно,  $F(W_1, W_3) \equiv 0 \Leftrightarrow W_1(t) = W_3(t) \equiv 0$

Обозначим:  $\min_{W_1, W_3} F(W_1, W_3) = m^2, \max_{W_1, W_3} F(W_1, W_3) = M^2.$

Будем искать периодические решения системы уравнений (1). Пусть  $T$  – основной период

колебаний функций  $W_1(t), W_2(t), W_3(t), \omega = 2\pi/T$  – минимальная частота,  $m \leq \omega \leq M$ . Следовательно,  $F(t+T) = F(W_1(t+T), W_3(t+T)) = F(W_1(t), W_3(t)) = F(t)$  – функция периодическая с периодом  $T$ , зависящая только от компонент  $W_1(t), W_3(t)$ .

Решение  $W_2(t)$  ищем в виде ряда Фурье:

$$W_2(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \{a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)\}. \quad (3)$$

$c_0, a_n, b_n$  – коэффициенты ряда Фурье  $W_2(t)$ ;

$$c_0 = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^T W_2(t) dt, \quad a_n = \frac{\omega}{\pi} \int_0^T W_2(t) \cos(n\omega t) dt;$$

$$b_n = \frac{\omega}{\pi} \int_0^T W_2(t) \sin(n\omega t) dt, \quad n = 1, 2, \dots$$

Покажем, что функция  $W_2(t)$  не может быть знакоопределённой.

Заметим, что среднее значение за период  $T$  каждой из гармоник (3)  $\overline{\cos(\omega t)} = \overline{\sin(\omega t)} = 0$ . Следовательно, среднее значение

$$\overline{W_2(t)} = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \{a_n \overline{\cos(n\omega t)} + b_n \overline{\sin(n\omega t)}\} = c_0.$$

Кроме того:

$$\overline{W_2(t) \ddot{W}_2(t)} = -\omega^2 \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \{a_n \overline{\cos(n\omega t)} + b_n \overline{\sin(n\omega t)}\} = 0.$$

Запишем  $W_2(t)$  в виде ряда (3), подставим в уравнение (2) и усредним уравнение (2) за период  $T$ :

$$\overline{\ddot{W}_2 + F(W_1, W_3) W_2} = \overline{F(W_1, W_3) W_2} = 0.$$

Это справедливо в силу линейности оператора среднего, что эквивалентно свойству линейности интеграла.

Воспользуемся первой теоремой об интегральном среднем [7, с. 410].

**Теорема 2.** Пусть заданы интегрируемые по Риману функции  $f, g \in R[a, b]$ . Если функция  $g(x) \geq 0$  неотрицательна на отрезке  $[a, b]$   $f \in C[a, b]$ , то найдётся точка  $\xi \in [a, b]$ , такая

$$\text{что: } \int_a^b f(x)g(x)dx = f(\xi) \int_a^b g(x)dx$$

Поэтому в этом случае применимы все условия теоремы 2 для функций  $F(t) = g(t), W_2(t) = f(t), a = 0, b = T$ .

$$0 = \overline{F(W_1, W_3) W_2} = W_2(\xi) \overline{F(W_1, W_3)} = 0,$$

если тождественно

$$W_1(t) = W_3(t) \neq 0 \Leftrightarrow \overline{F(W_1, W_3)} > 0 \Rightarrow W_2(\xi) = 0.$$

Здесь обозначено:

$$\overline{F(W_1(t)W_3(t))W_2(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T F(W_1(t)W_3(t))W_2(t) dt$$

$\overline{F(W_1(t)W_3(t))} = \frac{1}{T} \int_0^T F(W_1(t)W_3(t))dt$ , т.е. функция  $W_2(t)$  имеет периодически расположенные корни в точках  $t = \xi, \xi + T, \xi + 2T, \dots$

Покажем, что в окрестности точки  $t = \xi$  функция  $W_2(t)$  принимает разные знаки, т.е. не является знакоопределённой для условия  $M_1=M_2=M_3=0$ . Из первого и третьего уравнений системы (1) при условии

$W_2(\xi) = 0 \Rightarrow \dot{W}_1(\xi) = \dot{W}_3(\xi) = 0 \Leftrightarrow W_1(\xi) \in \text{extr}, W_3(\xi) \in \text{extr}$ . Т.е.  $\xi$  – точка экстремума для функций  $W_1(t), W_3(t)$ . Причём  $W_1(\xi) \neq 0, W_3(\xi) \neq 0$ . Иначе, начиная с точки  $t \geq \xi$ , как следует из системы (1),  $W_1(t) = \text{const}, W_2(t) = \text{const}, W_3(t) = \text{const}$ , т.е. является стационарным решением, которое исключается условием теоремы. Тогда из второго уравнения

$$\dot{W}_2(\xi) = \frac{(I_3 - I_1)}{I_2} W_1(\xi)W_3(\xi) \neq 0, I_3 > I_2 > I_1,$$

поскольку  $W_2(\xi) = 0, \dot{W}_2(\xi) \neq 0 \Rightarrow \exists \tau_0 > 0$   
 $W_2(\xi - \tau)W_2(\xi + \tau) < 0, \forall \tau < \tau_0$ .

Итак,  $W_2(t)$  принимает разные знаки в достаточно малой окрестности точки  $\xi$ , что доказывает сформулированную теорему 1.

Умножая первое, второе, третье уравнения системы (1) на компоненты  $W_1, W_2, W_3$  соответственно, складывая все три полученных уравнения, получим:

$$d \left( \frac{I_1}{2} W_1^2 + \frac{I_2}{2} W_2^2 + \frac{I_3}{2} W_3^2 \right) / dt = M_1 W_1 + M_2 W_2 + M_3 W_3$$

Последнее уравнение показывает, что кинетическая энергия вращательного движения  $I = \frac{I_1}{2} W_1^2 + \frac{I_2}{2} W_2^2 + \frac{I_3}{2} W_3^2$  изменяется только за счёт момента внешних сил  $M_1, M_2, M_3$ .

Рассмотрим простой случай  $M_1 = M_2 = M_3 = 0, I_2 = 2I_1, I_3 = 3I_1$  (тогда полная кинетическая энергия  $I$  постоянна во времени), получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dW_1}{dt} + W_2W_3 = 0 \\ \frac{dW_2}{dt} - W_1W_3 = 0 \\ \frac{dW_3}{dt} + W_2W_1/3 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Решение системы уравнений (4) для функций  $W_1(t), W_2(t), W_3(t)$  единственным образом определяется значением начальной угловой скорости  $W_1(0), W_2(0), W_3(0)$ , если компоненты

угловой скорости  $W_1(t), W_2(t), W_3(t)$  являются непрерывно дифференцируемыми функциями времени.

Если любые 2 начальные компоненты угловой скорости равны нулю, то из (4) следует, что угловая скорость совпадает с одной из главных осей симметрии эллипсоида инерции и постоянна:

$$\frac{dW_1}{dt} = \frac{dW_2}{dt} = \frac{dW_3}{dt} = 0 \Leftrightarrow$$

$$W_1(t) = W_1(0), W_2(t) = W_2(0), W_3(t) = W_3(0).$$

Рассмотрим частный случай, когда  $\frac{dW_3}{dt}$  мало,  $W_3 \approx \text{const}$ .

Первое уравнение (4) продифференцируем по времени и подставим  $\frac{dW_2}{dt}$  из второго уравнения, тогда

$$\frac{d^2W_1}{dt^2} + W_3 \frac{dW_2}{dt} = 0 \Leftrightarrow \frac{d^2W_1}{dt^2} + W_3^2 W_1 = 0, W_3^2 \approx \text{const} \quad (5)$$

Уравнение (5) представляет собой квазигармоническое уравнение колебаний.

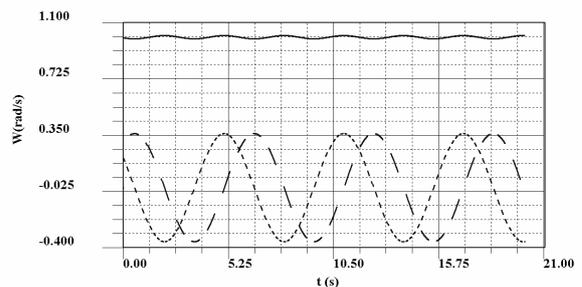


Рисунок 1. – Графики решения системы уравнений (4)  $W_1(t), W_2(t), W_3(t)$  с начальными условиями  $W_1(0) = 0,2; W_2(0) = 0,3; W_3(0) = 1,0$  (частый, редкий пунктир и сплошной график)

Общее решение однородного с постоянными коэффициентами уравнения (5) есть:

$$W_1(t) = A \cos(W_3 t) + B \sin(W_3 t) = \sqrt{A^2 + B^2} \cos(W_3 t + \varphi_0), A, B, \varphi_0 = \text{const}.$$

Прецессия  $W_1(t)$  определяется средним значением  $W_3(t)$  с максимальным значением момента инерции (это утверждение также справедливо и для прецессии компоненты  $W_2(t)$ ). Т.е. среднее, почти постоянное значение,  $W_3(t)$  частотно модулирует частоту прецессии проекций  $W_1(t), W_2(t)$ . Этот вывод подтверждают рисунки 1 и 2, в которых начальные условия  $W_3(0) = 1,0$  и  $W_3(0) = 2,0$  различаются в 2 раза. Соответственно, второй рисунок содержит 6 периодов прецессии, а первый ровно 3 периода

прецессии  $W_1(t)$ ,  $W_2(t)$  (за равное время), т.е. различие частот прецессии составляет 2 раза.

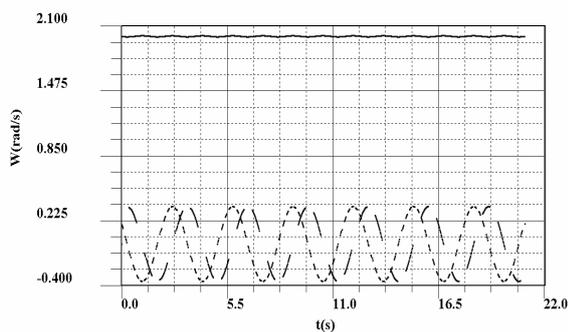


Рисунок 2. – Графики решения системы уравнений (4)  $W_1(t)$ ,  $W_2(t)$ ,  $W_3(t)$  (частый, редкий пунктир, сплошной график) с начальными условиями  $W_1(0) = 0,2$ ;  $W_2(0) = 0,3$ ;  $W_3(0) = 2,0$

Оценим границу области применимости.

Из третьего уравнения системы (1) следует, что

$$\frac{1}{W_3} \frac{dW_3}{dt} + \frac{(I_2 - I_1) W_2 W_1}{I_3 W_3} = 0.$$

Из рисунка 3 видно, что частота прецессии  $W_3(t)$  в 2 раза больше частоты прецессии. В общем случае частота прецессии

$$W_1(t), W_2(t) \omega_{pr W_1} \approx W_3(0) \sqrt{\frac{(I_3 - I_2)(I_3 - I_1)}{I_1 I_2}}$$

$$\omega_{pr W_3} \approx 2W_3(0) \sqrt{\frac{(I_3 - I_2)(I_3 - I_1)}{I_1 I_2}}$$

$$T_{pr} = 2\pi / \omega_{pr W_3} = \frac{\pi}{W_3(0)} \sqrt{\frac{I_1 I_2}{(I_3 - I_2)(I_3 - I_1)}}$$

$$\frac{\Delta W_3}{W_3} \ll 1, \Delta W_3 \approx \frac{T_{pr}}{2} \frac{dW_3}{dt}$$

$$\left| \frac{\Delta W_3}{W_3} \right| \approx \left| \frac{T_{pr}}{2W_3} \frac{dW_3}{dt} \right| = \frac{\pi}{2W_3(0)} \sqrt{\frac{I_1 I_2}{(I_3 - I_2)(I_3 - I_1)}} \frac{(I_2 - I_1) W_2 W_1}{I_3 W_3} =$$

$$\frac{\pi (I_2 - I_1) (W_2(0)^2 + W_1(0)^2 I_2 / I_1)}{2 I_3 W_3(0)^2} \sqrt{\frac{I_1 I_2}{(I_3 - I_2)(I_3 - I_1)}} \ll 1$$

$$\frac{\pi (W_2(0)^2 + W_1(0)^2 I_2 / I_1)}{2 W_3(0)^2} \sqrt{\frac{I_1 I_2 (I_2 - I_1)^2}{I_3^2 (I_3 - I_2)(I_3 - I_1)}} \ll 1.$$

Оценка  $W_1 W_2 \leq W_{\max}^2 = W_2(0)^2 + W_1(0)^2 I_2 / I_1$  следует из закона сохранения энергии. Из рисунков 1, 2 видно, что амплитуды  $W_1, W_2$  одинаковы, т.е. первые две степени свободы вращения обмениваются энергией, а третья степень имеет постоянную энергию (заморожена). Из закона сохранения энергии

$$\text{получим } \frac{I_1}{2} W_1^2(0) + \frac{I_2}{2} W_2^2(0) = \frac{I_2}{2} W_{\max}^2.$$

## Описание моделирующей программы

Программа написана на языке Fortran (Compaq Visual Fortran Professional Edition 6.6.0). Подпрограмма Daspg для решения системы дифференциальных уравнений первого порядка использует формулы дифференцирования назад. Для решений системы уравнений (4) мы используем библиотеку DFIMSL (usedfims!-вызов библиотеки), call *daspg*(n,t,t+delt,ido,y,ypr,gcn) вызов подпрограммы, t – время, delt – шаг интегрирования [8]. Массив точек вектора решений  $W_1(t)$ ,  $W_2(t)$ ,  $W_3(t)$  автоматически масштабируется и загружается в графический визуализатор Compaq Atray Viewer 1.5. Библиотека IMSL автоматически встроена в любой компилятор FORTRAN в отличие от языка C++ , в котором любые дополнительные новые функции программы требуют подключения к C++ внешних библиотек.

Все комментарии в программе начинаются в строке с восклицательного знака:

### program daspg1

```
use dfims! !Используем библиотеку dfims!
integer(8),parameter::n=3,np=20000
!Программа вычисляет неизвестную в системе
!ОДУ для np=20000 моментов времени
integer(8)::istep,nstep,m
real(8)::delt,t,tend,y(n),ypr(n)
real(8)::u_upr(2*n,np),vdata(4,n*np),c(50)
!все целочисленные и действительные
!переменные имеют точность INTEGER(8),
!REAL(8) соответственно
external gcn
!Внешняя по отношению к основной программе
program daspg1 программа gcn предназначена
!для описания n=3 дифференциальных
!уравнений первого порядка
! y(n),ypr(n),gval(n) – вектор решений (угловой
!скорости), вектор производной угловой
!скорости (вектор углового ускорения) и вектор
!невязки каждого из 3 дифференциального
!уравнения.
ido=1
!ido=1 Целочисленный параметр,
!соответствующий входу в программу daspg
t=0.0;tend=110.0 !Начальный и конечный
!моменты времени счёта
delt=0.025 !Временной шаг интегрирования
nstep=tend/delt !Число шагов интегрирования
y(1)=0.519616;y(2)=0.0;y(3)=0.3
ypr(1)=-y(2)*y(3);
ypr(2)=y(1)*y(3);
ypr(3)=-(1.0/3.0)*y(1)*y(2)! Задание начальных
!условий и последующий вывод на экран
write(*,"(11x,'t',11x,'y(1)',11x,'y(2)',10x,'ypr(1)',10
x,'ypr(2)')")
istep=0 !Интегрирование
do while(istep<=nstep)
istep=istep+1
```

```

call ddaspg(n,t,t+delt,ido,y,ypr,gcn) ! Для
!улучшения сходимости программа вызывается
!с двойной точностью Ddaspg, соответственно
!все аргументы программы должны (за редким
!исключением целочисленных переменных)
!иметь двойную точность. Опишем аргументы
!программы ddaspg(n,t,t+delt,ido,y,ypr,gcn). n–
!число неизвестных функций – вектор y, ypr –
!вектор производной t – исходный момент
!времени, t+delt – следующий момент, ido –
!флаг текущего состояния программы – начало,
!конец и т.д., gcn – внешняя программа
!соответствующая решаемой системе ОДУ
!первого порядка. Таким образом, y является
!одновременно выходной и входной
!переменной.
! Сохраняем результат для графического ввода
do j=1,2*n
!По отдельности заполняем массив данных
!vdata(4,n*np) для 3 проекций угловой скорости
if(j==2.and. mod(int(istep/10),2)==0)then
u_upr(j,istep)=y(j/2)
!В массив для  $W_1(t)$  записываем 10 точек,
!чередуем, следующих 10 точек – не записываем
vdata(1,(j-1)*nstep+istep)=istep*delt
!Текущий момент времени
vdata(2,(j-1)*nstep+istep)=y(j/2)
!Значение угловой скорости  $W_1(t)$ 
vdata(3,(j-1)*nstep+istep)=float(j)
!Каждый график разделяем в пространстве
vdata(4,(j-1)*nstep+istep)=0.0
!4 координата точки – цвет от 0.0 (синего цвета)
!до 1.0 (красного цвета)
elseif(j==4.and.(.not.
mod(int(istep/100),2)==0))then
u_upr(j,istep)=y(j/2)
!В массив для  $W_2(t)$  записываем 100 точек,
!чередуем, следующие 100 точек не записываем
vdata(1,(j-1)*nstep+istep)=istep*delt
vdata(2,(j-1)*nstep+istep)=y(j/2)
vdata(3,(j-1)*nstep+istep)=float(j)
vdata(4,(j-1)*nstep+istep)=0.0
elseif(j==6)then
u_upr(j,istep)=y(j/2)
!В массив для  $W_3(t)$  записываем все точки
!по ряд
vdata(1,(j-1)*nstep+istep)=istep*delt
vdata(2,(j-1)*nstep+istep)=y(j/2)
vdata(3,(j-1)*nstep+istep)=float(j)
vdata(4,(j-1)*nstep+istep)=0.0
else
u_upr(j,istep)=istep
end if
enddo
if(istep==nstep) ido=3
end do
!Последний вызов программы приводящий к
!освобождению рабочей области
write(*,'(5f15.5)')tend,y,ypr
!Выводим на экран конечное время, вектор
!угловой скорости и вектор её производной

```

```

call vGraph(vdata,2*n*nstep)
!Загружаем графический массив в
!подпрограмму vGraph(vdata,2*n*nstep), которая
!работает только при установке визуализатора
!Compaq Array Viewer 1.6 и внутри данной
!программы(Compaq Array Viewer 1.6 –
!прилагается к компилятору Compaq Visual
!Fortran Professional Edition 6.6.0).
end program daspg1
!Конец основной программы
subroutine gcn(n,t,y,ypr,gval)
integer(8)::n
real(8)::t,y(n),ypr(n),gval(n)
real(8)::eps
eps=0.2
gval(1)=y(2)*y(3)+ypr(1)
gval(2)=ypr(2)-y(1)*y(3)
gval(3)=ypr(3)+(1./3.)*y(1)*y(2)
end subroutine gcn
subroutine vGraph(fun,nvalues)
use avdef
use avviewer
use dflib
integer(8)::nvalues
real(8)::fun(4,nvalues)
integer(4)::hv,status,nError
character(1)::key
character(av_max_label_len)::xlabel='t'
call faglStartWatch(fun,status)
print*,"Starting Array Viewer"
call favStartViewer(hv,status)
if (status/=0)then
call favGetErrorNo(hv,nError,status)
if(nError/=0)then
print*,"Array Viewer reports error",nError
stop
end if
end if
call favSetArray(hv,fun,status)
call favSetArrayName(hv,"Van der Pol
Cycle",status)
call favSetGraphType(hv,VectorGraph,status)
call favSetUseAxisLabel(hv,x_axis,1,status)
call favSetAxisLabel(hv,x_axis,xLabel,status)
call favShowWindow(hv,av_true,status)
print*,"Press any key to close down the viewer"
key=getcharqq()
call favEndViewer(hv,status)
call faglEndWatch(fun,status)
end subroutine vGraph

```

После запуска визуализатора Compaq Array Viewer 1.6 необходимо с помощью левой кнопки мыши открыть в строке меню Settings → Graph → установить (X-Component Index = 1, Y-Component Index = 2, Z-Component Index = 0, W-Component Index = 4). В этом случае графические решения 3 компонент угловой скорости спроектируются в координатах  $t$ ,  $W(t)$  на одну плоскость.

### Анализ решений

Рассмотрим общее решение системы уравнений (4). В дальнейшем будем считать равной нулю  $W_2(0) = 0$  только одну проекцию  $W_1(0), W_2(0), W_3(0)$ , так как случай трех ненулевых проекций качественно нового решения не дает.

Из приведенных графиков и доказанной теоремы 1 видно, что график  $W_2(t)$  всегда имеет корни, периодически проходит через ноль, а в силу периодичности решений случай 3 ненулевых компонент сводится к переносу начала отсчёта. Общий случай сводится к 2 ненулевым компонентам и одной нулевой  $W_2(0) = 0$ . В дальнейшем всегда  $W_2(0) = 0$ . Зафиксируем две компоненты угловой скорости  $W_2(0) = 0,0; W_3(0) = 0,3$  и будем варьировать только компоненту  $W_1(0)$  как единственный параметр задачи. Обозначим важное для задачи (4) число  $W_1(0)^* = 0,3\sqrt{3} = W_3(0)\sqrt{I_3/I_1} \approx 0,51961524$ . Графики решений с начальными условиями  $W_1(0) = 0,5; W_2(0) = 0,0; W_3(0) = 0,3$  приведены на рисунке 3. Поскольку  $W_3(t) > 0$  во все моменты времени, то вектор угловой скорости окружает ось  $Z$ , находится над плоскостью  $X-Y$ , его проекция на эту плоскость вращается (прецессирует). Кроме того частота колебаний функции  $W_3(t)$  в 2 раза больше, чем у функций  $W_1(t), W_2(t)$ . Проверено численно, что для времён  $t < 10000$  с.  $W_3(t) > 0$  и периодичность решений  $W_1(t), W_2(t), W_3(t)$  сохраняется.

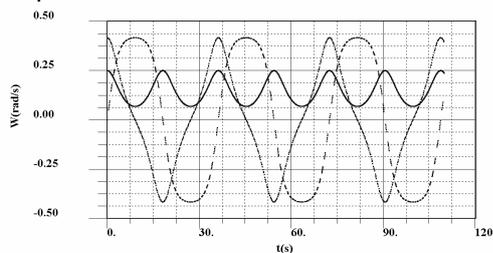


Рисунок 3. – Графики решения системы уравнений (4)  $W_1(t), W_2(t), W_3(t)$  (частый, редкий пунктир, сплошной график) с начальными условиями  $W_1(0) = 0,5; W_2(0) = 0,0; W_3(0) = 0,3$

Начальные условия на рисунке 4 таковы  $W_1(0) = 0,6; W_2(0) = 0,0; W_3(0) = 0,3$ .

В данном случае вектор угловой скорости находится над плоскостью  $Y-Z$  и окружает ось  $X$  при своем вращении вокруг нее. Кроме того, качественно рисунок 3 переходит в рисунок 4, если оси  $X, Z$ , а также проекции  $W_1(t), W_3(t)$  переставить одновременно, то есть на рисунке 3  $W_3(t) > 0$  положительна и окружала ось  $Z$ , а на рисунке 4  $W_1(t) > 0$  и окружает ось  $X$ .

Численно проверено, что для начальных условий  $W_1(0) = 0,6; W_2(0) = 0,0; W_3(0) = 0,3$  справедливо  $W_1(t) > 0$  для любого момента времени  $t < 10000$  с.

Графики решений, представленные на рисунках 1–6, подтверждают теорему механики о том, что конус полодии окружает либо ось наибольшего, либо ось наименьшего моментов инерции тела. Но он никогда не окружает ось промежуточного момента инерции [4] (в нашем случае ось  $Y$ ).

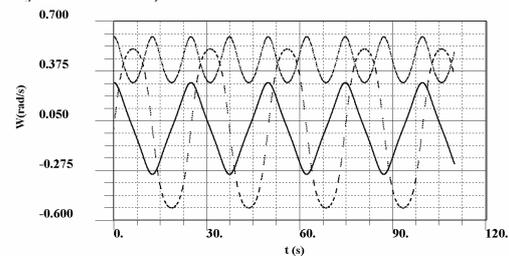


Рисунок 4. – Графики решения системы уравнений (4)  $W_1(t), W_2(t), W_3(t)$  (частый, редкий пунктир, сплошной график) с начальными условиями  $W_1(0) = 0,6; W_2(0) = 0,0; W_3(0) = 0,3$

Рисунок 5 соответствует решению системы уравнений (2) с начальными условиями  $W_1(0) = 0,519615; W_2(0) = 0,0; W_3(0) = 0,3$ , где  $W_1(0)$  близко к критическому значению  $W_1(0)^* = 0,3\sqrt{3} \approx 0,519615242$ .

В окрестности точки  $W_1(0)^*$  период колебаний графиков решений заметно возрастает (от 37 сек. на рисунке 3 до 110 сек. на рисунке 5).

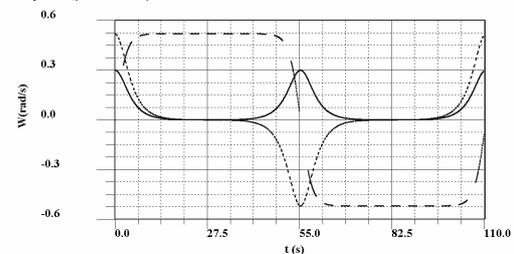


Рисунок 5. – Графики решения системы уравнений (4)  $W_1(t), W_2(t), W_3(t)$  (частый, редкий пунктир, сплошной график) с начальными условиями  $W_1(0) = 0,519615; W_2(0) = 0,0; W_3(0) = 0,3$

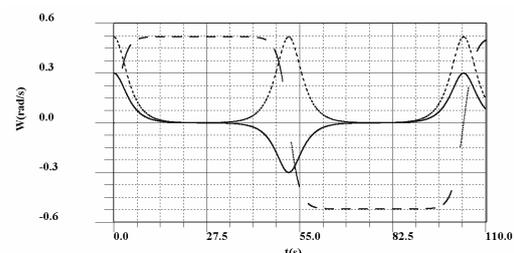


Рисунок 6. – Графики решения системы уравнений (4)  $W_1(t), W_2(t), W_3(t)$  (частый, редкий пунктир, сплошной график) с начальными условиями  $W_1(0) = 0,519616; W_2(0) = 0,0; W_3(0) = 0,3$

Максимальное значение периода  $T=156,35$  с. Форма решений рисунков 5, 6 напоминает периодические прямоугольные импульсы в пределе  $W_1(0) \rightarrow W_1(0)^*$ . Фазовые соотношения между функциями  $W_1(t), W_3(t)$  по-прежнему сохраняются (соотношение знаков) для  $W_1(0) < W_1(0)^*$  ( $W_3(t) > 0$ ) (рис. 3, рис. 5)) и для  $W_1(0) > W_1(0)^*$  численно проверено ( $W_1(t) > 0$ ) (рис. 4, рис. 6)) на больших промежутках времени  $t < 10000$  с.

Подчеркнем, что сохранение вышеуказанных свойств в окрестности точки

$$W_1(0)^* \text{ даже если } \left| \frac{W_1(0) - W_1(0)^*}{W_1(0)^*} \right| = 4 \cdot 10^{-9}$$

возможно именно благодаря двойной точности подпрограммы Ddaspг. Если  $W_1(0)$  близко к критическому значению  $W_1(0)^*$ , как видно из рисунков 5 и 6, фазы компонент  $W_1(t), W_3(t)$  совпадают, либо противоположны по знаку в любой момент времени. Следовательно,

$$\text{отношение компонент } \left| \frac{W_3(t)}{W_1(t)} \right| = \left| \frac{W_3(0)}{W_1(0)} \right| = \sqrt{I_3/I_1}$$

справедливо в любой момент времени. Кроме того,  $E_1(t) = \frac{I_1}{2} W_1^2(t) = \frac{I_3}{2} W_3^2(t) = E_3(t)$  в малой окрестности критической точки  $W_1(0) = W_1(0)^*$ .

$$\text{Тогда } E_1(0) = \frac{I_1}{2} W_1^2(0) = \frac{I_3}{2} W_3^2(0) = E_3(0).$$

Или, более подробно:

$$W_1(0)^* = W_3^*(0) \sqrt{I_3/I_1} = 0,3\sqrt{3} \quad (4)$$

Но ведь управляющий параметр  $W_1(0)$  изменился с 0,519615 до 0,519616, т.е. всего на 0,000001! А ориентация оси конуса полодии изменилась с оси  $z$  на ось  $x$  – т.е. на  $90^\circ$  при малом изменении  $W_1(0)$  на 0,000001!

Мы имеем дело с критическим явлением, в котором ориентация оси конуса полодии имеет разрыв (скачок) при непрерывном изменении параметра  $W_1(0)$  в окрестности

$$\text{точки } W_1(0)^*. \text{ Обозначим } \tau = \left| \frac{W_1(0) - W_1(0)^*}{W_1(0)^*} \right|,$$

где  $\tau$  – безразмерный критический параметр.

Если критический безразмерный параметр  $\tau$  стремится к 0, то некоторые физические величины, например, удельная теплоёмкость как функция  $\tau$  имеет особенность логарифмического или степенного вида в фазовых переходах второго рода [9]. При фазовых переходах первого рода теплоёмкость вещества равна бесконечности. Фазовые переходы второго рода имеют конечную теплоёмкость с логарифмической либо степенной особенностью и характеризуются

изменением порядка термодинамической системы, например, изменением группы симметрии кристаллической решётки твёрдого тела. В теории фазовых переходов постулируется минимум некоторого термодинамического потенциала как термодинамическое устойчивое состояние системы. При фазовых переходах второго рода два состояния системы могут иметь равные минимальные значения термодинамического потенциала с разрывом параметров симметрии, а система при переходе из одного состояния в другое изменяет параметры симметрии с разрывом при неизменном потенциале. Такие явления в физике называются критическими. Другими словами, аналогия механической задачи свободного вращения твёрдого тела с фазовыми переходами второго рода чисто математическая. Если в твёрдой фазе фазовые переходы второго рода сопровождаются изменением порядка трансляции пространственной симметрии (межатомных расстояний в кристаллической решётке), то в данной задаче мы имеем временную трансляционную симметрию (периодическое повторение состояний системы через время  $T$ ). Обе задачи объединяются только равенством энергий 2 состояний разделённых скачком параметров симметрии (в нашем случае ориентации оси конуса полодии). И обе задачи описываются как критические явления с характерной логарифмической особенностью.

Особенно эффектно критическое изменение ориентации оси конуса полодии можно видеть на фазовой диаграмме в координатной системе  $W_1(t), W_2(t), W_3(t)$ . На рисунке 7 ось конуса полодии расположена вертикально вдоль оси  $z$ ,  $W_1(0) = 0,519615$ ;  $W_2(0) = 0,0$ ;  $W_3(0) = 0,3$ . А на рисунке 8 ось конуса полодии совпадает с осью  $x$ ,  $W_1(0) = 0,519616$ ;  $W_2(0) = 0,0$ ;  $W_3(0) = 0,3$ .

Изменение параметра  $W_1(0)$  составляет всего  $\Delta W_1(0) = 10^{-6}$ , а ориентация конуса претерпела скачок на  $90$  градусов, что характерно для критического явления!

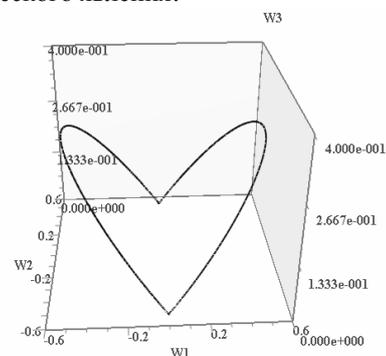


Рисунок 7. – Фазовый портрет модели с начальными условиями  $W_1(0) = 0,519615$ ;  $W_2(0) = 0,0$ ;  $W_3(0) = 0,3$

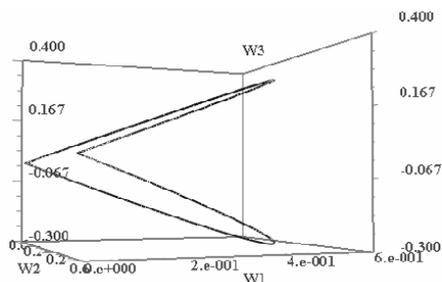


Рисунок 8. – Фазовый портрет модели с начальными условиями  $W_1(0) = 0,519616; W_2(0) = 0,0; W_3(0) = 0,3$

Обозначим  $T(\tau)$  – период колебаний прецессии как функцию безразмерного параметра  $\tau$ . Заполним таблицу расчетных данных (табл. 1):

Таблица 1. – Зависимость времени прецессии от безразмерного параметра  $\tau$

$W_1(0), \frac{rad}{s}$	0,519	0,5196	0,519615
$T(\tau), s$	58,8	83,4	111,05
$\tau$	$1,18 \cdot 10^{-3}$	$2,933 \cdot 10^{-5}$	$4,66 \cdot 10^{-7}$
$\ln(\tau)$	-6,7388	-10,437	-14,579
$W_1(0), \frac{rad}{s}$	0,5196152	0,51961524	0,519615242
$T(\tau), s$	122,65	142,15	156,35
$\tau$	$8,135 \cdot 10^{-8}$	$4,369 \cdot 10^{-9}$	$5,2 \cdot 10^{-10}$
$\ln(\tau)$	-16,325	-19,2485	-21,375

Из приведенной таблицы получаем эмпирическую формулу:  $T = b + a \ln(\tau)$ ,  $b = 13,863$ ,  $a = -6,66516$ , которая даёт относительную погрешность не более чем 0,04%.

### Выводы

1) Доказана и численно подтверждена теорема об ориентации конуса полодии.

2) Если

$$\frac{\pi (W_2(0)^2 + W_1(0)^2 I_2 / I_1)}{2 W_3(0)^2} \sqrt{\frac{I_1 I_2 (I_2 - I_1)^2}{I_3^2 (I_3 - I_2)(I_3 - I_1)}} \ll 1,$$

то нелинейная система уравнений Л. Эйлера может рассматриваться как квазилинейная, а прецессия решений  $W_1(t), W_2(t)$  описывается квазипериодическим процессом, с частотой прецессии прямо пропорциональной  $W_3(t) \approx const$ .

3) Разрыв ориентации оси конуса полодии на 90 градусов происходит в случае равенства начальных энергий с максимальным и минимальным моментом инерции при бесконечно малом изменении параметра в критической точке  $W_1(0)^* = W_3(0) \sqrt{I_3 / I_1} \Leftrightarrow \tau = 0$ .

4) В критической области (где  $\tau$  стремится к 0) период колебаний угловой скорости имеет логарифмическую особенность как функция  $\tau$ :  $T(\tau) = b + a \ln(\tau)$ ,  $a = -6,66516$ ,  $b = 13,863$ ,

$$\tau = \left| \frac{W_1(0) - W_1(0)^*}{W_1(0)^*} \right|, \text{ где } a, b - \text{некоторые постоянные.}$$

4) Ось конуса полодии совпадает либо с осью максимального, либо минимального момента инерции, а именно, – с осью, соответствующей максимальной кинетической энергии, определяемой начальными условиями:

$$\max \left\{ \frac{I_1}{2} W_1(0)^2, \frac{I_3}{2} W_3(0)^2 \right\}.$$

Хочется отметить, что численное моделирование даёт хорошие результаты совместно как с обработкой экспериментальных данных [11, 12], так и при создании теоретических моделей природных явлений.

### Список литературы

1. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. – М.: Физматлит, 1959. – 915 с.
2. Койтер В.Т. Теоретическая и прикладная механика. Труды 14 междунар. конгресса ИУТАМ. – М.: Мир, 1979. – 765 с.
3. Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г. Качественная теория динамических систем второго порядка. – М.: Наука, 1966. – 568 с.
4. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Механика. – М.: Наука, 1989. – 576 с.
5. Алешкевич В.А. Оптика. – М.: Физматлит, 2010. – 319 с.
6. Звелто О. Физика лазеров. – М.: Мир, 1990. – 549 с.
7. Зорич В.А. Математический анализ. Ч.1. – М.: МЦНМО, 2007. – 657 с.
8. Бартенев О.В. Математическая библиотека IMSL. Ч. 3. – М.: Диалог-МИФИ, 2001. – 368 с.
9. Квасников И.А. Термодинамика и статистическая физика (теория равновесных систем). – М.: МГУ, 1991. – 793 с.
10. Павлов С.В. Методы теории катастроф в исследовании фазовых переходов. – М.: Изд-во Московского университета, 1993. – 104 с.
11. Zviagintseva A.V., Averin G.V. The use of natural science methods for phenomenological models development in the social and human sciences // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе. 2015, №1(8)–2(9). – С. 73–80.
12. Ехилевский С.Г., Голубева О.В., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. Математическая обработка двумерных изображений и подавление шума геометрическими фильтрами типа медианной фильтрации // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе. 2015, №1(8)–2(9). – С. 93–98.

**References (transliteration)**

1. Andronov A.A., Vitt A.A., Haykin S.E. Teoriya kolebanij [Theory of fluctuations]. Moscow, Fizmatlit, 1959, 915 p. (in Russian).
2. Koyter V.T. Teoreticheskaja i prikladnaja mehanika [Theoretical and applied mechanics]. Trudy 14 mezhdunar. kongressa IUTAM. Moscow, Mir, 1979, 765 p. (in Russian).
3. Andronov A.A., Leontovich E.A., Gordon I.I., Mayer A.G. Kachestvennaja teoriya dinamičeskix sistem vtorogo porjadka [Qualitative theory of the dynamic systems second of the order]. Moscow, Nauka, 1966, 568 p. (in Russian).
4. Sivuhin D.V. Obshhij kurs fiziki. Mehanika [General course physicists]. Mechanics. Moscow, Nauka, 1989, 576 p. (in Russian).
5. Aleshkevich V.A. Optika [Optics]. Moscow, Fizmatlit, 2010, 319 p. (in Russian).
6. Zvelto O. Fizika lazerov [Physics of lasers]. Moscow, Mir, 1990, 549 p. (in Russian).
7. Zorich V.A. Matematicheskij analiz [Mathematical analysis]. Part 1. Moscow, MCNMO, 2007, 657 p.
8. Barteniev O.V. The Mathematical library IMSL. Part 3. Moscow, Dialog-MIFI, 2001, 368 p. (in Russian).
9. Kvasnikov I.A. Termodinamika i statističeskaja fizika (teoriya ravnovesnyh sistem [Thermodynamics and statistical physics (the theory static system)]. Moscow, MGU, 1991, 793 p. (in Russian).
10. Pavlov S.V. Metody teorii katastrof v issledovanii fazovyh perehodov [The Methods to theories of the catastrophes in study phase of transition]. Moscow, Publishers of the Moscow university, 1993, 104 p. (in Russian).
11. Zviagintseva A.V., Averin G.V. The use of natural science methods for phenomenological models development in the social and human sciences // Sistemnyj analiz i informacionnye tehnologii v naukah o prirode i obshhestve. 2015, no 1(8)–2(9): 73–80.
12. Ehilevskiy S.G., Golubeva O.V., Pastuhov D.F., Pastuhov Y.F. Matematicheskaja obrabotka dvumernyh izobrazhenij i podavlenie shuma geometricheskimi fil'trami tipa mediannoj fil'tracii [Mathematical processing the two-dimensional scenes and suppression of the noise geometric filter type median to filtering] // Sistemnyj analiz i informacionnye tehnologii v naukah o prirode i obshhestve. 2015, no 1(8)–2(9): 93–98.

**Ехілевский С.Г., Голубева О.В., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф.** «*Моделирование вільного обертання твердого тіла*». З використанням методів чисельного моделювання розглянута задача вільного обертання твердого тіла щодо центру мас. Знайдено, що при рівності початкових кінетичних енергій на осях з максимальним і мінімальним моментами інерції відбувається розрив на  $90^\circ$  орієнтації осі симетрії конуса полодії при безперервній зміні компонент початкової кутової швидкості. Аналітично показана неможливість збереження знака компоненти кутової швидкості, яка відповідає проміжному значенню моменту інерції. Наведено умови, при яких нелінійна задача зводиться до квазілінійної задачі. Теорема про орієнтацію конуса полодії доведена аналітичними методами. Логарифмічне затягування періоду прецесії компонент кутової швидкості як функції критичного параметра в околиці нуля може бути використано при активації розряджених газових середовищ.

**Ключові слова:** критичне явище, орієнтація осі конуса полодії, критичний параметр, логарифмічна особливість періоду коливань.

**Ekhilevsky S.G., Golubeva O.V., Pastukhov D.F., Pastukhov Y.F.** “*Simulation of free rotation of a solid body*”. Numerical simulation deals with the problem of free rotation of a rigid body relative to the center of mass. It is found that when the initial kinetic energies on the axes with the maximum and minimum moments of inertia are equal, a discontinuity of  $90^\circ$  orientations of the axis of symmetry of the cone of the band occurs with a continuous change in the components of the initial angular velocity. The impossibility of preserving the sign of the angular velocity component corresponding to the intermediate value of the moment of inertia is analytically shown. Conditions are given under which the nonlinear problem reduces to a quasi linear problem. The theorem on the orientation of the cone of a band is proved by purely analytic methods. The logarithmic tightening of the precession period of the components of the angular velocity as a function of the critical parameter in a neighborhood of zero can be used for the activation of discharged gaseous media. We have shown for the first time that a change in the orientation of the axis of the cone of the band is a critical phenomenon, i.e. The parameters of the system change abruptly with a continuous small change in the initial conditions of the components of the angular velocity. For the first time, the precession of the angular velocity components in the vicinity of the critical point has been delayed.

**Keywords:** critical phenomena, orientation to axis of the cone of polodi, critical parameter, logarithmic particularity of the period of the fluctuations.

Статья поступила в редакцию 15.09.2016  
Рекомендована к публикации д-ром техн. наук Л.П. Фельдманом

## Модель нейро-нечеткого прогнозирования времени ожидания подтверждений в беспроводной самоорганизующейся сети

Польщиков К.А., Игитян Е.В.

Белгородский государственный национальный исследовательский университет  
polshchikov@bsu.edu.ru

*Польщиков К.А., Игитян Е.В. «Модель нейро-нечеткого прогнозирования времени ожидания подтверждений в беспроводной самоорганизующейся сети». Время ожидания подтверждений (Round Trip Time, RTT) является важной величиной в сетях передачи данных. Корректное прогнозирование этой характеристики позволяет оценить загруженность сети для адекватного выбора параметров отправки пакетов и повторных передач. В протоколе TCP (Transmission Control Protocol) для оценки этой величины используются приближенные эвристические модели. Значения коэффициентов в этих моделях получены экспериментально для сетей с фиксированной топологией. Поэтому применение таких моделей неэффективно в сети с динамичной топологией (беспроводной самоорганизующейся сети). В работе представлена модель прогнозирования времени ожидания подтверждений, основанная на применении теории нечетких нейронных сетей. Эта модель базируется на применении алгоритма нечеткого вывода Сугено нулевого порядка. Входными величинами нечеткой нейронной сети являются значения времени ожидания подтверждений, измеренные в текущем и в двух предыдущих циклах. Выходной величиной является значение RTT, ожидаемое в следующем цикле. Предложенная модель настроена и исследована с помощью имитационных экспериментов. В этих экспериментах моделировалось функционирование беспроводной самоорганизующейся сети, применяемой для обеспечения связи при противодействии чрезвычайным ситуациям на опасных объектах строительства.*

**Ключевые слова:** *нейро-нечеткая модель; информационные потоки; передача информационных потоков; нечеткие правила; слои нейронов.*

### Введение

Беспроводные самоорганизующиеся сети (Mobile Ad-Hoc Networks, MANET) являются перспективным направлением развития телекоммуникационных технологий [1]. Обладая децентрализованной структурой, ad-hoc-сети предоставляют возможность передачи информации в условиях случайных перемещений узлов и воздействия деструктивных факторов [2, 3]. Благодаря быстрому развертыванию, автономности электропитания каждого узла, высокой живучести и способности доставлять сообщения при динамически изменяющейся топологии самоорганизующиеся сети могут быть применены для обеспечения связи на опасных объектах строительства. Возведение опасных объектов осуществляется в условиях угрозы воздействия деструктивных и поражающих факторов природного и техногенного характера, вызывающих взрывы, пожары, обрушение, затопление, облучение, отравление и другие чрезвычайные ситуации.

Процесс информационного обмена в самоорганизующейся сети базируется на осуществлении пакетной передачи данных.

Одной из важных характеристик при этом является время ожидания подтверждений (Round Trip Time, RTT). Корректное прогнозирование этой величины позволяет оценить загруженность сети для адекватного выбора параметров отправки пакетов и повторных передач. В протоколе TCP (Transmission Control Protocol) для оценки этой величины используются приближенные эвристические модели [5, 6]. Значения коэффициентов в этих моделях получены экспериментально для сетей с фиксированной топологией, поэтому их применение в ad-hoc-сетях не дает требуемого эффекта. В результате существенно увеличивается время доставки информации, что недопустимо при строительстве опасных объектов, т.к. от оперативности получения сообщений в чрезвычайных ситуациях зависит жизнь и здоровье строителей, а также степень повреждения возводимых сооружений. Поэтому разработка адекватной модели прогнозирования RTT в беспроводной самоорганизующейся сети является актуальной научно-прикладной задачей, решению которой посвящены представляемые исследования.

**Разработка нейро-нечеткой модели**

Для прогнозирования времени ожидания подтверждений в ad-hoc-сети предлагается нейро-нечеткая модель, в рамках которой используются следующие величины:  $M$  – значение времени ожидания подтверждения, измеренное в текущем цикле;  $M^{pr1}$  – значение времени ожидания подтверждения, измеренное в предыдущем цикле;  $M^{pr2}$  – значение времени ожидания подтверждения, измеренное в цикле, предшествующем предыдущему.

Модель позволяет для каждого следующего цикла вычислять величину  $\tilde{M}$  – прогнозируемое значение времени ожидания подтверждения.

Построение модели осуществляется по критерию минимальной сложности. Данному критерию соответствуют следующие параметры: алгоритм нечеткого вывода – Сугено нулевого порядка [7], количество функций принадлежности для каждой входной величины – 2, форма функций принадлежности для каждой входной величины – треугольная, алгоритм обучения нейронов – обратного распространения ошибки [8]. Модель основана на применении базы нечетких правил следующего вида:

$If(M = X_1) \text{ and } (M^{pr1} = Y_1) \text{ and } (M^{pr2} = Z_1), \text{ then } (\tilde{M} = J_1)$   
 $f(M = X_1) \text{ and } (M^{pr1} = Y_1) \text{ and } (M^{pr2} = Z_2), \text{ then } (\tilde{M} = J_2)$   
 $If(M = X_1) \text{ and } (M^{pr1} = Y_2) \text{ and } (M^{pr2} = Z_2), \text{ then } (\tilde{M} = J_8),$

где  $X_1, X_2, Y_1, Y_2, Z_1$  и  $Z_2$  – термы номер 1 и номер 2 входных величин  $M, M^{pr1}$  и  $M^{pr2}$  соответственно;  $J_1 \dots J_8$  – индивидуальные выводы нечетких правил.

Вид и параметры функций принадлежности для каждой входной величины показаны на рисунках 1–3.

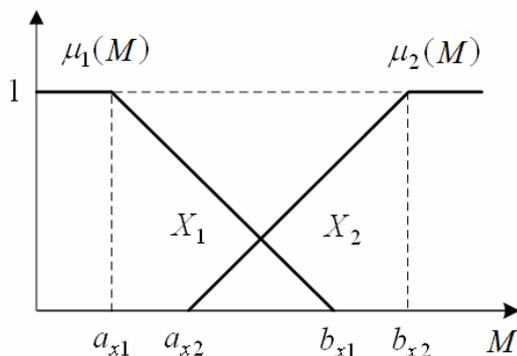


Рисунок 1. – Вид и параметры функций принадлежности для величины  $M$

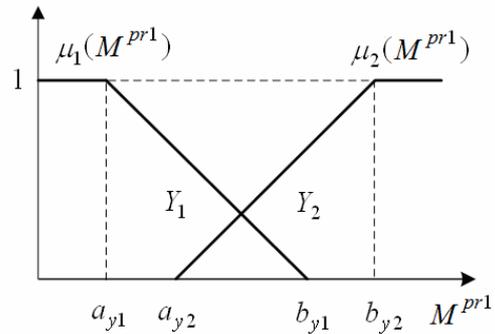


Рисунок 2. – Вид и параметры функций принадлежности для величины  $M^{pr1}$

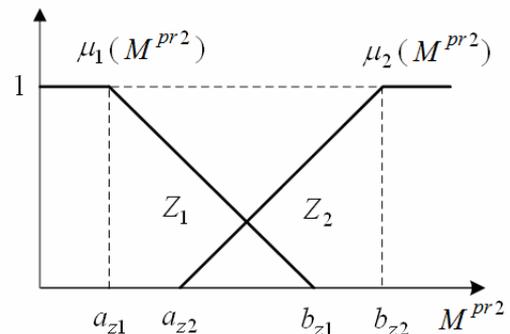


Рисунок 3. – Вид и параметры функций принадлежности для величины  $M^{pr2}$

Модель прогнозирования времени ожидания подтверждений структурно включает четыре нейронных слоя.

С помощью первого слоя нейронов выполняется процедура фаззификации:

$$\mu_1(M) = \begin{cases} 1, & M < a_{x1}; \\ \frac{b_{x1} - M}{b_{x1} - a_{x1}}, & a_{x1} \leq M < b_{x1}; \\ 0, & M \geq b_{x1}; \end{cases}$$

$$\mu_2(M) = \begin{cases} 0, & M < a_{x2}; \\ \frac{M - a_{x2}}{b_{x2} - a_{x2}}, & a_{x2} \leq M < b_{x2}; \\ 0, & M \geq b_{x2}; \end{cases}$$

$$\mu_1(M^{pr1}) = \begin{cases} 1, & M^{pr1} < a_{y1}; \\ \frac{b_{y1} - M^{pr1}}{b_{y1} - a_{y1}}, & a_{y1} \leq M^{pr1} < b_{y1}; \\ 0, & M^{pr1} \geq b_{y1}; \end{cases}$$

$$\mu_2(M^{pr1}) = \begin{cases} 0, & M^{pr1} < a_{y2}; \\ \frac{M^{pr1} - a_{y2}}{b_{y2} - a_{y2}}, & a_{y2} \leq M^{pr1} < b_{y2}; \\ 1, & M^{pr1} \geq b_{y2}; \end{cases}$$

$$\mu_1(M^{pr2}) = \begin{cases} 1, & M^{pr2} < a_{z1}; \\ \frac{b_{z1} - M^{pr2}}{b_{z1} - a_{z1}}, & a_{z1} \leq M^{pr2} < b_{z1}; \\ 0, & M^{pr2} \geq b_{z1}; \end{cases}$$

$$\mu_2(M^{pr2}) = \begin{cases} 0, & M^{pr2} < a_{z2}; \\ \frac{M^{pr2} - a_{z2}}{b_{z2} - a_{z2}}, & a_{z2} \leq M^{pr2} < b_{z2}; \\ 1, & M^{pr2} \geq b_{z2}; \end{cases}$$

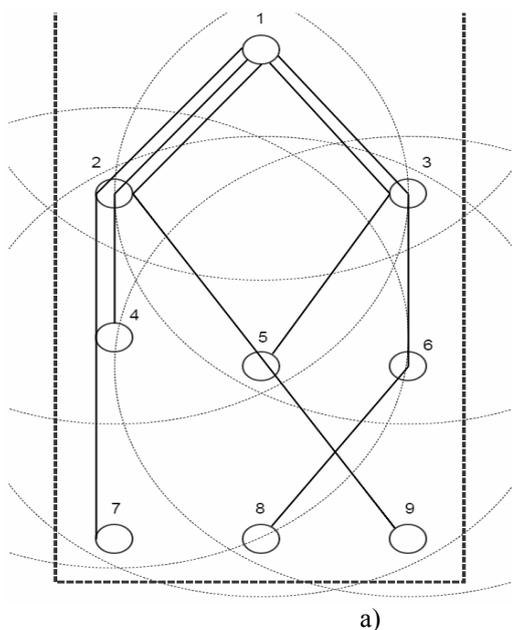
Вторым слоем нейронов осуществляется процедура агрегирования:

$$G_1 = \mu_1(M) \wedge \mu_1(M^{pr1}) \wedge \mu_1(M^{pr2});$$

$$G_2 = \mu_1(M) \wedge \mu_1(M^{pr1}) \wedge \mu_2(M^{pr2});$$

$$G_8 = \mu_2(M) \wedge \mu_2(M^{pr1}) \wedge \mu_2(M^{pr2}).$$

Третьим слоем нейронов выполняется активизация, а также часть процедуры дефаззификации – вычисляются сумма результатов агрегирования  $\sum_{r=1}^8 G_r$  и взвешенная сумма результатов агрегирования  $\sum_{r=1}^8 J_r G_r$ .



С помощью четвертого слоя выполняется заключительная часть процедуры дефаззификации:

$$\tilde{M} = \frac{\sum_{r=1}^8 J_r G_r}{\sum_{r=1}^8 G_r}.$$

С целью получения значений коэффициентов, необходимых для расчета функций принадлежности, требуется настройка весов нейронов первого слоя, а для получения значений индивидуальных выводов нечетких правил – обучение нейронов третьего слоя [9–15]. Получение обучающих данных для настройки модели и оценка эффективности нейро-нечеткого прогнозирования РТТ выполнены на основе моделирования различных сценариев применения самоорганизующейся сети для обеспечения связи на опасных объектах строительства.

### Моделирование передачи информационных потоков

Рассмотрим пример, в котором беспроводная самоорганизующаяся сеть используется для обеспечения связи при строительстве подземного сооружения. На рисунке 4 показана территория проведения строительных работ (ограничена жирным пунктиром). Данное сооружение относится к опасным объектам строительства, т.к. работы по его возведению осуществляются в условиях возможного обрушения горных пород. Работы ведутся сменой строителей, в состав которой входят следующие лица:

- управляющий сменой, который использует ad-нос-узел 1;
- восемь рабочих, оснащенных ad-нос-узлами с номерами 2–9.

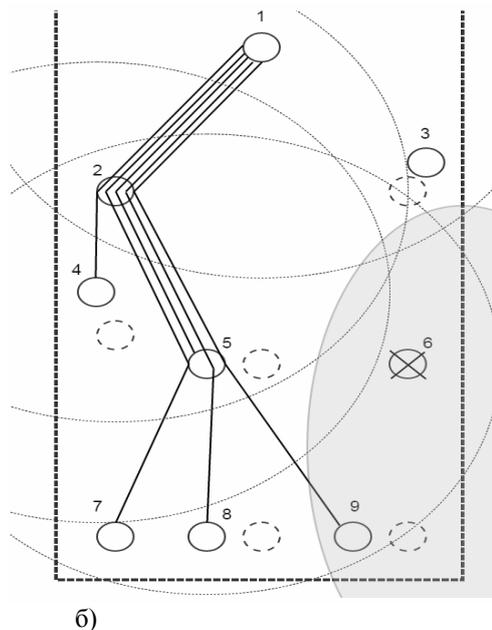


Рисунок 4. – Маршруты передачи информационных потоков:  
а) при фиксированной сетевой топологии; б) при динамичной сетевой топологии

В виде небольших пронумерованных окружностей обозначены ad-hoc-узлы, зоны радиопокрытия которых ограничены соответствующими окружностями большего радиуса. С помощью ad-hoc-узлов выполняются следующие функции:

1) передача видеопотоков для наблюдения за состоянием объекта строительства, условиями и ходом проведения работ;

2) обмен речевыми сообщениями для управления процессом строительства и координации действий при противодействии чрезвычайным ситуациям;

3) передача данных о функциональном состоянии и текущих координатах местонахождения строителей, а также данных датчиков мониторинга внешних условий на строящемся объекте.

В рамках рассматриваемого примера в течение интервала времени наблюдения продолжительностью 50 с в самоорганизующейся сети осуществляется передача информационных потоков, характеристики которых представлены в таблицах 1 и 2.

Таблица 1. – Характеристики передаваемых информационных потоков

№ потока	Вид передаваемой информации	№ узла-отправителя	№ узла-получателя	Время начала передачи, с
1	видео	4	1	0
2	данные	5	1	8
3	подтверждения на пакеты данных	1	5	8
4	данные	9	1	12
5	подтверждения на пакеты данных	1	9	12
6	речь	7	1	16
7	речь	1	7	16
8	видео	8	1	22

Таблица 2 – Расчетные параметры

Наименование параметра	Значение параметра
Пропускная способность радиоканала	1000 Кбит/с
Пропускная способность, требуемая для передачи видеопотока	256 Кбит/с
Пропускная способность, требуемая для передачи речевого потока	128 Кбит/с
Объем сообщения, передаваемого потоком данных	1 МБ

На рисунке 4 (а) представлена ситуация, при которой сетевая топология остается неизменной в течение рассматриваемого интервала времени. При этом маршруты передачи информационных потоков соответствуют ломаным линиям, соединяющим заданные узлы-отправители и узлы-получатели.

На рисунке 4 (б) представлен сценарий, при котором топология самоорганизующейся сети изменяется вследствие обрушения горных пород, начавшегося в момент времени  $t_e = 4$  с. Зона обрушения выделена серым цветом. В результате данной чрезвычайной ситуации в зоне обрушения оказались рабочие-пользователи ad-hoc-узлов 6 и 9. Причем узел номер 6 утратил работоспособность (соответствующая окружность на рисунке 4 (б) перечеркнута).

Реагируя на обрушение, рабочие с ad-hoc-узлами 3–5, 8 и 9 переместились. Места нахождения указанных узлов в начальный момент времени на рисунке 4 (б) обозначены соответствующими пунктирными окружностями. В измененной сетевой структуре на рисунке 4 (б) маршруты передачи информационных потоков, имеющие номера 2, 3, 5–8, отличаются от маршрутов передачи соответствующих потоков, обозначенных на рисунке 4 (а).

Динамичность сетевой топологии оказала влияние на изменение загруженности радиоканалов и пропускной способности, доступной для передачи потоков данных. Например, по радиоканалу, соединяющему узел 2 с узлом 1, кроме основных потоков 1, 4 и 6, стали передаваться дополнительные потоки 2 и 8.

В рассматриваемой чрезвычайной ситуации особую важность приобретает оперативность получения узлом 1 файла данных, передаваемого из узла 9. В этом файле содержится информация о текущих параметрах состояния здоровья и месте нахождения рабочего, который подвергся воздействию обрушения. На основе полученных данных управляющий сменой может быстро и эффективно скоординировать действия других рабочих для спасения пострадавшего строителя.

Для доставки указанного файла требуется осуществление передачи потоков 4 и 5. Совокупность этих взаимосвязанных потоков будем именовать контролируемым потоком данных (controlled flow, CF) [16]. Замкнутый контур, образуемый каналами, по которым передается CF-поток, назовем CF-контуром (рис. 5).

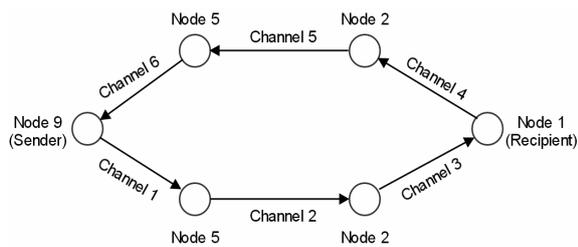


Рисунок 5 – CF-контур

Длительность доставки файла данных из узла 9 в узел 1 напрямую зависит от значений величины  $E(t)$  – текущей пропускной способности CF-контура, доступной для передачи CF-потока. Для расчета этой величины можно использовать выражение:

$$E(t) = \min\{E_k(t)\},$$

где  $E_k(t)$  – текущее значение пропускной способности канала номер  $k$  CF-контура [17].

Величина  $E_k(t)$  может быть найдена по формуле:

$$E_k(t) = \begin{cases} 0, & U_k(t) \geq c; \\ \frac{c - U_k(t)}{D_k(t)}, & U_k(t) < c, \end{cases}$$

где  $c$  – пропускная способность радиоканала;  $U_k(t)$  – текущее значение пропускной способности канала номер  $k$ , требуемое для передачи потоков реального времени;  $D_k(t)$  – число потоков данных, которое требуется передавать по каналу  $k$  в момент времени  $t$ ,  $D_k(t) \geq 1$ .

Для определения величины  $U_k(t)$  следует использовать выражение:

$$U_k(t) = \sum_{l=1}^L u_{kl}(t),$$

где  $u_{kl}(t)$  – текущее значение пропускной способности канала номер  $k$ , требуемое для передачи потока реального времени номер  $l$ ;  $L$  – число потоков реального времени, которое требуется передавать по каналам CF-контура.

Величина  $u_{kl}(t)$  может быть найдена по формуле:

$$u_{kl}(t) = \begin{cases} \lambda_l a_{kl}, & x_l^{start} \leq t < x_l^{stop}; \\ 0, & t < x_l^{start} \text{ or } t \geq x_l^{stop}, \end{cases}$$

где  $\lambda_l$  – значение пропускной способности канала, требуемое для передачи потока реального времени номер  $l$  [18];  $a_{kl}$  – величина, показывающая, требуется ли передача по каналу  $k$  потока реального времени номер  $l$ ;  $x_l^{start}$  и  $x_l^{stop}$  – соответственно моменты времени начала и окончания передачи потока реального времени номер  $l$ .

Минимально возможную длительность передачи CF-потока можно определить по формуле:

$$\tau_{CF} = t_{CF}^{stop} - t_{CF}^{start},$$

где  $t_{CF}^{start}$  – момент времени начала передачи CF-потока;  $t_{CF}^{stop}$  – момент времени окончания передачи CF-потока при отсутствии потерь пакетов и идеальном соответствии интенсивности отправки данных этого потока и пропускной способности CF-контура, доступной для их передачи.

Вычислить значение  $t_{CF}^{stop}$  можно на основе полученной величины  $E(t)$ . Для этого следует использовать формулу:

$$V = \int_{t_{CF}^{start}}^{t_{CF}^{stop}} E(t) dt.$$

где  $V$  – объем сообщения, передаваемого потоком данных.

Для расчета функции  $E(t)$  в случае, представленном на рисунке 2, использовались данные, содержащиеся в таблицах 3 и 4.

Таблица 3 – Значения величин  $\lambda_l$ ,  $x_l^{start}$

и  $x_l^{stop}$

$l$	$\lambda_l$ , бит/с	$x_l^{start}$ , с	$x_l^{stop}$ , с
1	256	0	> 50
2	128	16	> 50
3	128	16	> 50
4	256	22	> 50

Таблица 4 – Значения величины  $a_{kl}$

$k$	$l$			
	1	2	3	4
1	0	0	0	0
2	0	0	0	1
3	1	1	0	1
4	0	0	1	0
5	0	0	0	0
6	0	0	0	0

С использованием этих исходных данных вычислена функция  $E(t)$ , вид которой представлен на рисунке 6.

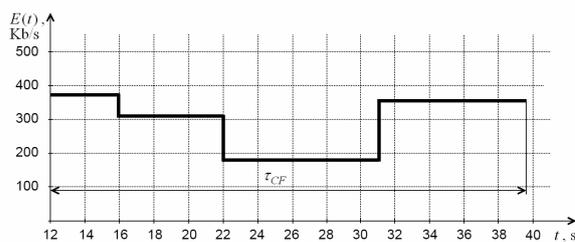


Рисунок 6. – Текущие значения  $E(t)$  в сети с динамической топологией

В сети с фиксированной топологией функция  $E(t)$  имеет вид, представленный на рисунке 7.

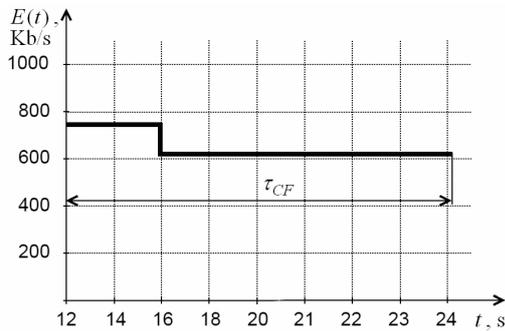


Рисунок 7. – Текущие значения  $E(t)$  в сети с фиксированной топологией

Анализ рисунков 6 и 7 показывает, что изменение топологии сети в процессе информационного обмена приводит к существенному замедлению длительности передачи файла данных. В сети с динамической топологией величина  $\tau_{CF}$  принимает значение 39,7 с, а в случае фиксированной сетевой структуры  $\tau_{CF} = 24,2$  с.

**Настройка параметров модели и оценка эффективности ее применения**

В реальных условиях функционирования самоорганизующейся сети достаточно часто происходят перегрузки и потери пакетов, поэтому фактическое значение длительности передачи файла данных может значительно превышать расчетную величину  $\tau_{CF}$ . Для оценки этой характеристики выполнен ряд имитационных экспериментов, в ходе которых моделировались различные сценарии применения самоорганизующейся сети при обеспечении связи на опасных объектах строительства. С этой целью использовалась имитационная модель передачи информационных потоков в сети с динамической топологией, разработанная в программной среде MatLab & Simulink. Результаты моделирования позволили получить данные для настройки разработанной нейро-нечеткой модели прогнозирования времени ожидания подтверждений. На основе этих данных сформирована обучающая матрица следующего вида:

$$\begin{bmatrix} M_1 & M_2 & M_3 & M_4 \\ M_2 & M_3 & M_4 & M_5 \\ & \dots & & \\ M_i & M_{(i+1)} & M_{(i+2)} & M_{(i+3)} \\ & \dots & & \\ M_{(I-3)} & M_{(I-2)} & M_{(I-1)} & M_I \end{bmatrix},$$

где  $M_i$  – время ожидания подтверждения в цикле  $i$ ;  $I$  – число моделируемых циклов в каждом имитационной эксперименте,  $I = 750$ .

Настройка нейро-нечеткой модели проводилась с помощью программного инструментария Fuzzy Logic Toolbox. В таблице 5 представлены результаты обучения нейронов первого слоя, а в таблице 6 содержатся результаты обучения нейронов третьего слоя.

Таблица 5. Результаты обучения нейронов первого слоя

Параметр	$a_{x1}$	$a_{x2}$	$b_{x1}$	$b_{x2}$	$a_{y1}$	$a_{y2}$
Значение	3,64	25,18	3,62	27,9	3,69	28,1
Параметр	$b_{y1}$	$b_{y2}$	$a_{z1}$	$a_{z2}$	$b_{z1}$	$b_{z2}$
Значение	3,55	27,79	3,61	28,01	3,62	27,81

Таблица 6. Результаты обучения нейронов третьего слоя

Параметр	$H_1$	$H_2$	$H_3$	$H_4$
Значение	3,91	-6,02	7,26	8,74
Параметр	$H_5$	$H_6$	$H_7$	$H_8$
Значение	31,51	20,74	27,92	26,49

Для оценки эффективности применения разработанной и настроенной модели проведен ряд имитационных экспериментов по передаче информационных потоков в самоорганизующейся сети. При этом моделировался выбор тайм-аута повторной передачи на основе предложенного нейро-нечеткого прогнозирования RTT и на основе классической модели оценки этой величины, используемой в протоколе TCP. Результаты исследований показали, что применение нейро-нечеткого прогнозирования RTT в условиях значительной сетевой нагрузки обеспечивает снижение отклонений тайм-аута повторной передачи от времени ожидания подтверждений на 5,7–19,2 %. Это способствует минимизации повторных передач и уменьшению среднего времени передачи потоков данных на 4,2 %–9,6 %.

**Заключение**

Таким образом, синтезирована модель нейро-нечеткого прогнозирования времени ожидания подтверждений в беспроводной самоорганизующейся сети. Модель включает четыре нейронных слоя, выполняющих процедуры нечеткого вывода (фаззификацию, агрегирование, активизацию и дефаззификацию).

Для настройки весов нейронов использованы обучающие данные, отражающие динамику изменения RTT в ad-hoc-сети, применяемой для обеспечения связи на опасных объектах строительства. Результаты имитационного моделирования показали, что применение предложенной модели для выбора тайм-аута повторной передачи позволит существенно сократить длительность передачи потоков данных в самоорганизующейся сети.

### Список литературы

1. Basagni, S., M. Conti, S. Giordano and I. Stojmenovic, 2004. Mobile Ad Hoc Networking. IEEE Press, 461 p.
2. Polschikov K.A. 2012. Functional model of data flows intensity control in the mobile radio network of the special setting. Scientific herald of the DSEA, 1: 127–135.
3. Польщиков К.А. Об управлении интенсивностью потоков данных в мобильной радиосети специального назначения // Научные ведомости БелГУ. 2014, № 21(192), вып. 32(1). – С. 196–201.
4. Jacobson, V., 1988. Congestion Avoidance and Control. Computer Communication Review, 4: 314–329.
5. Rvachova N, Sokol G, Polschikov K., Davies J. Selecting the intersegment interval for TCP in Telecomms networks using fuzzy inference system // Proceedings of the Sixth International Conference “2015 Internet Technologies and Applications (ITA)”. Glyndwr University, Wrexham, Wales, UK. 2015: 256–260.
6. Takagi T., Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. Vol. 15. no 1. 1985: 116–132.
7. Rumelhart D. E., Hinton G. E., Williams R. J. Learning Internal Representations by Error Propagation. Parallel Distributed Processing. Cambridge, MIT-Press, 1986, Vol. 1: 318–362.
8. Konstantinov I.S., Polshchikov K.O., Lazarev S.A. Algorithm For Neuro-Fuzzy Control Of Data Sending Intensity In A Mobile Ad Hoc Network For Special Purpose. Journal Of Current Research In Science. 2016, Vol. 4, no 1: 105–108.
9. Konstantinov I.S., Lazarev S.A., Polshchikov K.A. Fuzzy System Synthesis And Adjustment Fuzzy To Evaluate The Effectiveness Of Information Exchange Management Within Corporate Portal Network. Journal Of Current Research In Science. 2016, Vol. 4, no 1: 109–115.
10. Polshchikov K., Zdorenko Y, Masesov M. Neuro-Fuzzy System for Prediction of Telecommunication Channel Load. Proceedings of the Second International Scientific-Practical Conference “Problems of Infocommunications

Science and Technology (PIC S&T)”. Kharkiv, 2015: 33–34.

11. Польщиков К.А. Обобщенные модели нейро-нечетких систем управления интенсивностью потоков данных в мобильной радиосети. Science and Education a New Dimension. Budapest, 2013, Vol. 8: 133–137.
12. Константинов И. С., Польщиков К. А., Лазарев С.А. Имитационная модель передачи информационных потоков в мобильной радиосети специального назначения // Научные ведомости БелГУ. 2015, №13(210). Вып. 35(1): 156–163.

### References (transliteration)

1. Basagni, S., M. Conti, S. Giordano and I. Stojmenovic, 2004. Mobile Ad Hoc Networking. IEEE Press, 461 p.
2. Polschikov K.A., 2012. Functional model of data flows intensity control in the mobile radio network of the special setting. Scientific herald of the DSEA, 1: 127–135.
3. Polschikov K.A. Ob upravlenii intensivnost'ju potokov dannyh v mobil'noj radioseti special'nogo naznachenija [On the management of data flows intensity in the mobile radio network special purpose]. Nauchnye vedomosti BelGU. 2014. no 21(192). Issue 32(1): 196–201. (in Russian).
4. Jacobson, V., 1988. Congestion Avoidance and Control. Computer Communication Review, 4: 314–329.
5. Rvachova N, Sokol G, Polschikov K., Davies J. Selecting the intersegment interval for TCP in Telecomms networks using fuzzy inference system. Proceedings of the Sixth International Conference “2015 Internet Technologies and Applications (ITA)”. Glyndwr University, Wrexham, Wales, UK. 2015: 256–260.
6. Takagi T., Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. Vol. 15. no 1. 1985: 116–132.
7. Rumelhart D. E., Hinton G. E., Williams R. J. Learning Internal Representations by Error Propagation. Parallel Distributed Processing. Cambridge, MIT-Press, 1986, Vol. 1: 318–362.
8. Konstantinov I.S., Polshchikov K.O., Lazarev S.A. Algorithm For Neuro-Fuzzy Control Of Data Sending Intensity In A Mobile Ad Hoc Network For Special Purpose. Journal Of Current Research In Science. 2016, Vol. 4, no 1: 105–108.
9. Konstantinov I.S., Lazarev S.A., Polshchikov K.A. Fuzzy System Synthesis And Adjustment Fuzzy To Evaluate The Effectiveness Of Information Exchange Management Within Corporate Portal Network. Journal Of Current Research In Science. 2016, Vol. 4, no 1: 109–115.

10. Polshchikov K., Zdorenko Y, Masesov M. Neuro-Fuzzy System for Prediction of Telecommunication Channel Load. Proceedings of the Second International Scientific-Practical Conference "Problems of Infocommunications Science and Technology (PIC S&T)". Kharkiv, 2015: 33–34.
11. Pol'shnikov K. A. Obobshchennye modeli nejro-nechetkih sistem upravlenija intensivnost'ju potokov dannyh v mobil'noj radioseti [Generalized models of neuro-fuzzy systems data flows intensity control in the mobile radio network]. Science and Education a New Dimension. Budapest, 2013. Vol. 8: 133–137. (in Russian).
12. Konstantinov I. S., Pol'shnikov K. A., Lazarev S.A. Imitacionnaja model' peredachi informacionnyh potokov v mobil'noj radioseti special'nogo naznachenija [Simulation model of transmission of information flow in the mobile radio network special purpose]. Nauchnye vedomosti BelGU. 2015. no 13(210), Issue 35(1): 156–163. (in Russian).

*Польщиков К.О., Игитян О.В. «Модель нейро-нечёткого прогнозування часу очікування підтвердженень бездротової самоорганізуючої мережі». Час очікування підтвердженень (Round Trip Time, RTT) є важливою величиною в мережах передачі даних. Коректне прогнозування цієї характеристики дозволяє оцінити завантаженість мережі для адекватного вибору параметрів відправки пакетів і повторних передач. У протоколі TCP (Transmission Control Protocol) для оцінки цієї величини використовуються наближені евристичні моделі. Значення коефіцієнтів в цих моделях отримано експериментально для мереж з фіксованою топологією. Тому застосування таких моделей неефективно в мережі з динамічною топологією (бездротовій самоорганізуючої мережі). В роботі представлена модель прогнозування часу очікування підтвердженень, яка заснована на застосуванні теорії нечітких нейронних мереж. Ця модель базується на застосуванні алгоритму нечіткого виводу Сугено нульового порядку. Вхідними величинами нечіткої нейронної мережі є значення часу очікування підтвердженень, які виміряно в поточному і у двох попередніх циклах. Вихідною величиною є значення RTT, яке очікується в наступному циклі. Запропонована модель налаштована та досліджена за допомогою імітаційних експериментів. У цих експериментах моделювалося функціонування бездротової самоорганізуючої мережі, яка застосовується для забезпечення зв'язку при протидії надзвичайних ситуацій на небезпечних об'єктах будівництва.*

**Ключові слова:** *нейро-нечітка модель; інформаційні потоки; передача інформаційних потоків; нечіткі правила; шари нейронів.*

*Polschikov K.A., Igityan, E.V. "Model of neuro-fuzzy prediction of time expectations evidence in wireless ad-hoc networks". While waiting for the confirmation (Round Trip Time, RTT) is an important measure in data networks. Correct prediction of this characteristic allows to evaluate the network load for an adequate choice of the parameters of the send packets and retransmissions. In TCP (Transmission Control Protocol) to evaluate this quantity uses approximate heuristic model. The values of the coefficients in these models are experimentally obtained for networks with fixed topology. Therefore, the use of such models is inefficient in a network with dynamic topology (wireless ad-hoc networks). The paper presents a model for predicting the waiting time of the Acknowledgements is based on application of fuzzy neural networks. This model is based on application of algorithm of fuzzy inference Sugeno zero-order. The input values of fuzzy neural network are the time-out value of the evidence measured in the current and two previous cycles. The output value is the value that RTT is expected in the next cycle. The proposed model is set up and investigated using simulation experiments. In these experiments, it was simulated the functioning of a wireless ad-hoc networks used for communications during the emergency response at hazardous construction sites.*

**Keywords:** *neuro-fuzzy model; information flows; transmission of information flows; fuzzy rules; layers of neurons.*

*Статья поступила в редакцию 06.09.2016  
Рекомендована к публикации д-ром техн. наук И.С. Константиновым*

## Анализ свойств одного фрактального отображения

Андрюхин А.И.

Донецкий национальный технический университет

alexandruckin@gamber.ru

*Андрюхин А.И. «Анализ свойств одного фрактального отображения». Показана связь современных фрактальных исследований и результатов Пуанкаре по качественному исследованию систем. Представлены визуализации комплексных решений базового уравнения колебательной динамики систем. Визуализации были получены с использованием современного пакета Вольфрам Математика 11.0. Изучены свойства отображения  $e^{iz}$ . Показано, что разность между реальными частями соседних решений уравнения  $e^{iz}=z$  стремится к  $2\pi$  при увеличении  $z$ . Также показано, что значение коэффициента при мнимой части меньше нуля, исключая  $z0$ . Построено трансцендентное уравнение, которое позволяет легко находить неподвижные точки этого отображения на компьютере. Показано, что отображение имеет одно устойчивое и бесконечное число неустойчивых положений равновесия, существует бесконечное число отталкивающих 2-периодических циклов. Построены примеры периодических циклов длиной 2, 3, 4, 5. Визуализируются множества Жюлиа для различных гиперболических изображений. Последние являются асимптотическими разложениями  $e^{iz}$ .*

**Ключевые слова:** колебания, Пуанкаре, голоморфная динамика, фрактал, гиперболическое отображение

### Введение

Общеизвестно влияние результатов А. Пуанкаре по качественному исследованию систем. В частности они послужили толчком для работ Ляпунова по устойчивости систем и, следовательно, на развитие общей теории управления, теории автоматического управления, теории систем и т.д.

С 1880 г. начался цикл работ А. Пуанкаре «О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями» [1–2].

Сложность исследования свойств решения систем, поведение которых определяется достаточно простыми уравнениями, например:

$$\dot{z} = i\omega z + [f(\operatorname{Re} z, -\omega \operatorname{Im} z) - \omega^2 \operatorname{Re} z - E \sin pt] / \omega, \quad (1)$$

можно оценить, рассматривая различные варианты решения уравнения (1), представленные на рисунках 1–4, которые были получены с использованием современного пакета Вольфрам Математика [3].

Существует множество направлений развития идей Пуанкаре. Одним из них является изучение фрактальных свойств эволюции реальных систем и их математических моделей, например, изучение фрактальных свойств времен возвращения Пуанкаре, т.е. моментов времени, когда система почти повторяет свое первоначальное состояние [4].

В работах Фату и Жюлиа была установлена связь голоморфных функций на комплексной плоскости с фрактальными множествами [5]. Использование компьютера

позволило Мандельброту построить известное множество (названное в его честь) [6]. Это множество точек  $\lambda \in \mathbb{C}$ , является ограниченным при стартовой точке  $z = 0$  для итерационного отображения  $F(z) = z^2 + \lambda$ .

Оно явилось образцом для исследования многих других функций, среди которых выделим гиперболические вида  $\lambda e^z$ ,  $\lambda(e^z - 1)/z$ ,  $\lambda \operatorname{sh} z/z$ ,  $\lambda \sin(z)$ ,  $\lambda \cos(z)$ ,  $z$  [7–12].

К этому классу принадлежит и отображение  $e^{iz}$ , свойствами которого мы занимаемся.

Наше отображение является частным случаем  $z_{n+1} = f_\lambda(z_n) = \lambda e^z$  при  $\lambda = i$  и замене  $z \leftrightarrow iz$ . При изучении свойств этого отображения использовался пакет **Wolfram Математика**. Ранее результаты по  $\lambda e^z$  обычно получались для  $\lambda \in \mathbb{R}$ , вследствие чего рассматривались множества Жюлиа, а не множество Мандельброта. При  $\lambda \in \mathbb{C}$  результаты носят общий характер [13]. В работе также рассматривается множество Мандельброта для семейства отображений  $z_{n+1} = f_\lambda(z_n) = \lambda e^z$  при  $\lambda \in \mathbb{C}$ , т.е. одно и то же отображение описывают множества Жюлиа и Мандельброта с различных точек зрения.

Множества Жюлиа для рациональных целых и трансцендентных целых функций обладают различными характеристиками [14]. В частности для гиперболических функций и рассматриваемого отображения множество Жюлиа совпадает с границей точек ухода и имеет структуру букетов Кантора. Это следует из того, что отображение для гиперболических функций не является сжимающим [15].

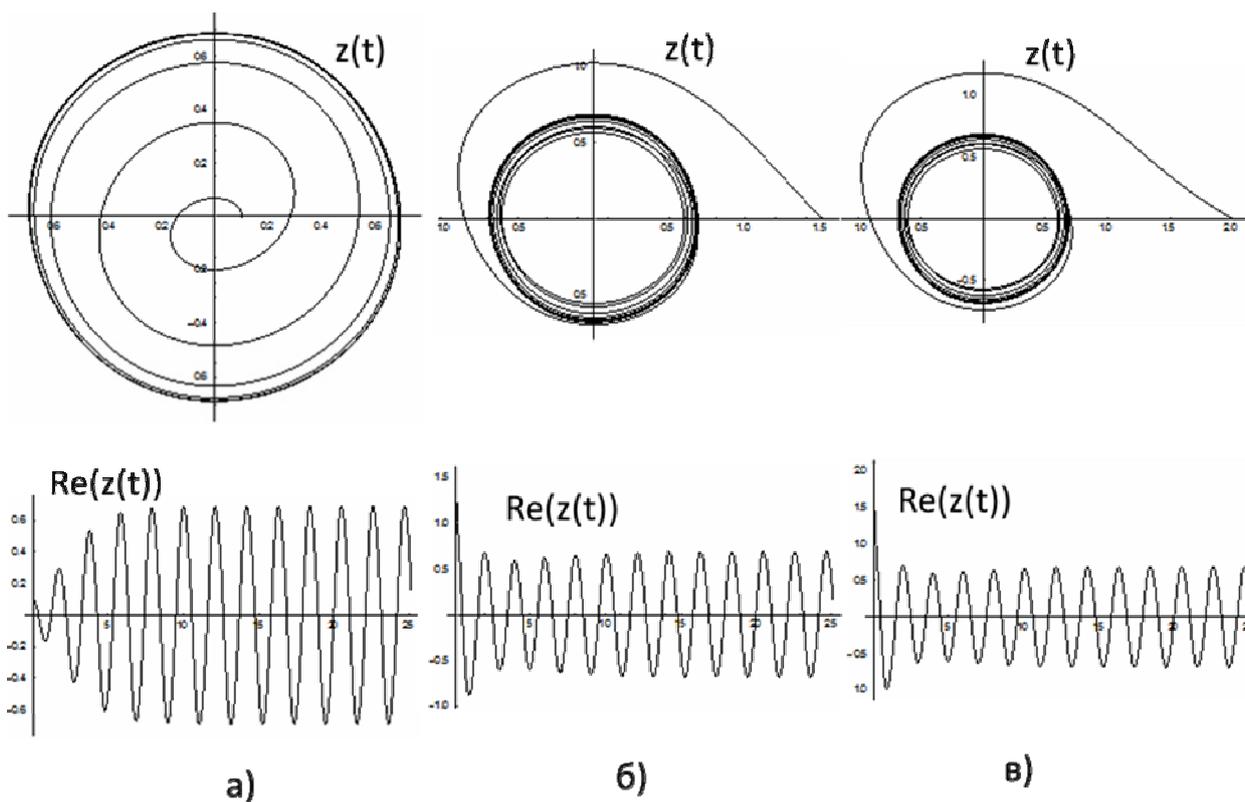


Рисунок 1. — Графики решения уравнения (1),  $p=3$ , а)  $z(0)=0.1$ ; б)  $z(0)=1.5$ ; в)  $z(0)=2$

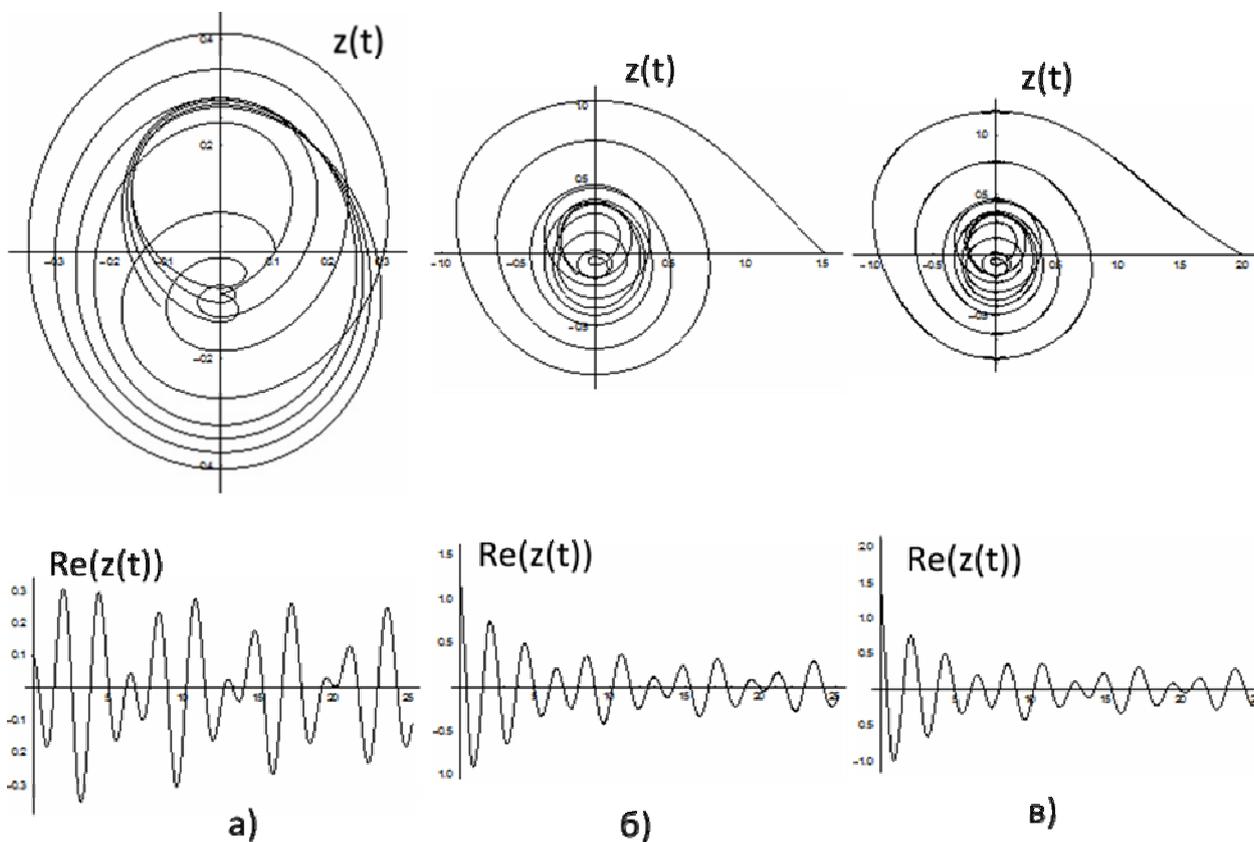


Рисунок 2. — Графики решения уравнения (1),  $p=2$ , а)  $z(0)=0,1$ ; б)  $z(0)=1,5$ ; в)  $z(0)=2$

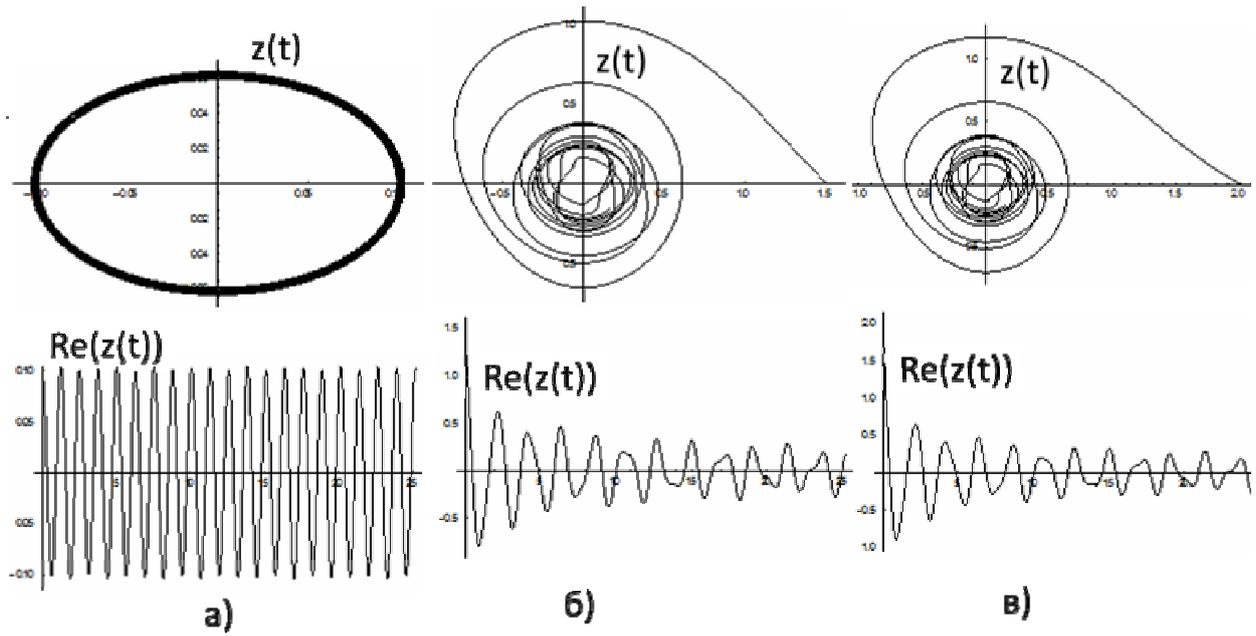


Рисунок 3. — Графики решения уравнения (1),  $p=5$ , а)  $z(0)=0,1$ ; б)  $z(0)=1,5$ ; в)  $z(0)=2$

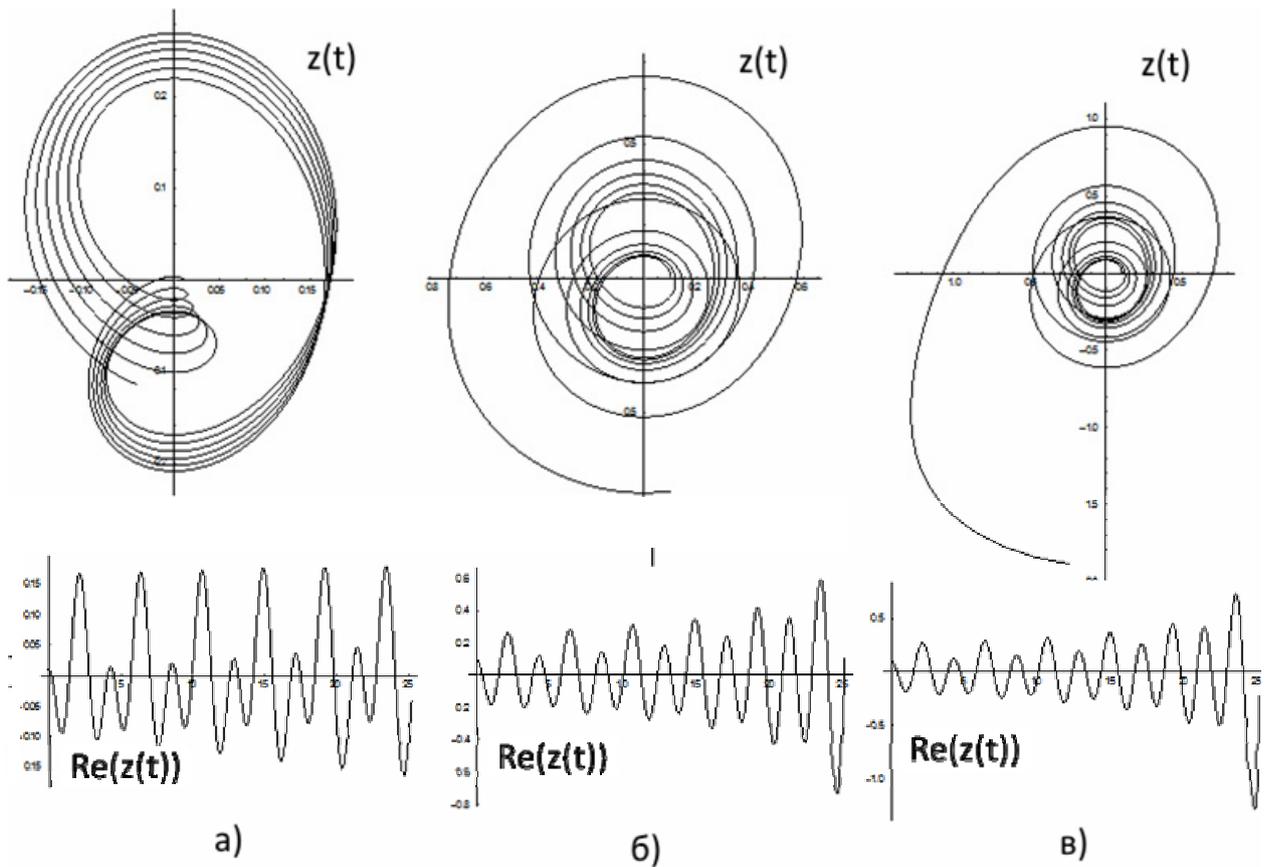


Рисунок 4. — Графики решения уравнения (1),  $p=1,5$ , а)  $z(0)=0,01$ ; б)  $z(0)=0,1$ ; в)  $z(0)=0,105$

Напомним, что «точка принадлежит множеству Жюлиа тогда и только тогда, когда динамика в окрестности этой точки демонстрирует чувствительную зависимость от изменений начальных данных, то есть близкие начальные данные порождают совсем другой характер поведения траектории после большого (а иногда и не очень большого) числа итераций» [5].

**Свойства отображения  $F(z) = e^{iz}$**

Свойство 1. Отображение  $F(z) = \exp(iz)$  имеет, по крайней мере, одну устойчивую

неподвижную точку  $z^0 = 0,5764 + 0,3746i$ .

Свойство 2. Отображение  $F(z) = \exp(iz)$  имеет бесконечно много неподвижных неустойчивых точек.

Справедливость этих свойств, полагая  $z = a+bi$ , следует из следующих положений.

Из  $e^{iz}=z$  можем получить систему трансцендентных уравнений  $b=Ln(\cos(a)/a)$  и  $b=aTg(a)$ .

На рисунке 5 представлены графики этих периодических функций и можно непосредственно сразу утверждать:

- а) решений бесконечно много;
- б) разность между реальными частями решений уравнения  $e^{iz}=z$  стремится к  $2\pi$  при увеличении  $a$ ;
- в) значение коэффициента при мнимой части  $b$  меньше нуля, исключая  $z^0$ .

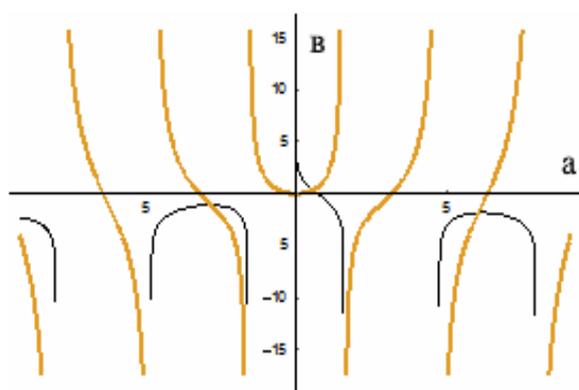


Рисунок 5. – Графики функций  $b=Ln(\cos(a)/a)$  и  $b=aTg(a)$

Конкретные значения решений уравнения  $e^{iz}=z$  с учетом  $e^{2\pi i}=1$  можем определять при  $K = -1, 0, +1, \dots$  из трансцендентного уравнения:

$$Ln(\cos(a)/(a-2\pi K)) - (a-2\pi K)Tg(a) = 0.$$

На рисунке 6 представлены эти первые решения на комплексной плоскости.

На рисунке 7 представлены значения первых решений этого уравнения.

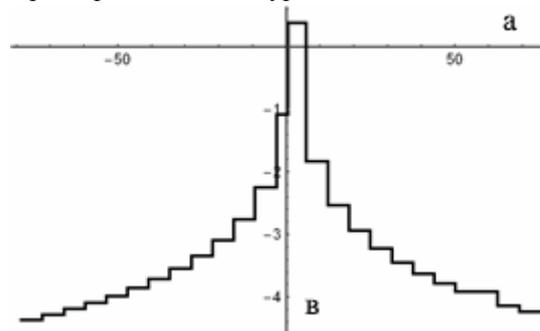


Рисунок 6. – Первые решения уравнения  $e^{iz}=z$

N	A	B	Exp(I(A+BI))
1	-78.4843	-4.36444	-78.4843 - 4.36444 i
2	-72.1974	-4.28116	-72.1974 - 4.28116 i
3	-65.91	-4.19031	-65.91 - 4.19031 i
4	-59.6218	-4.09037	-59.6218 - 4.09037 i
5	-53.3326	-3.97932	-53.3326 - 3.97932 i
6	-47.0421	-3.85439	-47.0421 - 3.85439 i
7	-40.7499	-3.71158	-40.7499 - 3.71158 i
8	-34.455	-3.54492	-34.455 - 3.54492 i
9	-28.1561	-3.34477	-28.1561 - 3.34477 i
10	-21.8505	-3.09415	-21.8505 - 3.09415 i
11	-15.5322	-2.75844	-15.5322 - 2.75844 i
12	-9.18489	-2.24661	-9.18489 - 2.24661 i
13	-2.76636	-1.08965	-2.76636 - 1.08965 i
14	0.576413	0.374699	0.576413 + 0.374699 i
15	5.98583	-1.83427	5.98583 - 1.83427 i
16	12.3641	-2.53539	12.3641 - 2.53539 i
17	18.6935	-2.9404	18.6935 - 2.9404 i
18	25.0044	-3.22731	25.0044 - 3.22731 i
19	31.3062	-3.44985	31.3062 - 3.44985 i
20	37.6028	-3.63172	37.6028 - 3.63172 i
21	43.8963	-3.78553	43.8963 - 3.78553 i
22	50.1876	-3.91881	50.1876 - 3.91881 i
23	62.766	-4.14159	62.766 - 4.14159 i
24	69.0538	-4.23676	69.0538 - 4.23676 i

Рисунок 7. – Первые 24 Решения уравнения  $\exp(I \cdot Z)=Z, Z=A+BI$

Голоморфная функция является целой функцией, если она определена на всей комплексной плоскости. Известно, что любая целая функция, не равная константе, принимает все значения, кроме, может быть, одного. Поэтому отображение  $e^{iz}$  обладает этим свойством.

Легко показать, что на бесконечности функция  $e^{iz}$  имеет порядок 1.

Отображение  $e^{iz}$  принадлежит классу Шпайзера, как функция, которая не имеет критических точек (сингулярностей).

Доказана теорема, что рациональные отображения не могут иметь блуждающего домена, но для трансцендентных отображений известны контрпримеры (под блуждающими точками понимаются точки, в которые траектория не возвращается).

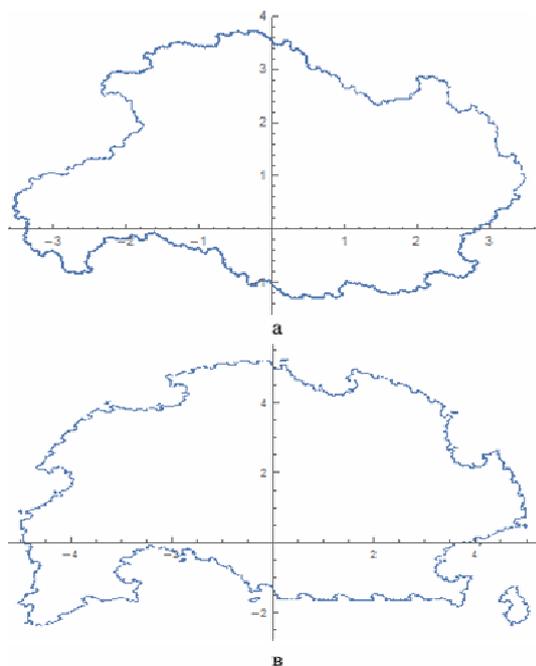
Свойство 3. Отображение  $F(z)=\exp(iz)$  имеет бесконечное число периодических циклов длиной  $n=2$ . Эти циклы являются отталкивающими [16].

Для  $n>2$  известна теорема для целых функций, гарантирующая существование циклов и их отталкивающий характер.

Теорема 1.21 (Периодические точки почти всех периодов). Каждая целая функция имеет отталкивающие периодические точки всех периодов, кроме, возможно, периода  $n=1$  [15].

Примером целой функции без периодических точек периода 1 является  $e^z + z$ .

Более полное изложение и история теоремы 1.21 представлено в [15].



Определим функции

$$fa(a,b)=e^{-b}\cos(a), \quad fb(a,b)=e^{-b}\sin(a).$$

Тогда задача определения периодических циклов длины  $n$  для отображения  $e^{iz}$  сводится к решению системы трансцендентных уравнений  $(a_0=a_n, b_0=b_n)$ .

$$a_{i+1}=fa(a_i, b_i), \quad b_{i+1}=fb(a_i, b_i) \quad \text{при } i=0, n-1.$$

В таблице 1 представлены найденные периодические циклы для начальных точек  $z=A+Bi$  для периодов длины  $n=2, 3, 4, 5$ .

Таблица 1. – Периодические циклы

n	A	B
2	-0,048833	-3,16017
3	-0,165067	-1,19233
4	-0,09315	-1,5417
	-0,04168	-2,3877
5	-0,04739	-1,5258

На рисунке 8 представлены множества Жюлиа при приближении функции  $e^{iz}$  полиномами степени  $n$ .

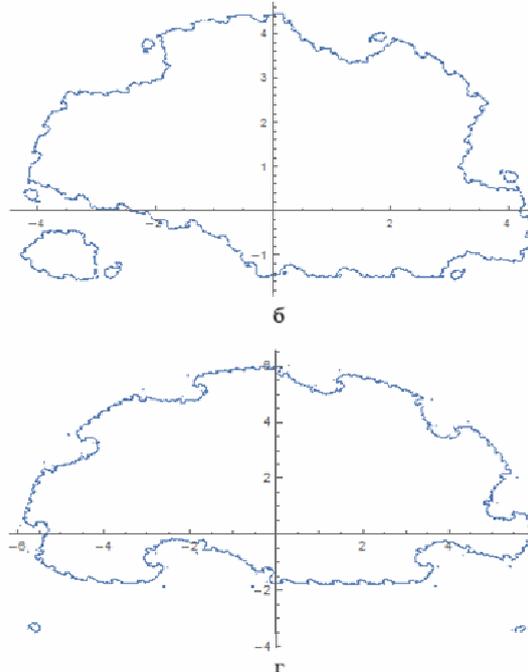


Рисунок 8. – Множества Жюлиа при приближении  $e^{iz}$  полиномами степени  $n$ : а)  $n=4$ ; б)  $n=6$  в)  $n=8$  г)  $n=10$

### Выводы

Необходимо отметить, что основная часть изложенных результатов получена на компьютере и относится, по образному выражению С. Вольфрама, к «экспериментальной математике». Если основной работой математика или сущностью математики считать формулировку и доказательство теорем, то в отличие от этой деятельности выражение «экспериментальная математика» выглядит, по крайней мере, странным.

Но аргументы Херша о гуманистической философии математики становятся еще более убедительными в современном окружении [17].

1. Математика – это человек. Она является частью культуры человечества. Это не соответствует концепции Фреге абстрактной, вневременной (или безвременной), объективной реальности.

2. Математическое знание ошибочно. Как в науке, математика может продвигаться, делая ошибки, а затем исправляя или даже корректируя их. Эти свойства математики блестяще доказываются в «Доказательствах и опровержениях» Лакатоса.

3. Существуют разные нормы строгости доказательств. Нормы строгости варьируются в зависимости от времени, места и других факторов. Использование компьютерных доказательств, примером которых служит компьютерное доказательство четырехцветной теоремы о 4 красках, является лишь одним из примеров появления нетрадиционного стандарта строгости.

4. Эмпирические данные, численные эксперименты и вероятностные доказательства могут помочь нам решить, чему верить в математике. Аристотелевская логика не обязательно всегда является лучшим способом решения.

5. Математические объекты являются особым разнообразием социально-культурно-исторического объекта. Вопреки утверждениям некоторых постмодернистских хулителей математика не может быть отброшена как новая форма литературы или религии. Многие математические объекты можно рассматривать как общие идеи, такие как «Моби Дик» в литературе или «Непорочное зачатие в религии».

В любом случае математика является и останется уникальным человеческим начинанием.

Социальный конструктивистский тезис состоит в том, что математика – это социальное строительство, культурный продукт, ошибочный, как любая другая отрасль знаний.

В данной работе, которая относится к области нелинейной динамики и фракталов, компьютер играл центральную роль, помог определить некоторые объекты и более ясно и конкретно задать относящиеся к ним вопросы.

### Список литературы

1. Пуанкаре А. Избранные труды в 3 томах. Том III. Математика. Теоретическая физика. Анализ математических и естественно-научных работ Анри Пуанкаре. – М.: Наука, 1974. – 772 с.
2. Пуанкаре А. О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями. – М.-Л.: ГИТ-ТЛ, 1947. – 392 с.
3. Филер З.Е., Андрюхин А.И. Компьютерное исследование и визуализация колебательной динамики систем в комплексной форме // Информатика и кибернетика. 2016, №4(6). – С. 98–108. URL: [http://www.infcyb.donntu.org/A\\_6\\_11.pdf](http://www.infcyb.donntu.org/A_6_11.pdf) (31.07.16).
4. Афраймович В., Угальде Э., Уриас Х. Фрактальные размерности для времен возвращения Пуанкаре. – М.–Ижевск: ИКИ, 2011. – 296 с.
5. Милнор Дж. Голоморфная динамика. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. – 320 с.
6. Mandelbrot B.B. Fractals: Form, chance, and dimension. San Francisco, Calif.: Freeman, 1977, 365 p.
7. Alexander D., Devaney R.L. A century of complex dynamics // A century of advancing

mathematics / S.F. Kennedy, D.J. Albers, G.L. Alexanderson, D.Dumbaugh, F.A.Farris, D.B.Hausperger, and P.Zorn (eds.). Washington, D.C.: Math. Assoc. America, 2015: 15–34.

8. Devaney R.L. ez: Dynamics and bifurcation // Internat. J. Bifur. Chaos Appl. Sci. Engrg., 1991, vol. 1, no.2: 287–308.
9. Devaney R.L. Cantor bouquets, explosions, and Knaster continua: Dynamics of complex exponentials // Publ. Mat., 1999, vol. 43, no.1: 27–54.
10. Kapoor G.P., Guru Prem Prasad M. Chaotic burst in the dynamics of a class of noncritically finite entire functions // Internat. J. Bifur. Chaos Appl. Sci. Engrg., 1999, vol. 9, no.6: 1137–1151.
11. Kapoor G.P., Guru Prem Prasad M. Dynamics of  $(ez - 1)/z$ : The Julia set and bifurcation // Ergodic Theory Dynam. Systems, 1998, vol. 18, no.6: 1363–1383.
12. Guru Prem Prasad M. Chaotic burst in the dynamics of  $f_\lambda(z) = \lambda \sinh(z)/z$  // Regul. Chaotic Dyn, 2005, vol.10, no.1: 71–80.
13. Urbanski M., Zdunik A. Real analyticity of Hausdorff dimension of finer Julia sets of exponential family // Ergodic Theory Dynam. Systems, 2004, vol.24, no.1: 279–315.
14. Moreno Rocha M. On indecomposable subsets of the Julia set for unstable exponentials: PhD dissertation. Boston, Boston Univ., 2002, 79 p.
15. Schleicher D. Dynamics of entire functions // Holomorphic dynamical systems: Lectures given at the C.I.M.E. Summer School (Cetraro, Italy, July 7–12, 2008) / G.Gentili, J.Guenot, and G.Patrizio (eds). (Lecture Notes in Mathematics 1998). Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2010: 295–339.
16. Матюшкин И.В. О некоторых свойствах отображения  $\exp(iz)$  // Нелинейная динамика. 2016. Т. 12. №1. – С. 3–15.
17. David H. Bailey, Jonathan M. Borwein, Neil J. Calkin, Roland Girgensohn, D. Russell Luke, Victor H. Moll. Experimental Mathematics in Action. A K Peters, 2007, 348 p.

### References (transliteration)

1. Puankare A. Izbrannye trudy v 3 tomah. Tom III. Matematika. Teoreticheskaja fizika. Analiz matematicheskikh i estestvenno-nauchnykh rabot Anri Puankare [Mathematics. Theoretical physics. Analysis of mathematical and natural-scientific works by Henri Poincare]. Moscow, Nauka. 1974, 772 p.
2. Puankare A. O krivykh, opredeljaemykh differencial'nymi uravnenijami [On curves defined by differential equations]. Moscow-Leningrad, GIT-TL, 1947, 392 p.
3. Filer Z.E., Andruhin A.I. Komp'juternoe issledovanie i vizualizacija kolebatel'noj dinamiki sistem v kompleksnoj forme [Computer investigation and visualization of vibrational dynamics of systems in complex form] // Informatika i kibernetika. 2016, no. 4(6): 98–108. Available at: [http://www.infcyb.donntu.org/A\\_6\\_11.pdf](http://www.infcyb.donntu.org/A_6_11.pdf) (accessed July 31, 2016).

4. Afrajmovich V., Ugal'de J, Urias H. Fraktal'nye razmernosti dlja vremen vozvrashhenija Puankare [Fractal dimensions for Poincaré return times]. Moscow–Izhevsk, IKI, 2011, 296 p.
5. Milnor Dzh. Golomorfnaia dinamika [Holomorphic dynamics]. Izhevsk: NIC “Reguljarnaja i haoticheskaia dinamika”, 2000, 320 p.
6. Mandelbrot B.B. Fractals: Form, chance, and dimension. San Francisco, Calif.: Freeman, 1977, 365 p.
7. Alexander D., Devaney R.L. A century of complex dynamics // A century of advancing mathematics / S.F. Kennedy, D.J. Albers, G.L. Alexanderson, D.Dumbaugh, F.A.Farris, D.B.Haunsperger, and P.Zorn (eds.). Washington, D.C.: Math. Assoc. America, 2015: 15–34.
8. Devaney R.L. ez: Dynamics and bifurcation // Internat. J. Bifur. Chaos Appl. Sci. Engrg., 1991, vol. 1, no.2: 287–308.
9. Devaney R.L. Cantor bouquets, explosions, and Knaster continua: Dynamics of complex exponentials // Publ. Mat., 1999, vol. 43, no.1: 27–54.
10. Kapoor G.P., Guru Prem Prasad M. Chaotic burst in the dynamics of a class of noncritically finite entire functions // Internat. J. Bifur. Chaos Appl. Sci. Engrg., 1999, vol. 9, no.6: 1137–1151.
11. Kapoor G.P., Guru Prem Prasad M. Dynamics of  $(ez - 1)/z$ : The Julia set and bifurcation // Ergodic Theory Dynam. Systems, 1998, vol. 18, no.6: 1363–1383.
12. Guru Prem Prasad M. Chaotic burst in the dynamics of  $f(z)=\lambda \sinh(z)/z$  // Regul. Chaotic Dyn., 2005, vol.10, no.1: 71–80.
13. Urbański M., Zdunik A. Real analyticity of Hausdorff dimension of finer Julia sets of exponential family // Ergodic Theory Dynam. Systems, 2004, vol.24, no.1: 279–315.
14. Moreno Rocha M. On indecomposable subsets of the Julia set for unstable exponentials: PhD dissertation. Boston, Boston Univ., 2002, 79 p.
15. Schleicher D. Dynamics of entire functions // Holomorphic dynamical systems: Lectures given at the C.I.M.E. Summer School (Cetraro, Italy, July 7–12, 2008) / G.Gentili, J.Guenot, and G.Patrizio (eds). (Lecture Notes in Mathematics 1998). Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2010: 295–339.
16. Matjushkin I.V. O nekotoryh svojstvah otobrazhenija  $\exp(iz)$  [On some properties of the mapping  $\exp(iz)$ ] // Nelinejnaja dinamika. 2016. Vol. 12. no.1: 3–15.
17. David H. Bailey, Jonathan M. Borwein, Neil J. Calkin, Roland Girgensohn, D. Russell Luke, Victor H. Moll. Experimental Mathematics in Action. A K Peters, 2007, 348 p.

**Андрюхін О.І.** «Аналіз властивостей одного фрактального відображення». Показано зв'язок сучасних фрактальних досліджень і результатів Пуанкаре за якісним дослідженням систем. Представлені візуалізації комплексних рішень базового рівняння коливальної динаміки систем. Візуалізації були отримані з використанням сучасного пакету Вольфрам Математика 11.0. Вивчено властивості відображення  $e^z$ . Показано, що різниця між реальними частинами сусідніх рішень рівняння  $e^z = z$  прагне до  $2\pi$  при збільшенні  $z$ . Також показано, що значення коефіцієнта при уявній частині менше нуля, виключаючи  $z=0$ . Побудовано трансцендентне рівняння, яке дозволяє легко знаходити нерухомі точки цього відображення на комп'ютері. Показано, що відображення має один стійкий та нескінченне число нестійких положень рівноваги, існує нескінченне число відразливих 2-періодичних циклів. Побудовано приклади періодичних циклів довжиною 2, 3, 4, 5. Візуалізуються множини Жюліа для різних гіперболічних зображень. Останні є асимптотичними розкладами  $e^z$ .

**Ключові слова:** коливання, Пуанкаре, голоморфна динаміка, фрактал, гіперболічне відображення.

**Andruchhin A.I.** “Analysis of the properties of a single fractal map”. The connection of modern fractal studies and the results of Poincaré on qualitative research of systems is shown. The visualizations of complex solutions of the basic equation of oscillatory dynamics of systems are presented. Visualizations were obtained using the modern package Wolfram Mathematics 11.0. The properties of the mapping  $e^z$  are studied. The results obtained in the work are of a constructive nature. Basically they are the fruits of computer experiments. It is shown that the difference between the real parts of the neighboring solutions of the equation  $e^z = z$  tends to  $2\pi$  as  $z$  increases. It is also shown that the coefficient value for the imaginary part is less than zero, excluding  $z=0$ . A transcendental equation is constructed which makes it easy to find fixed points of this map on a computer. Specific values of the solutions of the equation  $e^z = z$  with allowance for  $e^{2\pi i} = 1$  can be determined from  $K = \dots 1.0, +1, ..$  from the transcendental equation  $\text{Ln}(\cos(a) / (a - 2\pi K) - (a - 2\pi K) \text{tg}(a)) = 0$ . The values of the first solutions of this equation are presented. Also these first solutions are presented in the complex area. It is shown that the map has one stable and infinite number of unstable equilibrium positions, there are an infinite number of repelling 2-periodic cycles. The problem of determining periodic cycles of length  $n$  for the map  $e^z$  reduces to solving a system of transcendental equations  $(a_0 = a_n, b_0 = b_n), a_{i+1} = fa(a_i, b_i), b_{i+1} = fb(a_i, b_i)$  for  $i = 0, n-1$ . Examples of periodic cycles of length 2,3,4,5 are constructed. The Julia sets for various hyperbolic images are visualized. The latter are asymptotic expansions of  $e^z$ .

**Keywords:** oscillations, Poincaré, holomorphic dynamics, fractal, hyperbolic mapping.

Статья поступила в редакцию 10.09.2016  
Рекомендована к публикации д-ром физ.-мат. наук А.В. Глушаком

## Strategic forecasting of the level of Russian regions and cities development

Zviagintseva A.V., Averin G.V., Shevtsova M.V.

anna\_zv@ukr.net, averin.gennadiy@gmail.com, shevtsova@bsu.edu.ru

*Zviagintseva A.V., Averin G.V., Shevtsova M.V. "Strategic forecasting of the level of Russian regions and cities development". It is shown that in the area of strategic planning of social and economic systems development there are several actual problems in which it is possible to distinguish: a complex assessment and comparison of objects among themselves on sets of indicators and forecasting of a conditions and tendencies of evolutionary objects' development proceeding from the existing conditions. Solving of these problems is possible on the basis of determination of event probabilities reflecting regional and territorial development processes. The technique of an complex systems' event assessment is offered in relation to the statistical information presented in the form of temporal databases. The main research hypothesis is connected with an opportunity of creation for such data arrays the phenomenological models differing in multidimensional field representation of space of one class objects' states, and also in existence of distributions of characteristic events probabilities. The complex assessments of human development in Russian regions and forecasting of some social and economic indexes of the cities in the Russian Federation are executed on the example of the available statistical data. The offered technique doesn't use expert methods of the information analysis and is based on an opportunity of creation the phenomenological models characterizing a condition and development of forecasting subjects.*

**Keywords:** *strategic forecasting and complex assessment, phenomenological models, analysis of a condition and development of Russian regions and cities*

### Introduction

In many countries at the conceptual level it is accepted that strategic planning and national security are inseparably linked among themselves, and these components of state policy have to be directed to achievement of long-term goals which would define the worthy place of the country in the 21st century's world. Realization of such policy isn't conceivable without effective system of strategic forecasting and a complex assessment of the countries and regions development. In this area important scientific result is elaboration of new strategic forecasting methods and a complex assessment of the regions and cities development using statistical data [1 – 5].

In globalistics and regionalistics strategic forecasting usually means a process of elaboration the empirically or theoretically reasonable forecasts about forecasting subjects' condition in the future and possible ways and terms of achievement the goals by these objects. At the same time strategic forecasting performs two important functions connected with the descriptive and predictive characteristic of forecasting subjects. In turn, the content of strategic forecasting is elaboration of long-term and medium-term forecasts for certain aspects of the countries, regions and cities development.

In this area there are several actual problems in which it is possible to distinguish the following: a complex assessment and comparison of objects among themselves on sets of indicators; forecasting

of a condition and tendencies of evolutionary objects' development proceeding from the developed conditions.

Nowadays strategic forecasting and a complex assessment in the basic methodology lean mainly on expert methods which are everywhere used for political, economic, prospecting and military purposes. Any expert estimates by the nature are subjective, its reliability depends on the level of the expert's strategic thinking and the expert's intuitive opportunities at an assessment of situation's development. The law "About Strategic Planning in the Russian Federation" is based on the fundamental provision about interrelation of sustainable development of the country and ensuring national security. One of the main objectives of this law is improvement of quality of forecasts and complex assessments at planning development of the country and its regions and territories [1]. Therefore, creation of new methods of the analysis of complex social and economic objects' development, and also their objective ranging for a number of indicators can contribute to the solving of the problem of authentic forecasts elaboration for the medium and long-term outlook.

This scientific direction in applied aspect is closely connected with a concept of so-called "rating wars". New methods of a complex assessment will allow to make the objective ratings of objects' development on a number of indicators. It will give the chance to exclude subjective approaches at forming ratings and to neutralize partially the negative consequences caused by

them. It can be done by creation the alternative systems of an assessment of public objects' development in the most various aspects. This necessity is caused by the fact that many countries need more objectivity in assessing of the international organizations and agencies.

Reliable forecasts demand using the extensive arrays of quantitative and qualitative information. The condition and development of any society is characterized by a number of indicators and among them the most significant are ecological, economic and social factors. It is known that various statistical information, generalizing hundreds of indicators, which change [6] eventually, is used for the analysis of development of large territorial formations. The assessment of the regions' and cities' condition and development on the basis of statistical information is practically carried out in all countries as it allows to predict key processes of society changing. Basis of the analysis is the principle that it is easier to reveal and prevent negative consequences for the population and the surrounding environment at a decision-making stage by the preliminary strategic assessment than to find them and to correct at an implementation stage.

Methods and means of strategic forecasting are extremely various. However widely known expert methods usually underlie an assessment of the regional systems' condition and development [2 – 5, 7 – 9]. At the same time the question of informational content of indicators and also their communications among themselves at the description of system developments remains open. For example, the principle of indicators' additivity taking into account scales of indicators, accepted in the analysis of sustainable development of the countries, regions and territories, not always yields objective result and is poorly reasonable theoretically.

Modern techniques of an assessment of human development, wellbeing of society, ecological trace, level of corruption or globalization, etc. can use a set of indicators which are usually packed in several groups. On the basis of basic data indexes which characterize objects in the course of the development are estimated.

It should be noted that today there is no theory which would describe social and economic and ecological development of the cities, regions and countries proceeding by the application of objective natural-science methods. Creation of the such theories is an actual problem of modern globalistics and regionalistics. Also such theories, most likely, will be based on probabilistic approaches of data analysis.

The purpose of this work is the complex assessment and forecasting of a state of Russian regions and cities on the basis of determination of

event probabilities reflecting regional and territorial development processes.

Application of the probabilistic methods in sciences about society is of great importance for an objective assessment of complex social and economic processes.

### ***Human potential development in the Russian Federation***

The Russian office of the Program of development of the UN (PROON) periodically submits Reports on human development in the Russian Federation. The last Report [8] which appeared in 2013 is continuation of the previous national reports [10] prepared by the Russian experts. By results of the last research the Moscow City is recognized as the most safe region in Russia. Five the most safe regions had included also St. Petersburg City, the Tyumen, Sakhalin and Belgorod regions.

Reports on human development are published at the initiative of PROON in many countries in the world. Usually Reports contain information on the Index of Human Development (IHD).

The concept of human development is introduced into the international political and scientific spheres within preparation of annual global and regional Reports on human development [11]. It is considered that in the modern world quality of human potential designates development of society.

Quantitatively the index of human development is defined respectively by an indicator of the average expected life expectancy at the birth, by the level of literacy of adult population and a share of coverage of the population by primary, secondary and higher education, and also by GDP (Gross Domestic Product) indicator per capita (defined taking into account the parity of purchasing power (PPP) for various countries).

Three key parameters – indicators of life expectancy ( $I_1$ ), education ( $I_2$ ) and GDP ( $I_3$ ) are figured out for receiving IHD. Further the integrated index of human development ( $I$ ) is calculated by a formula:

$$I = \sum_{i=1}^3 \alpha_i \cdot I_i, \quad \alpha_i = 1/3. \quad (1)$$

The indicator of life expectancy is defined as follows:

$$I_1 = \frac{X - X_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}}, \quad (2)$$

where  $X$  – the expected life expectancy on a certain region, here  $X_{\max}$  is accepted equal to 85, and  $X_{\min}$  – 25 (years).

The indicator of education has a look:

$$I_2 = \frac{2}{3} X_1 + \frac{1}{3} X_2, \quad (3)$$

where  $X_1$  – a share of literate adult population (15 years and over, proportion of units);  $X_2$  – a share of students in initial, average and higher educational institutions aged from 5 up to 23 years, proportion of units.

When calculating an indicator of the income (GDP per capita) the logarithms of the income are used:

$$I_3 = \frac{\log(X) - \log(X_{\min})}{\log(X_{\max}) - \log(X_{\min})}, \quad (4)$$

where  $X_{\max} = 40000$  U.S. dollars on PPP, and  $X_{\min} = 100$  U.S. dollars on PPP.

The IHD technique is widely applied at an assessment of human potential of the different countries and regions in the world. Since 2010 calculated dependences (1) – (4) have been a little changed.

In the PROON report of the 2013 [8] on an index of human development of the Russian Federation regions the data, calculated proceeding the results of 2010 according to dependences (1) – (4), are presented. According to the results, in general, on regions of Russia IHD has slightly grown in comparison with previous year. Growth was noted in 71 regions from 80. Most quicker IHD increased in the Sakhalin region and Krasnoyarsk region due to the advancing economic development.

In general, differences of Russian regions according to IHD almost don't change since 2000. It is considered that a little more than 20 per cent of the Russian population live in rather safe regions, about 10 per cent – in regions outsiders, and more than two thirds – in regions with the average level of human development. Results of an assessment of human development of the Russian regions according to the Russian office of PROON [8] are given in table 1.

The given above expert technique is typical in solving the problems of a complex assessment and formation the countries, regions and cities development. When evaluating the objects on the basis of definition of an index (1) the number of various indicators, ways of setting the weight functions, methods of weighing and rationing the sizes, etc. can change. However, the methodology of an expert assessment is applied everywhere.

### **Technique and data**

Recently, the new directions in the area of information predictive systems are being developed in the world. Combination of search engines and bases of statistical data is a perspective way of development of information and analytical systems. Elaboration and providing statistical databases to the public together with the means of the analysis of such data is of great importance as it is the instrument of support of the administrative decisions adoption which are carried out by the power at the state and regional levels. Today it is

already possible to give examples of such information and analytical systems, for example, Web resources [9, 11, 12].

For application of natural-science methods of the statistical information analysis it is necessary to offer approaches which wouldn't use expert methods of an assessment of various information in their basis. Such approaches can be realized on the basis of determination of event probabilities reflecting public object developments. By this reason, the main purpose of this work includes development of new forecasting methods and means of a complex assessment of the countries, regions and cities, statistical information on which can be presented in the form of temporal statistical data arrays. Such data have table structure in the matrix form "objects – indicators", and the set of tables is ordered in time, for example, in years, months etc. Either social and economic parameters (population, indicators of GDP and GNP, a share of urban population, specific consumption of energy, etc.) or characteristic values of social events, for example, infant and child mortality, number of murders and serious crimes, number of tuberculosis diseases, etc. can act as indexes and indicators. We should note in general that the using of any statistical data characterizing social and economic, financial, industrial, scientific and technological, military, resource or cultural potential is possible in assessing the objects' development.

Below we will describe the developed methods of a complex assessment which are based on determination of characteristic event probabilities [13–19].

We will assume that a certain group of the countries, regions or the cities in quantity  $m$  is characterized by  $n$  statistic indexes or indicators  $p_1, p_2, \dots, p_n$ . Then in  $n$ -dimensional space  $H^n$ , where  $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ ,  $p_n \in H^n$ , each studied object will be displayed by a  $n$ -dimensional point. We will define  $H^n$  as a space of observed states of the studied group of objects.

The empirical probability of observation of any simple or complex event, for example, probability of observation of one indicator value (the indicator, event) which isn't from the list  $p_1, p_2, \dots, p_n$  or joint (simultaneous) observation of two and more indicators from the list  $p_1, p_2, \dots, p_n$  can be set to correspondence to each  $n$ -dimensional point  $M_i$  characterizing a certain object ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) in space  $H^n$ .

Such approach allows to look for communications and regularities not between values of indicators, but between probabilities of observation of various events appropriated to the studied statistical data array. In this case the main subject of the modeling, that is the state of the objects (countries, regions, cities) is characterized by multidimensional empirical distribution.

The first requirement for this is the quantitative definiteness of an object connected with its properties which is expressed by the values of indicators  $p_1, p_2, \dots, p_n$ . The second requirement for the characteristic of a state is qualitative definiteness of an object which is reflected in a set of observed events and their characteristic random variables. It allows to consider hypothetically two values for the characteristic of a condition of objects in each elementary area of space  $H^n$ : statistical probability of the joint events  $w(p_1, p_2, \dots, p_n)$  connected with observation of some set of indicators and a complex index  $T = T(p_1, p_2, \dots, p_n)$  – the scalar value characterizing states of this class of objects and reflecting result of modeling.

Determination of statistical probability of joint events  $W$  is based on an algorithmic assessment of probability in group of all studied objects [13, 14] which is based on the available statistical data. In turn, the complex index  $T$  in the area  $H^n$  is presented in the form of functional dependences on all indicators  $p_1, p_2, \dots, p_n$ .

The main research hypothesis is connected with a possibility of creation for the described above temporal data arrays the phenomenological models which differ by the multidimensional field representation of space of states and by existence of scalar fields of distributions of characteristic event probability as well. For this purpose it is assumed that function of probability  $T = (p_1, p_2, \dots, p_n)$  in space  $H^n$  forms the scalar field. It is also considered that in the area  $H^n$  on the basis of a complex index  $T = (p_1, p_2, \dots, p_n)$  one more scalar field can be constructed which is called the modeling environment. Further, for any process  $l$  near a point  $M$  a relationship of the form  $dw = c_l \cdot dT$  is postulated, where  $c_l$  – quantities which are functions of the process. Values of  $c_l$  can be determined by the available statistical data. Thus, the offered methodology is closely connected with the modeling method accepted in thermodynamics. The contents of this method is in developing the phenomenological models describing behavior of a certain object class with a necessary accuracy [13–19].

This approach allows to formulate the principle of entropy and existence of development potential for the studied class of objects if the hypotheses adopted above are valid [13, 14]. Entropy and potential are curvilinear coordinates in multidimensional space of states  $H^n$ . Nonlinear transformation of coordinates concerning these functions allows to transform initial probabilistic space into a linear space in which functions of a

state as coordinates have additivity property. All this gives the chance to estimate objectively the status of an object in a hierarchical set of one class objects and to carry out its multiple parameter ranging.

Entropy and potential are status functions when the scalar field of statistical probability  $w$  exists. Their changing depends only on the initial and final states of the object in the course of its development and doesn't depend on a way of its transition between these states.

Distinctive feature of approach is that initial hypotheses can be accepted or rejected on the basis of processing of the available statistical data.

This technique can be used for solving of problems of a complex assessment of objects' development, and also for forecasting of their evolutionary development. Let's demonstrate on an example how this technique can be applied at an assessment of human development of the Russian regions. The assessment will be conducted for four selected indicators of society development. On the basis of variables  $p_1, p_2, p_3, p_4$  we will form four-dimensional space of states  $H^4$ . In this space possible states of the studied objects (the Russian regions) theoretically generate the area covering all observed points  $M_i$ . We will assume a continuity of the states in multidimensional area  $H^4$ . This means that in space  $H^4$  there is an infinite set of states for some population of objects (regions). And the points of states  $M$  continuously fill this space. Also we will consider that the skilled points  $M_i$  from the database are limited selection of observations from this population.

Let's consider a complex joint event of simultaneous observation of four selected above indicators. Let's define also that the state of each region can be estimated by this observed event. We will find statistical probability of this event on the basis of skilled data which are available in the database [8, 10] using the algorithms of search, group and calculation of frequencies of favorable events [13, 14]. We consider this statistical probability as probability of the studied system state. This statistical probability is counted up for all groups of objects (on 80 Russian regions).

We will assume that in the area  $H^n$  it is possible to set an index in the form of function  $T$ . On its basis the mathematical model of space of states will be formed.

When the accepted hypotheses are fulfilled phenomenological descriptions of the data submitted by temporal information arrays are closely connected with Pfaff equations in the form [13, 14]:

$$dw = c_1 \cdot \frac{\partial T}{\partial p_1} dp_1 + \dots + c_4 \cdot \frac{\partial T}{\partial p_4} dp_4. \quad (5)$$

Introduction of the function  $T$  is necessary for creating of the theoretical models of the data description (states of regions). The form of Pfaff equation at constants  $c_k$  depends on view of the function  $T$ . As distribution of statistical probability is studied, it is possible to present this function in the form of a measure of relative changes:

$$T = \frac{p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4}{p_{1_0} \cdot p_{2_0} \cdot p_{3_0} \cdot p_{4_0}}, \quad (6)$$

where  $p_{k_0}$  – some basic values of initial indicators.

For the data analysis it is necessary to suggest some reference point  $M_0(p_{1_0}, \dots, p_{4_0})$  and to correlate the states of all other with this point.

In works [13, 14] it is shown that the equation (5) has the integrating factor  $1/T$  which transfers (5) to full differential  $ds = dw/T$ .

From the solution of the equation (5) it is possible to obtain that after integration the full differential of entropy of state  $ds$  will be presented by function of a form [13, 14]:

$$s - s_0 - c_1 \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_{1_0}}\right) + \dots + c_4 \cdot \ln\left(\frac{p_4}{p_{4_0}}\right). \quad (7)$$

Also for this equation in multidimensional space  $H^4$  the general potential of the form  $P(p_1, p_2, p_3, p_4) = C$  exists which represents a surface, orthogonal to lines of entropy:

$$P - P_0 = \frac{p_1^2 - p_{1_0}^2}{c_1 \cdot p_{1_0}^2} + \dots + \frac{p_4^2 - p_{4_0}^2}{c_4 \cdot p_{4_0}^2}. \quad (8)$$

Potential  $P$  can be accepted as the generalized criterion for a complex assessment of a condition of regions in multidimensional space  $H^4$  for the chosen social and economic indexes.

### Assessment of human potential by the offered technique on the example of Russian regions

We'll illustrate the using of this method on the example of elaboration of a technique of an human development assessment. This technique is an alternative to method of calculation of a human development index of the Program of development of the UN [8].

We take the following indicators as attributive variables for calculation of an index: the gross domestic product (GDP) per capita in recalculation at par purchasing power (PPP) in US dollars  $p_1$ ; the expected life expectancy  $p_2$ , years; level of literacy of the population,  $p_3$ , %; share of coverage of the population by primary, secondary and higher education,  $p_4$ , %. For solving of this problem we use databases of Reports of PROON for Russian regions [8, 10].

For detection of nonlinear communications between probability and complex variables (7) we will use probit-analysis method which is widely applied at processing of event probabilities. We will connect algorithmically received probability  $w$  of a joint event of simultaneous indicators' observation with distributions of these values. As a result we will have the following regression dependence of probability on entropy of a objects' condition:

$$\begin{aligned} Prob = -5,766 + s; \quad w = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{Prob} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt; \\ s = 0,618 \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_{1_0}}\right) + 8,968 \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_{2_0}}\right) + \dots \\ \dots + 36,476 \cdot \ln\left(\frac{p_3}{p_{3_0}}\right) + 3,028 \cdot \ln\left(\frac{p_4}{p_{4_0}}\right). \quad (9) \end{aligned}$$

The correlation coefficient of dependence (9) is 0,90, results of data processing are given in figure 1.

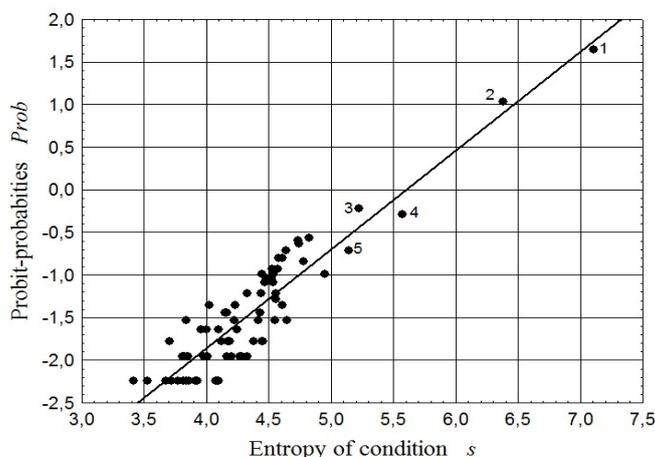


Figure 1. Dependence of statistical probability  $w$  on entropy of the state for joint events of indicators'  $p_1, p_2, p_3, p_4$  observation: 1 – Moscow City; 2 – Saint-Petersburg City; 3 – Republic of Tatarstan; 4 – Tyumen region; 5 – Tomsk Region

Entropy and development potential for each Russian region in 2008 and 2010 have been determined on the basis of the obtained data. This have been received proceeding from a probabilistic assessment of joint events of indicators'  $p_1, p_2, p_3, p_4$  observation. Results of regions' ranging on the level and development rates for this case are given in table 1.

Provided data show that the first five regions having the highest level of development in 2010 are: Tyumen region, Moscow city, Sakhalin region, Chukotka Autonomous District and Republic of Tatarstan. At the same time other regions significantly lag behind the first four regions which potential of development is more than  $P = 150$ . On the average the difference in the level of development potential between the most developed regions and the least ones reaches 70 and more times.

Indicators were chosen the same as in PROON technique. These variables belonged to values  $p_{k_0}$  which correspond to the chosen basic state. As a basic state the minimum indicators of regions' development have been accepted. In particular they are equal to  $p_{1_0} = 2882 \$$ ;  $p_{2_0} = 59,65$  years;  $p_{3_0} = 56,0$  %;  $p_{4_0} = 46,7$  %.

On the rate of development during 2008 – 2010 quickly developing regions are: Sakhalin region, Tyumen region, Chukotka Autonomous District, Krasnoyarsk region and The Sakha (Yakutia) Republic.

Five regions with the lowest development level are: Republic of Ingushetia; Chechen Republic; Kabardino-Balkar Republic; Republic of Tyva; Republic of Kalmykia. The most lagging regions are : Vologda region; Chechen Republic; Karachay-Cherkess Republic; Republic of Ingushetia; Republic of Altai (table 1).

The Moscow City and St. Petersburg City took respectively the 28th and 8th places. During this period the highest development rates exceeded the average development rates of all other regions by 6 – 10 times, if we compare the change in potential  $\Delta P$ , was observed in the Sakhalin and Tyumen regions and Chukotka Autonomous District.

The regions' ratings on the level of development, determined by a method of calculation of an human development index of PROON, differ from the similar ratings, calculated on the basis of this approach (table 1).

### **Forecasting of social and economic indexes of the Russian cities**

Forecasting of the state and development indexes of the countries, regions and cities can be executed on the basis of the offered method. We illustrate it on the example of forecasting of several social and economic indexes of the Russian cities.

For this purpose we will use information of the Federal service of statistics database [20]. A data selection on 63 indicators for 159 Russian cities with the population more than 100 thousand people is made from this database. Selection volume from 2000 for 2015 covered 120 thousand observations.

We will consider a technique of forecasting of indexes of the cities on the example of formation the medium-term forecast for two indicators – the volume of goods and services of industrial production  $p_1$  and retail trade turnover  $p_2$ .

On the basis of the available data the equations of a state of a look (9) for two indicators  $p_1$  and  $p_2$  for each year during 2003 – 2015 were determined. Then, according to the obtained data, values of coefficients  $c_k$  in time for 2020 were predicted :

$$\begin{aligned} Prob &= -4,684 + s; \\ s &= 0,279 \ln \left( \frac{p_1}{p_{1_0}} \right) + 0,526 \ln \left( \frac{p_2}{p_{2_0}} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Indicators for an assessment belonged to minimum values of development indexes of the cities in 2003 and were equal to:  $p_{1_0} = 150$  million rubles;  $p_{2_0} = 117$  million rubles.

For describing of the social and economic environment the quantity of impact  $Q$  is used. It is determined as the product of value  $T$  and entropy changing  $\Delta s$ , i.e.  $\Delta Q = T \cdot \Delta s$ .

When modeling the quantity of impact allows to estimate the level of impact of the social and economic environment on subject of forecasting. It should be noted that this quantity will have the features for each set of social and economic indexes.

The medium-term forecast of development of the Russian cities assumed that objects' development occurs according to characteristic trends of social and economic changes which have took place in 2013 – 2015. When predicting extrapolation of variable  $Q$  for five years ahead was carried out for each city based on the available data of its values during 2003 – 2015 (fig. 2).

In the course of analysis, it is important to be able not only to assess the indicators of the state of objects, but also to determine the changes in these indicators in different scenarios of urban development. In order to describe transitions between various states and to have a possibility of forecasting, we will introduce the value  $c_t$  for observed process. It is equal to the ratio of an increment of quantity of impact  $\Delta Q$  to an increment of a value  $\Delta T$  :

$$c_t = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{Q - Q_*}{T - T_*}; c_t = 0,459 + 0,350 \ln(Q_*), (11)$$

where  $Q, T$  – values of variables for 2015;  
 $Q_*, T_*$  – values of the corresponding variables for previous years. After 2010 this tendency is fair for the overwhelming number of the cities.

Development of 15 cities from 159 isn't described by a tendency (11). The correlation coefficient of the equation (11) is 0,98, results of data processing are given in the figure 3.

Variable  $T$  was predicted for various years for the founded values of the quantity of impact (fig. 2) taking into account (11). At the same time it was supposed that dependence (11) is fair for the period of 2015–2020.

The known values of these variables allow to estimate entropy of the objects' states for 2020. Further by means of the state equation (11) and the expression  $T = p_1 \cdot p_2 / (p_{10} \cdot p_{20})$  the expected values of indicators are found: volume of goods and services of industrial production  $p_1$  and retail trade turnover  $p_2$  .

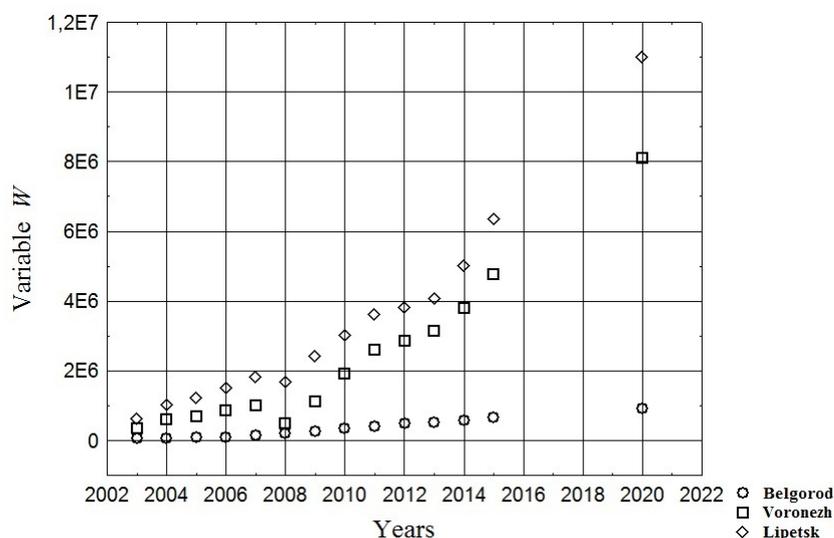


Figure 2. Example of extrapolation of quantity of impact  $Q$  in time for some Russian cities

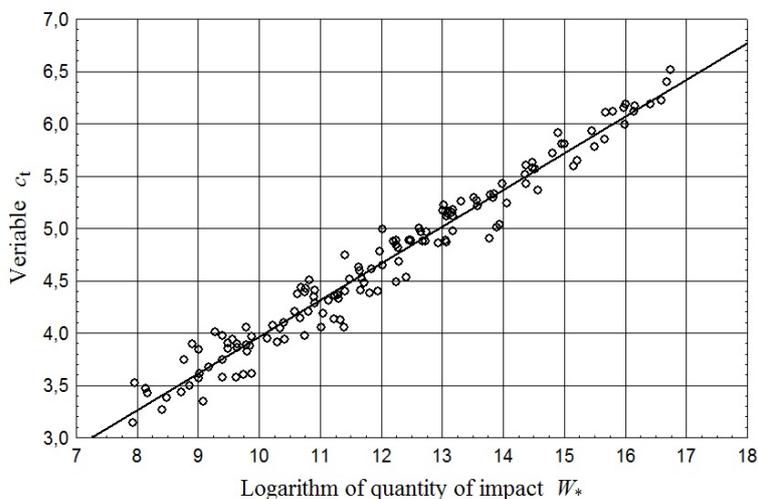


Figure 3. Values of variable  $c_t$  depending on the quantity of impact  $Q_*$

Table 1. Values of potential  $P$ , its changing  $\Delta P$  and the ratings of Russian regions at developments in 2008–2010

Regions of the Russian Federation	Development potential $P$ (2008)	Changing of potential $\Delta P$ (2008–2010)	Ratings of regions according to the offered technique		IHD by PROON technique (2008)	Ratings of regions on IHD (2008)
			level of development (2008)	rate of development (2008–2010)		
1	2	3	4	5	6	7
Moscow City	280,92	18,51	2	28	0,929	1
Tyumen region	475,25	234,01	1	2	0,878	2
St. Petersburg City	69,72	47,13	6	8	0,877	3
Republic of Tatarstan	72,54	36,39	5	11	0,848	4
Belgorod region	51,46	52,34	9	7	0,838	5
Tomsk region	47,22	34,94	14	12	0,834	6
Sakhalin region	165,45	358,49	3	1	0,829	7
Samara region	36,42	12,64	23	40	0,817	8
Sverdlovsk region	39,60	23,15	20	21	0,817	9
Lipetsk region	53,11	6,99	8	65	0,816	10
Krasnoyarsk region	50,25	91,86	10	4	0,816	11
Republic of Komi	59,27	60,05	7	6	0,816	12
Chelyabinsk region	37,26	9,76	22	51	0,816	13
Republic of Bashkortostan	39,70	10,82	19	46	0,815	14
Omsk region	34,78	17,99	24	29	0,815	15
Vologda region	49,35	-3,10	12	80	0,814	16
Novosibirsk region	25,37	10,53	34	48	0,814	17
Orenburg region	48,27	28,85	13	16	0,813	18
The Sakha (Yakutia) Republic	47,03	60,27	15	5	0,813	19
Volgograd region	27,54	7,76	32	59	0,811	20
Arkhangelsk region	39,07	32,07	21	14	0,808	21
Krasnodar region	22,59	16,53	39	30	0,807	22
Moscow region	46,51	11,78	16	44	0,806	23
Yaroslavl region	28,18	12,98	29	39	0,806	24
Udmurt Republic	29,80	14,21	26	36	0,805	25
Perm region	39,88	19,69	18	26	0,802	26
Saratov region	19,04	15,88	41	34	0,801	27
Nizhny Novgorod region	27,64	19,70	31	25	0,801	28
Kursk region	20,53	15,07	40	35	0,801	29
Rostov region	16,21	8,23	48	55	0,801	30
Kemerovo region	49,72	34,22	11	13	0,799	31
Magadan region	27,86	44,84	30	9	0,798	32
Orel region	16,44	10,36	47	49	0,797	33
Astrakhan region	22,78	5,61	38	71	0,797	34
Murmansk region	32,47	25,53	25	18	0,797	35
Chuvash Republic	17,48	4,18	45	74	0,797	36
Voronezh region	14,55	6,25	54	69	0,796	37
Republic of Mordovia	15,32	6,75	50	68	0,794	38
Irkutsk region	29,37	31,02	27	15	0,793	39
Kaliningrad region	26,09	16,46	33	31	0,792	40
Kaluga region	23,61	20,53	36	23	0,791	41
Republic of Northern Osetia	7,79	7,87	70	57	0,791	42
Republic of Dagestan	5,98	6,97	74	66	0,788	43
Republic of Khakasia	18,26	19,30	43	27	0,788	44
Penza region	12,02	6,18	64	70	0,786	45
Ulyanovsk region	14,42	12,24	55	41	0,786	46
Ryazan region	14,56	11,92	53	43	0,785	47
Khabarovsk region	18,61	25,51	42	19	0,785	48

Continuation of table 1

1	2	3	4	5	6	7
Tula region	23,18	7,18	37	63	0,784	49
Tambov region	12,81	8,03	59	56	0,784	50
Republic of Karelia	23,76	16,06	35	32	0,784	51
Karachay-Cherkess Republic	7,09	2,24	71	78	0,783	52
Chukotka Autonomous District	80,45	158,73	4	3	0,783	53
Stavropol region	8,15	4,60	69	73	0,782	54
Leningrad region	46,16	40,84	17	10	0,778	55
Novgorod region	29,03	21,99	28	22	0,778	56
Altai region	12,28	8,91	63	53	0,777	57
Kamchatka region	14,18	19,89	57	24	0,776	58
Kurgan region	12,66	8,58	62	54	0,776	59
Primorsky region	13,55	28,32	58	17	0,775	60
Kostroma region	14,68	10,72	51	47	0,775	61
Smolensk region	15,38	12,02	49	42	0,775	62
Kirov region	11,37	7,59	65	60	0,774	63
Tver region	18,03	11,26	44	45	0,774	64
Republic of Buryatia	14,28	7,35	56	61	0,771	65
Vladimir region	12,77	13,44	60	37	0,770	66
Bryansk region	10,20	7,21	67	62	0,770	67
Kabardino-Balkar Republic	4,04	7,10	78	64	0,769	68
Republic of Mariy-El	10,94	10,29	66	50	0,769	69
Adygeya Republic	6,05	7,78	73	58	0,767	70
Chechen Republic	1,93	0,89	79	79	0,766	71
Amur region	16,54	24,85	46	20	0,765	72
Republic of Kalmykia	4,89	4,02	76	75	0,763	73
Zabaikalsky region	14,63	13,36	52	38	0,762	74
Republic of Ingushetia	0,10	2,96	80	77	0,759	75
Ivanovo region	5,58	4,65	75	72	0,757	76
Pskov region	9,98	9,62	68	52	0,751	77
Jewish Autonomus Republic	12,70	15,90	61	33	0,748	78
Republic of Altai	6,42	3,88	72	76	0,748	79
Republic of Tyva	4,84	6,77	77	67	0,717	80

The analysis of developed model accuracy was based on comparison of the settlement and available statistical data reflecting the state of the Russian cities during the period till 2015. The results of checking the accuracy of forecasting model of social and economic indexes of the cities in 2015 according to previous years showed that the average error of forecasting for volume of goods and services of industrial production was 13,0%, and for retail trade turnover – 9,0%.

The received results have allowed to perform the forecast of social and economic indexes at evolutionary development of the cities for the pre-2020 period. Results of the forecast of these indexes for some Russian cities are given in table 2.

Similar results were also obtained for some other social and economic indexes of the cities.

Table 2. The expected values of indexes  $p_1$  and  $p_2$  in 2020 of the Russian cities

Cities of Russia	Social and economic indexes of cities, million rubles			
	2015		2020	
	$p_1$	$p_2$	$p_1$	$p_2$
Belgorod	61 541	39 758	87 669	51 703
Vladimir	63 481	38 950	110 011	63 787
Voronezh	145 437	104 824	282 140	197 993
Kaluga	195 420	41 237	194 530	57 317
Kursk	68 872	40 535	79 463	60 864
Lipetsk	397 155	51 936	628 648	160 972
Orel	43 281	31 720	104 432	75 277
Ryazan	165 000	57 786	151 608	121 251
Vologda	37 038	32 604	63 032	33 495
Murmansk	57 465	40 579	186 810	161 660
Krasnodar	247 167	153 748	701 747	317 614
Volgograd	374 963	98 748	567 015	137 398
Ufa	476 684	122 901	399 487	165 994
Kazan	258 333	155 715	515 158	343 441
Perm	470 557	95 232	561 589	197 038
Samara	211 923	142 944	496 041	200 617
Saratov	123 201	74 733	352 331	148 780
Tyumen	204 102	101 796	654 436	269 973

$p_1$  – volume of goods and services of industrial production;  $p_2$  – retail trade turnover

## Conclusions

Thus, it is shown that for a sufficient volume of statistical data it is possible to construct phenomenological models for some classes of social and economic systems. The practical experience of application of such models in thermodynamics and physics indicates the great opportunities connected with the description and forecasting of development of different complex systems in natural sciences.

The given practical examples of construction the models for an assessment of a state and development of regions and the cities indicate sufficient theoretical justification of a predictive method.

The offered method is objective and doesn't use expert approaches. It gives a chance to increase efficiency of analytical activity of experts and analysts in the area of regional researches.

## Список литературы

1. Закон РФ «О стратегическом планировании в Российской Федерации» № 172-ФЗ от 28.06.2014.
2. Згуровский М.З. Глобальное моделирование процессов устойчивого развития в контексте качества и безопасности жизни людей (2005 – 2007/2008 годы). К.: Политехника, 2008. – 331 с.
3. Красс М.С. Моделирование эколого-экономических систем. М.: ИНФРА-М, 2010. – 272 с.
4. Прогнозирование будущего. Новая парадигма / Под ред. Фетисова Г.Г. и Бондаренко В.М.. – М.: Экономика, 2008. – 283 с.
5. Яйли Е.А. Научные и прикладные аспекты управления урбанизированными территориями на основе инструмента риска и новых показателей качества окружающей среды / Под ред. Карлина Л.Н. – СПб.: РГГМУ, ВВМ, 2006. – 448 с.
6. База данных показателей муниципальных образований по субъектам Российской Федерации. – Электр. ресурс: офиц. сайт. URL: [http://www.gks.ru/free\\_doc/new\\_site/bd\\_munst/munst.htm](http://www.gks.ru/free_doc/new_site/bd_munst/munst.htm) (23.05.16).
7. Доклад о состоянии окружающей среды в Донецкой области // С. Третьяков, Г. Аверин. Донецк, 2007. – 116 с.
8. Программа развития ООН: Развитие человеческого потенциала в регионах России в 2013 году. – Электр. ресурс. URL: <http://gtmarket.ru/news/2013/06/17/6014> (03.09.16).
9. Открытые данные Всемирного банка. – Электр. ресурс: офиц. сайт. URL: <http://data.worldbank.org/> (04.09.16).
10. Программа развития ООН: Развитие человеческого потенциала в регионах России в 2010 году. – Электр. ресурс. URL: <http://gtmarket.ru/news/state/2010/10/29/2715> (23.05.16).
11. База данных. Доклады о человеческом развитии. – Электр. ресурс: офиц. сайт. URL: [http://hdr.undp.org/reports/view\\_reports.cfm](http://hdr.undp.org/reports/view_reports.cfm). (04.09.16).
12. База данных социально-экономических и финансовых процессов. – Электр. ресурс. URL: <https://www.quandl.com> (03.09.16).
13. Аверин Г.В. Системодинамика. – Донецк: Донбасс, 2014. – 405 с. – Электр. ресурс. URL: <http://dspace.bsu.edu.ru/handle/123456789/17840> (03.09.16).
14. Звягинцева А.В. Вероятностные методы комплексной оценки природно-антропогенных систем / Под науч. ред. д.т.н., проф. Г.В. Аверина. – М.: Издательский дом «Спектр», 2016. – 257 с. – Электр. ресурс. URL: <http://dspace.bsu.edu.ru/handle/123456789/17837/statistics> (03.09.16).
15. Averin G.V., Zviagintseva A.V., Konstantinov I.S., Ivashchuk O.A. 2015. Data Intellectual analysis means use for condition indicators assessment of the territorial and state formations. Research Journal of Applied Sciences. Vol. 10(8): 411–414. Available at: <http://medwelljournals.com/abstract/?doi=rjasci.2015.411.414>. (accessed May 28, 2016).
16. Averin G.V., Zviagintseva A.V., Shevtsova M.V. and Kurtova L.N., 2016. Probabilistic Methods of a Complex Assessment of Quantitative Information. Research Journal of Applied Sciences, 11: 415–418. Available at: <http://www.medwelljournals.com/abstract/?doi=rjasci.2016.415.418> (accessed September 3, 2016).
17. Zviagintseva A.V. Multiparameter ranking of areas based on the analysis of data about the condition of natural and anthropogenic systems // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе, № 1(6)–2(7), 2014. – С. 76–83.
18. Аверин Г.В., Звягинцева А.В. Стратегическая оценка статуса Украины в современном мире по данным международных организаций. Часть 1: Теория и методика оценки // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе, №1(2)–2(4), 2012. – С. 75–92.
19. Звягинцева А.В. Комплексная оценка природно-антропогенных систем: предложения по развитию методологии // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе. №1(4)–2(5), 2013. – С. 62–74.
20. База данных Федеральной службы государственной статистики. Регионы России. Основные социально-экономические показатели городов. – Электр. рес.: офиц. сайт. URL: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc\\_1138631758656](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1138631758656) (03.09.16).

**References (transliteration)**

1. Zakon RF "O strategicheskom planirovanii v Rossiyskoy Federatsii" [The Russian Federation law "On strategic planning in the Russian Federation"] no 172-FZ ot 28.06.2014 (in Russian).
2. Zgurovskiy M.Z. Globalnoye modelirovaniye protsessov ustoychivogo razvitiya v kontekste kachestva i bezopasnosti zhizni lyudey (2005–2007/2008 gody) [Global modeling of sustainable development processes in the context of the quality and safety of life (2005–2007/2008)]. K.: Politekhnik. 2008, 331 p. (in Russian).
3. Krass M.S. Modelirovaniye ekologo-ekonomicheskikh system [Modeling of ecological and economic systems]. Moscow, INFRA-M. 2010, 272 p. (in Russian).
4. Prognozirovaniye budushchego. Novaya paradigma [The prediction of the future. The new paradigm] / Pod red. Fetisova G.G. i Bondarenko V.M. Moscow, Ekonomika. 2008, 283 p. (in Russian).
5. Yayli E.A. Nauchnyye i prikladnyye aspekty upravleniya urbanizirovannymi territoriyami na osnove instrumenta riska i novykh pokazateley kachestva okruzhayushchey sredy [Scientific and applied aspects of management of urbanized territories on the basis of risk tools and new indicators of environmental quality] / Pod red. Karlina J.I.N. Saint-Petersburg: RGGMU. VVM. 2006, 448 p. (in Russian).
6. Baza dannykh pokazatelej municipal'nykh obrazovaniy po sub'ektam Rossijskoj Federatsii [The database of indicators of municipalities in subjects of the Russian Federation]. Available at: [http://www.gks.ru/free\\_doc/new\\_site/bd\\_munst/munst.htm](http://www.gks.ru/free_doc/new_site/bd_munst/munst.htm) (accessed May 23, 2016).
7. Doklad o sostoyanii okruzhayushchey sredy v Donetskoy oblasti [A report on the environment condition in the Donetsk region] // C. Tretiakov. G. Averin. Donetsk. 2007, 116 p. (in Russian).
8. Programma razvitiya OON: Razvitiye chelovecheskogo potentsiala v regionakh Rossii v 2013 godu [Program of development of the UN: Human development in regions of Russia in 2013]. Available at: <http://gtmarket.ru/news/2013/06/17/6014> (accessed September 3, 2016). (in Russian).
9. Otkrytye dannye Vsemirnogo banka [World Bank Open Data]. Available at: <http://data.worldbank.org/> (accessed September 4, 2016). (in Russian).
10. Programma razvitiya OON: Razvitiye chelovecheskogo potentsiala v regionakh Rossii v 2010 godu [Program of development of the UN: Human development in regions of Russia in 2010]. Available at: <http://gtmarket.ru/news/state/2010/10/29/2715> (accessed May 23, 2016). (in Russian).
11. Baza dannykh. Doklady o chelovecheskom razvitiy [Database. The human development reports]. Available at: [http://hdr.undp.org/reports/view\\_reports.cfm](http://hdr.undp.org/reports/view_reports.cfm). (accessed September 4, 2016).
12. Baza dannykh sotsialno-ekonomicheskikh i finansovykh protsessov [Database of social and economic and financial processes]. Available at: <https://www.quandl.com> (accessed September 3, 2016).
13. Averin G.V. Sistemodinamika [Systemdynamics]. Donetsk, Donbass. 2014, 405 p. Available at: <http://dspace.bsu.edu.ru/handle/123456789/17840> (accessed September 3, 2016). (in Russian).
14. Zviagintseva A.V. Veroyatnostnyye metody kompleksnoy otsenki prirodno-antropogennykh sistem [Probabilistic methods of a complex assessment of natural and anthropogenic systems] / Pod nauch. red. d.t.n. prof. G.V. Averina. Moscow, Izdatelskiy dom "Spektr". 2016, 257 p. Available at: <http://dspace.bsu.edu.ru/handle/123456789/17837/statistics> (accessed September 3, 2016). (in Russian).
15. Averin G.V., Zviagintseva A.V., Konstantinov I.S., Ivashchuk O.A. 2015. Data Intellectual analysis means use for condition indicators assessment of the territorial and state formations. Research Journal of Applied Sciences. Vol. 10(8): 411–414. Available at: <http://medwelljournals.com/abstract/?doi=rjasci.2015.411.414>. (accessed May 28, 2016).
16. Averin G.V., Zviagintseva A.V., Shevtsova M.V. and Kurtova L.N., 2016. Probabilistic Methods of a Complex Assessment of Quantitative Information. Research Journal of Applied Sciences, 11: 415–418. Available at: <http://www.medwelljournals.com/abstract/?doi=rjasci.2016.415.418> (accessed September 3, 2016).
17. Zviagintseva A.V. 2014. Multiparameter ranking of areas based on the analysis of data about the condition of natural and anthropogenic systems. Sistemnyy analiz i informacionnye tehnologii v naukah o prirode i obshchestve, no 1(6)–2(7), 2014: 76–83.
18. Averin G.V., Zviagintseva A.V. 2012. Strategicheskaya ocenka statusa Ukrainy v sovremennom mire po dannym mezhdunarodnykh organizatsij. Chast' 1: Teoriya i metodika ocenki [Strategic assessment of the status of Ukraine in the modern world according to the data of international organizations. Part 1: Theory and Methodology of assessment]. Sistemnyy analiz i informacionnye tehnologii v naukah o prirode i obshchestve, no 1(2)–2(4): 75–92. (in Russian).
19. Zviagintseva A.V. 2013. Kompleksnaya ocenka prirodno-antropogennykh sistem: predlozheniya po razvitiyu metodologii [Comprehensive assessment of natural and human systems: proposals for the development methodology]. Sistemnyy analiz i informacionnye tehnologii v naukah o prirode i obshchestve, no 1(4)–2(5): 62–74. (in Russian).

20. Baza dannykh Federalnoy sluzhby gosudarstvennoy statistiki. Regiony Rossii. Osnovnyye sotsialno-ekonomicheskiye pokazateli gorodov [Database of the Federal State Statistics Service. The Regions Of Russia. The main social and

economic indicators of cities]. Available at: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc\\_1138631758656](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1138631758656) (accessed September 3, 2016). (in Russian).

*Звягинцева А.В., Аверин Г.В., Шевцова М.В. «Стратегическое прогнозирование уровня развития регионов и городов России». Показано, что в области стратегического планирования развития социально-экономических систем имеется несколько актуальных задач, среди которых можно выделить: комплексную оценку и сравнение объектов между собой по совокупности показателей и прогнозирование состояния и тенденций эволюционного развития объектов, исходя из сложившихся условий. Решение данных задач возможно на основе определения вероятностей событий, отражающих процессы регионального и территориального развития. Предложена методика событийной оценки сложных систем применительно к статистической информации, представленной в виде темпоральных баз данных. Основная гипотеза исследования связана с возможностью создания для таких массивов данных феноменологических моделей, отличающихся многомерным полемым представлением пространства состояний объектов одного класса, а также существованием распределений вероятности характерных событий. На примере имеющихся статистических данных выполнена комплексная оценка человеческого развития регионов России и прогнозирование отдельных социально-экономических показателей городов Российской Федерации. Предлагаемая методика не использует экспертные методы анализа информации и основана на возможности построения феноменологических моделей, характеризующих состояние и развитие объектов прогнозирования.*

**Ключевые слова:** стратегическое прогнозирование и комплексная оценка, феноменологические модели, анализ состояния и развития регионов и городов России.

*Звягинцева Г.В., Аверин Г.В., Шевцова М.В. «Стратегічне прогнозування рівня розвитку регіонів і міст Росії». Показано, що в області стратегічного планування розвитку соціально-економічних систем є кілька актуальних задач, серед яких можливо виділити: комплексну оцінку та порівняння об'єктів між собою за сукупністю показників і прогнозування стану та тенденцій еволюційного розвитку об'єктів, виходячи з сформованих умов. Рішення цих задач можливо на основі визначення ймовірностей подій, які відображають процеси регіонального та територіального розвитку. Запропоновано методику подієвої оцінки складних систем стосовно до статистичної інформації, яка представлена у вигляді темпоральних баз даних. Основна гіпотеза дослідження пов'язана з можливістю створення для таких масивів даних феноменологічних моделей, що відрізняються багатовимірним польовим представленням простору станів об'єктів одного класу, а також існуванням розподілів ймовірності характерних подій. На прикладі наявних статистичних даних виконана комплексна оцінка людського розвитку регіонів Росії та прогнозування окремих соціально-економічних показників міст Російської Федерації. Запропонована методика не використовує експертні методи аналізу інформації та заснована на можливості побудови феноменологічних моделей, які характеризують стан і розвиток об'єктів прогнозування.*

**Ключові слова:** стратегічне прогнозування та комплексна оцінка, феноменологічні моделі, аналіз стану та розвитку регіонів і міст Росії.

Статья поступила в редакцию 05.09.2016

Рекомендована к публикации канд. техн. наук В.Н. Беловодским

## О матричных элементах перестановок нужных для рассмотрения зарядовых и спиновых плотностей в разных базисах

Климко Г.Т.

Донецкий национальный технический университет  
gtklimko@mail.ru

*Климко Г.Т. «О матричных элементах перестановок нужных для рассмотрения зарядовых и спиновых плотностей в разных базисах». В стандартном неприводимом представлении Юнга-Яманучи симметрической группы описан способ получения аналитических выражений для матричных элементов тех перестановок, которые при построении пространственных компонент редуцированных матриц плотности позволили ранее вывести их разложения по матрицам Матсена – Пошусты. Дано строгое доказательство неособности матрицы преобразования от базиса Юнга-Яманучи к координатным функциям, отвечающим спин-орбитальному базису Лёвдина. И, если для построения первого базиса нужны матричные элементы операторов группы перестановок, то второй базис может воспроизводиться без явного их применения. В этом, в частности, проявляется удобство применений последнего для реализаций полного конфигурационного взаимодействия в методе координатной функции Фока, что также обсуждается. Намечены пути применений базиса Лёвдина, но в координатном пространстве, учитывающие свойства координатных функций Фока, с целью упрощения алгоритма полного конфигурационного взаимодействия и распространения его на вычисления двух-частичных спиновых плотностей.*

**Ключевые слова:** квантовая механика без спина, группа перестановок, матрицы стандартного неприводимого представления, базис, зарядовые и спиновые плотности.

### Введение

Вырожденные решения уравнения Шрёдингера формируют пространство неприводимого представления группы перестановок  $N=2n$  частиц  $\pi_N$ , со схемой Юнга  $[\lambda] = [2^{n-s}, 1^{2s}]$  для полного спина состояния  $s$  [1, 2]. Естественно, в выводах разложений редуцированных матриц плотности (РМП) для шредингеровских функций  $L_{\pm}^v$  и  $K$  [3–6], по матрицам Матсена и Пошусты [7–9] непосредственно из их определений: при равных спинах,  $s' - s = v = 0$ , (2.4) – (2.6) [5], (2.4) – (2.6) [3] и (1.3) – (1.5) с  $v = 0$  или с разными спинами,  $v \neq 0$ , (1.6) – (1.8) в [6]. Когда координаты частиц  $N - 1$  и  $N$  свободны, не привлекая интегральные соотношения [3–6], нужными оказались значения ряда матричных элементов от транспозиций,  $[(n + s, N - 1)]_{e,u}^{[\lambda]}$  и  $[(n + s - 1, N - 1)(n + s, N)]_{e,u}^{[\lambda]}$ , в представлении Юнга-Яманучи,  $e$  – таблица Юнга с последовательным заполнением номерами от 1 до  $N$  клеток первого и второго столбцов схемы Юнга. Координатная функция, симметризованная по  $e$ , удовлетворяет условиям Фока [3–6, 10–12].

Если в РМП координаты 1-ой и 2-ой частиц остаются свободными, то, соответственно, нужны матричные элементы других перестановок,  $(2, n + s + 1)$ ,  $(1, n + s + 1)(2, n + s + 2)$ , ... . Способ их вычисления тоже рассмотрен.

В таблице Юнга номера заполняют клетки схемы Юнга так, что в каждом столбце они растут сверху вниз, а по строке – слева направо.

Особые свойства стандартного представления  $[\lambda]$ , позволяют получать аналитические выражения для ряда элементов матриц перестановок. В таком представлении для группы  $\pi_N$ , матрицы перестановок её подгрупп  $\pi_k$ , которые затрагивают только первые  $k$  номеров от 1 до  $k$ , строятся так, что их ненулевые элементы формируют вдоль главных диагоналей матриц перестановок “блоки” неприводимых представлений подгруппы  $\pi_k$ , и таблицы Юнга с первыми  $k$  номерами в клетках схемы Юнга подгруппы  $\pi_k$ , нумеруют строки и столбцы блока, а номера, от  $k + 1$  до  $N$ , занимают для «блока» остальные клетки таблиц Юнга группы  $\pi_N$ , одинаково [1].

Перестановки первых  $k$  номеров и перестановки последних  $N - k$  номеров коммутируют. В итоге ненулевые матричные элементы для перестановки последних  $N - k$  номеров согласно второй лемме Шура [1, гл. 3] диагональные по  $k$ -частичным таблицам Юнга подгруппы  $\pi_k$ .

Перестановка  $(n + s - 1, N - 1)(n + s, N)$ , не затрагивает частицы от 1 до  $n + s - 2$ . По указанному выше свойству её матричные элементы,  $[(n + s - 1, N - 1)(n + s, N)]_{e,u}^{[\lambda]}$ , будут ненулевыми для таблиц Юнга  $u$  с номерами частиц от 1 до  $n + s - 2$  в первых сверху  $(n + s - 2)$ -х клетках первого столбца, как в таблице Юнга  $e$ . Но-

мера  $n + s - 1 + \mu$  и  $n + s + \nu$ , с  $0 \leq \mu \leq \nu$  в предпоследней и в последней клетках первого столбца схемы  $[2^{n-s}, 1^{2s}]$  определяют таблицу,  $u$ , которую обозначаем  $[\mu, \nu]$ . Вследствие этого же имеем  $[(n + s, N - 1)]_{e,u}^{[\lambda]} \neq 0$ , если  $u = [0, \nu]$ .

Перестановка  $(1, n + s + 1)(2, n + s + 2)$  не “трогает” номера от  $n + s + 3$  до  $N$ , и ненулевым может быть значение матричного элемента  $[(1, n + s + 1)(2, n + s + 2)]_{e,u}^{[\lambda]}$ , в таблице  $u$  которого номера от  $n + s + 3$  до  $N$  размещены, как в  $e$ , а для номеров  $m$  и  $l + 2$  в двух верхних клетках второго столбца схемы Юнга допустимы значения  $2 \leq m \leq l + 1$ ,  $l = 2, 3, 4, \dots, n + s$ . Обозначаем ниже эти таблицы Юнга кратко  $\{m, l\}$ .

Алгоритм построения матриц стандартного представления  $[\lambda] = [2^{n-s}, 1^{2s}]$ , основан на правилах их вычисления для транспозиций рядом стоящих номеров  $(i - 1, i)$  [1, 2]:

$$\begin{aligned} [(i - 1, i)]_{u,u}^{[\lambda]} &= [(i, i - 1)]_{u,u}^{[\lambda]} = 1/d; \\ [(i - 1, i)]_{u,v}^{[\lambda]} &= [(i, i - 1)]_{u,v}^{[\lambda]} = \sqrt{1 - (1/d)^2}. \end{aligned} \quad (1)$$

В выражении (1)  $d$  – число шагов для перехода в таблице  $u$  от клетки с номером  $i - 1$  через клетки строки и столбца к клетке с номером  $i$ . Аксиальное расстояние  $d$  положительное, если  $i$  находится в таблице  $u$  сверху, и/или справа от  $i - 1$ , и отрицательное, если наоборот. Ненулевых элементов в каждой строке матрицы не более двух [1, гл. 7]. Ненулевой недиагональный элемент определяет (1), если перестановка номеров  $i - 1$  и  $i$  в таблице  $u$  даёт таблицу  $v$ .

Матричный элемент любой перестановки в представлении  $[\lambda] = [2^{n-s}, 1^{2s}]$ , вычислим на основе правил (1), если перестановку выразим через транспозиции соседних номеров, определим её матричный элемент, как произведение матриц таких транспозиций, и вычислим суммы их значений со всеми промежуточными таблицами Юнга, когда они появляются.

### Получение аналитических выражений для матричных элементов некоторых типов перестановок

Замену каждой перестановки равным ей произведением транспозиций соседних номеров даёт алгебра транспозиций [1], как в (8) из [13]

$$\begin{aligned} (i, k) \cdot (k, l) &= (i, l) \cdot (i, k) = (k, l) \cdot (i, l); \\ (i, l) &= (i, i + 1) \cdot (i + 1, l) \cdot (i + 1, i); \\ (k, l)^2 &= 1; \quad (i, k, l) = (i, k) \cdot (k, l). \end{aligned} \quad (2)$$

Тождественно равны и их матричные элементы.

Например, имеем:

$$\begin{aligned} [(n + s, N - 1)]_{e,[0,\nu]}^{[\lambda]} &= [(N - 1, N - 2) \dots \\ &\dots (n + s + 2, n + s + 1)(n + s, n + s + 1) \cdot \\ &(n + s + 1, n + s + 2) \dots (N - 2, N - 1)]_{e,[0,\nu]}^{[\lambda]}. \end{aligned} \quad (3)$$

С фиксированной таблицей  $e$  для стандартного представления (1) вклад  $(n - s - 2)$ -х первых транспозиций в (3) дают только диагональные матричные элементы, равные  $(-1)$ :

$$\begin{aligned} [(n + s, N - 1)]_{e,[0,\nu]}^{[\lambda]} &= (-1)^{n-s-2} \cdot \\ &[(n + s, n + s + 1) \cdot (n + s + 1, n + s + 2) \dots \\ &\dots (n + s + \nu - 1, n + s + \nu) \cdot \\ &(n + s + \nu, n + s + \nu + 1) \dots (N - 2, N - 1)]_{e,[0,\nu]}^{[\lambda]}. \end{aligned} \quad (4)$$

Для остальных транспозиций возможна цепочка недиагональных матричных элементов, начиная с  $(n + s, n + s + 1)$ . Её длина определяет конечную таблицу Юнга. Например, появление недиагональных матричных элементов от  $\nu$  транспозиций ведёт к конечной таблице  $[0, \nu]$ , так как после появления в конце цепочки первого диагонального элемента остальные матричные элементы будут тоже диагональные, равные  $(-1)$  каждый. В итоге имеем выражение:

$$\begin{aligned} [(n + s, N - 1)]_{e,[0,\nu]}^{[\lambda]} &= (-1)^{n-s-2} \cdot \\ &\sqrt{1 - \left(\frac{1}{n + s}\right)^2} \sqrt{1 - \left(\frac{1}{n + s - 1}\right)^2} \dots \\ &\sqrt{1 - \left(\frac{1}{n + s + 1 - \nu}\right)^2} \frac{1}{n + s - \nu} (-1)^{n-s-\nu-2}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\nu < n - s - 1$ . Замена диагонального элемента с  $\nu = n - s - 2$  на недиагональный не меняет знак и даёт  $\nu = n - s - 1$ . Упростив (5), получим значения в первой строке таблицы. Другие её строки, со 2-ой по 4-ую, получены аналогично. Суммы находим, когда одну таблицу Юнга дают разные цепочки матричных элементов. Определено выше, что таблицы  $u = \{m, l\}$  нумеруют строки:

$$\begin{aligned} &[(2, n + s + 1)]_{e,u}^{[\lambda]}, \\ &[(2, n + s + 2)]_{\{2,n+s\},u}^{[\lambda]}, \quad [(1, n + s + 1)]_{e,u}^{[\lambda]}, \\ &[(1, n + s + 1)(2, n + s + 2)]_{e,u}^{[\lambda]}. \end{aligned} \quad \text{Для последнего случая удобно применить преобразование:}$$

$$\begin{aligned} &[(1, n + s + 1)(2, n + s + 2)]_{e,\{m,l\}}^{[\lambda]} = \\ &\sum_{u,v,w} [(1, 2)]_{e,u}^{[\lambda]} [(2, n + s + 1)]_{u,v}^{[\lambda]} [(1, 2)]_{v,w}^{[\lambda]} \cdot \\ &[(2, n + s + 2)]_{w,\{m,l\}}^{[\lambda]}. \end{aligned} \quad (6)$$

Таблица 1. – Матричные элементы некоторых перестановок в стандартном представлении Юнга-Яманучи [3]

Матричный элемент перестановки	Значение матричного элемента
$[(n+s, N-1)]_{e, [\mu, \nu]}^{[\lambda]}$	$(-1)^\nu \left(\frac{n+s+1}{2(n+s)}\right)^{1/2} \binom{n+s-\nu+1}{2}^{-1/2} \{1-2(s+1)\delta_{\nu, n-s-1}\} \delta_{\mu, 0},$ $\nu = 0, 1, 2, \dots, n-s-1.$
$[(n+s-1, N-1)(n+s, N)]_{e, [\mu, \nu]}^{[\lambda]}$	$(-1)^{\mu+\nu} \left(\frac{n+s+1}{n+s-1}\right)^{1/2} \binom{n+s-\mu}{2}^{-1/2} \binom{n+s-\nu+1}{2}^{-1/2} \cdot$ $\{1-(s+1)[\delta_{\nu, n-s-1} + \delta_{\nu, n-s}(1-\delta_{s,0})]\} (1-2s \cdot \delta_{\mu, n-s}),$ $0 \leq \mu \leq \nu, \nu = 0, 1, 2, \dots, n-s.$
$[(n+s-1, N-1)]_{[0, n-s-1], [\mu, \nu]}^{[\lambda]}$	$(-1)^{n+s+\mu+\nu+1} \left(\frac{n+s}{n+s-1} \cdot \frac{2s+1}{2s+2}\right)^{1/2} \binom{n+s-\nu+1}{2}^{-1/2} \cdot$ $\cdot \binom{n+s-\mu}{2}^{-1/2} \left\{ \frac{1}{2} + [1+(n+s-1)\delta_{\mu, 0}] \left[ \frac{1}{2} - (s+1)\delta_{\nu, n-s-1} \right] \right\},$ $0 \leq \mu \leq \nu, \nu = 0, 1, 2, \dots, n-s-1.$
$[(n+s-1, N-1)]_{[0, n-s], [\mu, \nu]}^{[\lambda]}$	$(-1)^\mu \left(\frac{n+s}{2(n+s-1)}\right)^{1/2} \binom{n+s-\mu}{2}^{-1/2} (1-2s \cdot \delta_{\mu, n-s}) \cdot$ $\cdot \delta_{\nu, n-s} (1-\delta_{s,0}), \quad \mu = 0, 1, 2, \dots, n-s.$
$[(2, n+s+1)]_{e, \{m, l\}}^{[\lambda]}$	$(-1)^{n+s+m-1} \left(\frac{n+s+1}{2(n+s)}\right)^{1/2} \binom{m}{2}^{-1/2} (1-2\delta_{m,2}) \delta_{l, n+s},$ $m = 2, 3, \dots, n+s+1.$
$[(1, n+s+1)(2, n+s+2)]_{e, \{m, l\}}^{[\lambda]}$	$(-1)^{l+m+1} \left(\frac{n+s+1}{n+s-1}\right)^{1/2} \left[ \binom{m}{2} \binom{l}{2} \right]^{-1/2} (1-\delta_{m,2}),$ $2 \leq m \leq l+1, \quad l = 2, 3, \dots, n+s.$
$[(2, n+s+2)]_{\{2, n+s\}, \{m, l\}}^{[\lambda]}$	$(-1)^{n+s+l+m} \left(\frac{n+s}{8(n+s-1)}\right)^{1/2} \left[ \binom{m}{2} \binom{l}{2} \right]^{-1/2} \left\{ 2 - \frac{3m-4}{m-1} \delta_{m,2} + \right.$ $\left. (n+s-1)(1-2\delta_{m,2}) \delta_{l, n+s} \right\}, \quad 2 \leq m \leq l+1, \quad l = 2, 3, \dots, n+s.$
$[(1, n+s+1)]_{e, \{m, l\}}^{[\lambda]}$	$(-1)^{n+s+m-1} \left(\frac{n+s+1}{2(n+s)}\right)^{1/2} \binom{m}{2}^{-1/2} \delta_{l, n+s},$ $m = 2, 3, \dots, n+s+1.$

Данное преобразование в этом примере упрощает учёт всех промежуточных таблиц Юнга при вычислении строки,

$[(1, n + s + 1)(2, n + s + 2)]_{e,u}^{[\lambda]}$ . В нём от  $v$  зависит

значение  $[(1, 2)]_{v,w}^{[\lambda]} = (\pm 1) \delta_{v,w}$ , равное  $(-1)$ , если

1 и 2 в одном столбце и  $(+1)$ , если иначе:

$$\begin{aligned} &[(1, n + s + 1)(2, n + s + 2)]_{e,\{m,l\}}^{[\lambda]} = \\ &\sum_{k=2}^{n+s+1} [(2, n + s + 1)]_{e,\{k,n+s\}}^{[\lambda]} \cdot (1 - 2\delta_{k,2}) \cdot \\ &\cdot [(2, n + s + 2)]_{\{k,n+s\},\{m,l\}}^{[\lambda]} = (-1) \cdot \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} &\cdot \left( [(2, n + s + 1)]_{e,\{m,l\}}^{[\lambda]} + [(2, n + s + 1)]_{e,\{2,n+s\}}^{[\lambda]} \cdot \right. \\ &\left. \cdot 2 \cdot [(2, n + s + 2)]_{\{2,n+s\},\{m,l\}}^{[\lambda]} \right). \end{aligned}$$

Правило коммутации  $(2, n + s + 1)(2, n + s + 2) = (n + s + 1, n + s + 2)(2, n + s + 1)$ , учтено в 1-ом слагаемом (7), и только при  $l = n + s$  не равны нулю элементы  $[(2, n + s + 1)]_{e,\{m,l\}}^{[\lambda]}$ . Вычислены они аналогично (5) и включены в таблицу.

Осталось вычислить:

$$\begin{aligned} &[(2, n + s + 2)]_{\{2,n+s\},\{m,l\}}^{[\lambda]} = [(2, 3)(3, 4) \cdots \\ &(k - 1, k)(k, k + 1) \cdots (n + s, n + s + 1) \cdot \\ &(n + s + 1, n + s + 2)(n + s + 1, n + s) \cdots \\ &(k + 1, k)(k, k - 1) \cdots (4, 3)(3, 2)]_{\{2,n+s\},\{m,l\}}^{[\lambda]}. \end{aligned} \quad (8)$$

Если от первых  $(k - 2)$ -х транспозиций учтены недиагональные матричные элементы, и от  $(k - 1)$ -ой – диагональный, то от  $n + s - k$  следующих транспозиций будут только диагональные,  $(-1)$  каждый, и однозначно придём к строке  $v = \{k, n + s\}$  (см. (9)). Сокращения равных множителей числителя и знаменателя и учёт предельного случая  $k = n + s + 1$  дают:

$$\begin{aligned} &[(2, n + s + 2)]_{\{2,n+s\},\{m,l\}}^{[\lambda]} = \sum_k \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{(-1)^{n+s-k+1}}{\sqrt{k(k-1)}} \cdot \\ &\{1 + (n + s) \delta_{k,n+s+1}\} [(n + s + 2, n + s + 1) \cdot \\ &(n + s + 1, n + s) \cdots (l + 3, l + 2)(l + 2, l + 1) \cdots \\ &(k + 1, k)(k, k - 1) \cdots (4, 3)(3, 2)]_{\{k,n+s\},\{m,l\}}^{[\lambda]}. \end{aligned} \quad (9)$$

с  $k = 2, 3, \dots, n + s + 1$ . Далее опять возможны недиагональные матричные элементы. По записям (1) для  $k < n + s + 1$  допустимо  $n + s - l$  недиагональных матричных элементов с  $l = k - 1, k, \dots, n + s - 1, n + s$ . Следующие, начиная с первого диагонального  $l - k + 1$  матричных элемента будут диагональными,  $l - k$  из кото-

рых равны  $(-1)$  каждый, и в итоге получим промежуточную таблицу Юнга  $\{k, l\}$ . Если до этого все таблицы  $\{k, l\}$  появлялись однозначно,

$$\begin{aligned} &[(2, n + s + 2)]_{\{2,n+s\},\{m,l\}}^{[\lambda]} = \sum_k \frac{(-1)^{n+s+l+1}}{2\sqrt{2}} \cdot \\ &\sqrt{\frac{n+s}{n+s-1}} \binom{k}{2}^{\frac{1}{2}} \{1 + (n + s) \delta_{k,n+s+1}\} \binom{l}{2}^{\frac{1}{2}} \cdot (10) \\ &\{1 - (k - 1) \delta_{l,k-1}\} [(k + 1, k)(k, k - 1) \cdots \\ &(m + 1, m)(m, m - 1) \cdots (4, 3)(3, 2)]_{\{k,l\},\{m,l\}}^{[\lambda]}, \end{aligned}$$

то для вычислений со следующими транспозициями однозначность нарушается. К одной таблице Юнга  $\{m, l\}$  теперь можно прийти от таблиц  $\{k, l\}$  с разными  $k$ . Так, при  $k < l + 1$ , когда  $k + 1$  в первом столбце таблицы  $\{k, l\}$ , недиагональный матричный элемент от транспозиции  $(k + 1, k)$  даёт таблицу Юнга, для которой от следующих транспозиций, переставляющих теперь номера первого столбца, возможны только диагональные элементы. Поэтому таблица Юнга  $\{m, l\}$  достигается лишь при  $k = m + 1$ . Соответствующий вклад в (10) от них равен:

$$\frac{(-1)^{n+s+m+l}}{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{m-2}} \binom{m}{2}^{\frac{1}{2}} \binom{l}{2}^{\frac{1}{2}} (1 - \delta_{m,2})(1 - \delta_{l,n+s}).$$

Диагональный матричный элемент от перестановки  $(k + 1, k)$  и недиагональные матричные элементы от следующих  $k - m$  транспозиций, если  $m \leq k \leq l$ , ведут к таблице Юнга  $\{m, l\}$ . Вклады от таких слагаемых в (10) равны:

$$\begin{aligned} &\frac{(-1)^{n+s+m+l-1}}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{n+s}{n+s-1}} \binom{m}{2}^{\frac{1}{2}} \binom{l}{2}^{\frac{1}{2}} \frac{1 - 2\delta_{m,2}}{k(k+1)} \cdot \\ &\cdot (1 - \delta_{l,n+s}). \end{aligned}$$

Для  $k = l + 1$  от транспозиции  $(k + 1, k)$  возможен только равный  $(-1)$  диагональный матричный элемент. Как и в предыдущем случае, конечной будет таблица  $\{m, l\}$  при недиагональных матричных элементах от следующих  $k - m$  транспозиций, дающих в (10) ненулевой вклад:

$$\begin{aligned} &\frac{(-1)^{n+s+m+l}}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{n+s}{n+s-1}} \binom{m}{2}^{\frac{1}{2}} \binom{l}{2}^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{l-1}{l} \cdot \\ &\cdot (1 - 2\delta_{m,2}) \cdot (1 + (n + s) \delta_{l,n+s}). \end{aligned}$$

В этом слагаемом при  $l = n + s$  достигается и предельный случай  $k = n + s + 1$ . После подстановки в (10) численных значений матричных элементов для всех промежуточных таблиц Юнга  $\{k, l\}$  и вычисления конечной суммы по  $k$ ,  $\sum_{k=m}^l 1/[k(k+1)] = (l+1-m)/[(l+1)m]$ , получа-

ем значение строки:  $\left[ (2, n + s + 2) \right]_{\{2, n + s\}, \{m, l\}}^{[\lambda]}$ . Теперь по формуле (7) можно вычислить строку матрицы  $\left[ (1, n + s + 1)(2, n + s + 2) \right]_{e, u}^{[\lambda]}$ , и полученное выражение тоже включить в таблицу.

Унитарность матриц перестановок и нормировка её строк следует из свойств (2). Так,

$$\sum_{[\mu, \nu]} \left[ \left[ (n + s - 1, N - 1)(n + s, N) \right]_{e, [\mu, \nu]}^{[\lambda]} \right]^2 = \sum_{\nu=0}^{n-s} \sum_{\mu=0}^{\nu} \binom{n + s - \mu}{2}^{-1} \binom{n + s - \nu + 1}{2}^{-1} \cdot \left\{ 1 - (s + 1) \left[ \delta_{\nu, n-s-1} + \delta_{\nu, n-s} (1 - \delta_{s,0}) \right] \right\}^2 \cdot \frac{n + s + 1}{n + s - 1} \cdot (1 - 2s \cdot \delta_{\mu, n-s})^2 = 1. \quad (11)$$

Свойств симметрии [3 – 6, 11, 12] функции Фока и матричных элементов таблицы достаточно, чтобы разложить пространственные компоненты РМП [3, 4] по матрицам Матсена – Пошусты [7 – 9]. В итоге заменено вычисление одно- и двух-частичных генеалогических коэффициентов группы  $\pi_N$  в спиновом пространстве, на отдельную проблемную задачу [14].

### Построение разных базисов

Базис координатных функций представления Юнга-Яманучи строят проектированием [1, 2]  $N$ -частичной функции пространственных координат  $\varphi$ , как в формуле (1) из [3]:

$$\Phi_{e,t}^{[\lambda]} = \hat{\omega}_{e,t}^{[\lambda]} \cdot \varphi = \left( \frac{f_\lambda}{N!} \right)^{1/2} \sum_P [P]_{e,t}^{[\lambda]} \hat{P} \cdot \varphi; \quad (12)$$

$$\hat{R}\Phi_{e,t}^{[\lambda]} = \sum_r [P]_{r,e}^{[\lambda]} \Phi_{r,t}^{[\lambda]}, \quad \Phi = \sum_t c_t \Phi_{e,t}^{[\lambda]},$$

где  $f_\lambda$  – размерность представления,  $[\lambda]$ ,  $[P]_{e,t}^{[\lambda]}$  – матричный элемент перестановки  $P$ . Из работы [3] следует, что базис функций:

$$\varphi_u = \hat{Y}_u \hat{Q}_{uv} \varphi; \quad \varphi_\nu = \hat{Y}_\nu \varphi, \quad (13)$$

(см. (6) в [13]) эквивалентен спин-орбитальному базису Лёвдина [15], который применён в весьма сложных построениях для полного конфигурационного взаимодействия А. Паниным [16, 17]. Функции Фока (12), (13) для РМП применены в [10]. Операторы  $\hat{Y}_\nu$  в (13) проектируют на представление  $[\lambda]$ , и перестановки  $\hat{Q}_{uv} = \hat{Q}_{\nu u}^{-1}$ , заменяющие номера таблиц Юнга  $\nu$  на номера таблиц  $u$  связывают, попарно, функции (13):

$$\hat{Q}_{uv} \cdot \hat{Y}_\nu \varphi = \hat{Q}_{uv} \hat{Y}_\nu \hat{Q}_{uv}^{-1} \hat{Q}_{uv} \varphi = \hat{Y}_u \hat{Q}_{uv} \varphi = \varphi_u. \quad (14)$$

Другой, независимый, набор функций, реализующих представление  $[\lambda]$  в базисе Лёвдина, получим, если на функцию  $\varphi$  подействуем

оператором  $\hat{Q}_{\tau\nu}$ , который переставляет «места координат» или одночастичные функции, когда функция  $\varphi$  равна их произведению:

$$\varphi_{(\tau)} = \hat{Q}_{\tau\nu} \cdot \varphi = \hat{Q}_{\tau\nu}^{-1} \cdot \varphi. \quad (15)$$

Оператор  $\hat{Q}_{\tau\nu}^{-1}$  в (15) действует на координаты, если  $\varphi$  – произведение «орбиталей». Базис представления  $[\lambda]$  как в (14), задают функции:

$$\hat{Q}_{uv} \varphi_{\nu(\tau)} = \hat{Q}_{uv} (\hat{Y}_\nu \varphi_{(\tau)}) = (\hat{Y}_u \hat{Q}_{uv} \varphi_{(\tau)}) = \varphi_{u(\tau)}. \quad (16)$$

Выбор  $u = \nu = e$ , не уменьшающий общности рассмотрения, даёт функции Фока [3]:

$$\Phi_{e,(\tau)}^{[\lambda]} = \hat{Y}_e \cdot \varphi_{(\tau)} = \hat{\omega}_{e,e}^{[\lambda]} \hat{Q}_{\tau e} \varphi = \hat{\omega}_{e,e}^{[\lambda]} \hat{Q}_{\tau e}^{-1} \varphi = \sum_t \hat{\omega}_{e,t}^{[\lambda]} \left[ \hat{Q}_{\tau e} \right]_{t,e}^{[\lambda]} \varphi = \sum_t \Phi_{e,t}^{[\lambda]} \cdot A_{t,(\tau)}. \quad (17)$$

Явный вид  $\hat{Y}_\nu = \hat{Y}_e = \hat{\omega}_{e,e}^{[\lambda]} = \hat{\omega}$  – это формулы (1) в [10]. Матрица  $A_{t,(\tau)}$  в (17) связывает функции Фока базисов, и только с  $t = \tau = e$ :  $\hat{Y}_e \cdot \varphi = \Phi_{e,e}^{[\lambda]}$ .

Ненулевой интеграл перекрытия функций (17) с  $\tau \neq \tau'$  вычислен в [10]. Функции (12) ортогональны, но в РМП появляются матричные элементы перестановок  $[P]_{t',t}^{[\lambda]}$ , для которых формул нет, и необходимы правила (1) [1, 2].

Таблицу Юнга  $u$  однозначно задаёт символ Яманучи [1] и  $N$ -разрядное число [10] в двоичной системе исчисления, для двухстолбцовой схемы Юнга оно удобнее. Цифры  $N$ -разрядного числа нумеруем слева направо. В текущем разряде стоит 1, если номер разряда вписан во второй столбец таблицы Юнга, или 0, если – в первый [10]. Таблицу Юнга задаёт не любое двоичное число. В нём каждой единице предшествует больше нулей, чем единиц, и появление  $i$ -ой единицы левее  $2i$ -ого разряда недопустимо. Оно задаёт таблицу Юнга. Для неё номер разряда считать номером частицы, и, если в нём «0», заполнить номер в клетку первого столбца таблицы, а если «1», – клетку второго столбца. Такие числа и таблицы назовём *изоморфными*.

Алгоритм из [10] по текущему двоичному числу генерирует ближайшее *допустимое* меньшее двоичное число. В числе, обозначенном, как и изоморфная таблица Юнга  $u$ , надо выделить первую справа единицу с нулём в разряде, следующем за ней. В меньшем генерируемом числе оставить на месте все единицы левее *выделенной*, а её с нулём справа переставить, и единицы, стоящие в последних разрядах числа  $u$  подряд, если они есть, разместить правее *переставленной единицы* на минимальных *допустимых* разрядах. Так, для схемы Юнга,  $[2^2, 1^2]$  с  $n$

= 3 и  $s = 1, \dots$ , наибольшее число: 010100. Алгоритм даёт числа: 010100, 010010, 010001, 001100, 001010, 001001, 000110, 000101, 000011. Девять чисел – это размерность представления.

### Эквивалентность базисов Лёвдина и Юнга-Яманучи

Вначале докажем, что упорядочение чисел и изоморфных им таблиц Юнга по алгоритму [10] в порядке роста или убывания позволяет любую таблицу Юнга  $u'$  в упорядоченном ряду получать из определённой предыдущей таблицы  $u$  транспозицией её соседних номеров,  $u' = (i - 1, i) \cdot u$ . В двоичном числе  $u$  переставляют цифры  $(i - 1)$ -ого и  $i$ -ого разрядов, а в изоморфной таблице – номера, равные номерам разрядов с этими цифрами числа, между клетками столбцов, указанных цифрами из этих разрядов.

Нам важнее ряды чисел и изоморфных таблиц, расставленные в порядке роста, так как начинать удобнее с наименьшего числа, изоморфной таблице  $e$ . При противоположном порядке выводы аналогичны. Для иллюстрации перепишем числа и таблицы нашего примера в порядке роста:  $e = u_1 = 000011$ ,  $u_2 = 000101$ ,  $u_3 = 000110$ ,  $u_4 = 001001$ ,  $u_5 = 001010$ ,  $u_6 = 001100$ ,  $u_7 = 010001$ ,  $u_8 = 010010$ ,  $u_9 = 010100$ .

Возьмём произвольное допустимое число, в котором справа от его выделенной единицы стоят нули и за ними, возможно, подряд единицы в последних его разрядах. По алгоритму [10] это “общий” случай “генерации” меньшего числа: “выделенная единица меняется местом с нулём справа, а остальные единицы, занимавшие подряд последние разряды, смещаются налево и размещаются на минимальных допустимых разрядах правее выделенной” единицы. Но в порядке “роста чисел” такое “меньшее” число уже встречалось, как и числа, меньшие его, сгенерированные из него по алгоритму [10]. Среди них есть число, в котором выделенная единица переставлена с нулём справа, а следующие за ним единицы занимают его последние разряды подряд. Тогда обратная транспозиция в этом числе выделенной единицы с нулём, слева, даёт ближайшее большее число, и изоморфную ему таблицу, в порядке роста. Утверждение доказано.

Наименьшему числу изоморфна таблица,  $u_1 = 1 \cdot e$ , и для примера далее запишем следствия из общего случая:  $u_2 = (4, 5) \cdot u_1$ ,  $u_3 = (5, 6) \cdot u_2$ ,  $u_4 = (3, 4) \cdot u_2$ ,  $u_5 = (5, 6) \cdot u_4$ ,  $u_6 = (4, 5) \cdot u_5$ ,  $u_7 = (2, 3) \cdot u_4$ ,  $u_8 = (5, 6) \cdot u_7$ ,  $u_9 = (4, 5) \cdot u_8$ .

Это позволяет завершить доказательство эквивалентности базисов, т.к. вследствие этого в матрице,  $A_{t,(\tau)}$ , (17) перестановка,  $\hat{Q}_{\tau e}$ , равна произведению транспозиций,  $\hat{Q}_{\tau e} = \prod_i (i - 1, i)$ , соседних номеров, и каждая из них даёт новую таблицу. Так, в примере:  $u_4 = (3, 4) \cdot (4, 5) \cdot e$ .

По правилам (1) у таких транспозиций не нулевые диагональный и недиагональный матричные элементы, матрица  $A_{t,(\tau)} = [\hat{Q}_{\tau e}]_{t,e}^{[\lambda]}$  (17)

треугольная с нулями под диагональю, в первом столбце  $[\hat{Q}_{ee}]_{t,e}^{[\lambda]} = [\hat{I}]_{t,e}^{[\lambda]} = \delta_{t,e}$ , при любом  $t = \tau$ ,  $A_{\tau,(\tau)} \neq 0$ , как произведение всех недиагональных элементов транспозиций, её определитель:

$$\det [A_{t,(\tau)}] = \prod_{\tau} [\hat{Q}_{\tau e}]_{\tau,e}^{[\lambda]} \neq 0. \quad (18)$$

Поэтому матрица,  $A_{t,(\tau)}$ , не особенная, а базисы Юнга-Яманучи и Лёвдина эквивалентные.

### Заключение

Применение для построения зарядовых и спиновых плотностей стандартного или нестандартного представлений, содержащих неприводимые представления определённых подгрупп, не эффективно из-за наличия в (12) матричных элементов для  $N!$  перестановок, и их недиагональные матричные элементы останутся в РМП.

Выделение ранее четырёх таблиц Юнга для обозначения тех матриц Матсена-Пошусты, которых достаточно для построения всех зарядовых и/или спиновых компонент двух-частичных РМП, включая переходные по спине, не отменяет появление в РМП сумм аналогичных (12) с недиагональными матричными элементами перестановок. Сложность их явного вычисления показана выше, во втором разделе.

Пространство неприводимого представления для группы  $\pi_N$  дают формулы (15), (16), и правила (1) уже не нужны для построения и координатных функций и РМП. Координатные функции Фока в базисе Лёвдина строим применением операторов антисимметризации и симметризации, как в  $\hat{Y}_e = \hat{\omega}_{e,e}^{[\lambda]}$ , и формул из первой строки (17), и они покрывают базис (12).

Мы применяли их для получения алгоритма вычисления коэффициентов при орбиталях в двух- и одно-частичных зарядовых и в одно-частичной спиновой плотностях, реализующего в  $m$  орбитальном базисе полное конфигурационное взаимодействие. В нём коэффициенты при орбиталях со свободными переменными, итог интегрирования координат  $(N - 2)$ -х или  $(N - 1)$ -ой частиц, определяют и отличия в списках орбиталей конфигураций, и поразрядные сравнения двоичных чисел, определяющих таблицы Юнга. Входят в правила отбора и полностью антисимметричные тензоры, до трёх индексных включительно. Развития этого метода, полезные для упрощения алгоритма и для распространения его на спиновые плотности большей частичности, будут опубликованы.

**Список литературы**

1. Хамермеш М. Теория групп и её применения к физическим проблемам. – М.: МИР, 1966. – 588 с.
2. Каплан И.Г. Симметрия многоэлектронных систем. – М.: Наука, 1969. – 407 с.
3. Mestechkin M.M., Klimko G.T. Spin-dependent operators in the spin-free quantum chemistry // Intern. J. Quantum Chem. 1978. V. 13, no 5: 579–596.
4. Klimko G.T., Mestechkin M.M., Whyman G.E. Fock coordinate function method for separation of spin variables in transition density matrices // Intern. J. Quantum Chem. 1980. V.17, no 3: 415–428.
5. Климко Г.Т. Метод координатной функции Фока, производящая функция, интегральные соотношения. // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе, № 1(2)–2(3). 2012. – С. 99–106.
6. Климко Г.Т. Метод координатной функции Фока, интегральные соотношения между спиновыми и зарядовыми плотностями, их свойства // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе, № 1(6)–2(7). 2014. – С. 62–69.
7. Matsen F.A., Poshusta R.D. Reduced density matrices with application to physical and chemical problems. // Queen's Papers on Pure and Applied Mathematics. 1968. no 11: 20–30.
8. Poshusta R.D., Matsen F.A. Permutation-algebraic formulation of spin-free transition density matrices. // J. Math. Phys. V.7, no 4. 1966: 711–720.
9. Poshusta R.D. Permutation symmetry of reduced Density matrices. // J. Math. Phys. 1967. V.8, no 4: 955–961.
10. Климко Г.Т., Местечкин М.М. Суперпозиция конфигураций и метод координатной функции Фока // Многоэлектронная задача в квантовой химии. 1987. – С 31–43.
11. Фок В.А. О волновых функциях многоэлектронных систем // Журн. Эксперим. и теорет. физ. 1940. Т. 10, №9–10. – С. 961–979.
12. Фок В.А. Начала квантовой механики. – М.: Наука, 1976. – 376 с.
13. Klimko G. T. Recovery of Bases of Group  $\pi_{2n}$  Representation on its Sub-group  $\pi_{n \times n}$  and Gariman's Theorem // Искусственный интеллект. – 2012. №2. – С. 69–76.
14. Grabenstetter J. E., Tseng T. J., Grein F. Generation of genealogical spin eigen-functions. // Intern. J. Quantum Chem. 1976. V. 10, no 1: 143–149.
15. Löwdin P.O., Goschinski O. The Exchange Phenomenon The Symmetric Group, And Spin Degeneracy Problem // Int. J. Quantum Chem. 1970. V. 83: 533–591.
16. Панин А.И. Метод рекуррентного построения многоэлектронных волновых функций, являющихся собственными функциями оператора  $S^2$  // Вестник Ленинградского университета. 1981. №22. – С. 112–116.
17. Panin A.I. Method of recurrent construction of Löwdin spinadapted wave functions // Intern. J. Quantum Chem. 1982. V. 22, no 3: 557–573; no 6: 1177–1188; 1983. V. 24, no 3: 279–306; 1984. V. 25, no 5: 767–793.

**References (transliteration)**

1. Hamermeš M. Teorija grupp i jejo primenenija k fizičeskim problemam [Theory of group and its applications to physical problems]. Moscow, MIR, 1966, 588 p. (in Russian).
2. Kaplan I.G. Simmetrija mnogojelektronnyh sistem [Symmetry of many-electron systems]. Moscow, Nauka, 1969, 407 p. (in Russian).
3. Mestechkin M.M., Klimko G.T. Spin-dependent operators in the spin-free quantum chemistry // Intern. J. Quantum Chem. 1978. V. 13, no 5: 579–596.
4. Klimko G.T., Mestechkin M.M., Whyman G.E. Fock coordinate function method for separation of spin variables in transition density matrices // Intern. J. Quantum Chem. 1980. V. 17, no 3: 415–428.
5. Klimko G.T. Metod koordinatnoj funkcii Foka, proizvodjashhaja funkcija, integral'nye sootnoshenija [The Fock coordinate wave function method, the generate function, the integral relations] // Sistemnyj analiz i informacionnye tehnologii v naukah o prirode i obšestve, no 1(2)–2(3). 2012: 99–106. (in Russian).
6. Klimko G.T. Metod koordinatnoj funkcii Foka, integral'nye sootnošenija meždu spinovymi i zarjadovymi plotnostjami, ih svojstva // Sistemnyj analiz i informacionnye tehnologii v naukah o prirode i obšestve, no 1(6)–2(7). 2014: 62–69. (in Russian).
7. Matsen F.A., Poshusta R.D. Reduced Density Matrices with Application to Physical and Chemical Problems // Queen's Papers on Pure and Applied Mathematics, no 11. 1968: 20–30.
8. Poshusta R.D., Matsen F.A. Permutation-algebraic formulation of spin-free transition density matrices. // J. Math. Phys. V. 7, no 4. 1966: 711–720.
9. Poshusta R.D. Permutation symmetry of reduced Density matrices. // J. Math. Phys. V. 8, no 4. 1967: 955–961.
10. Klimko G.T., Mestechkin M.M. Superpozicija konfiguracij i metod koordinatnoj funkcii Foka [The superposition of the configurations and Fock coordinate function method] / Mnogo jelektronnaja zadacha v kvantovoj himii. 1987: 31–43. (in Russian).
11. Fok V.A. O volnovyh funkcijah mnogojelektronnyh sistem [On the wave functions of many-electron systems] // Zhurn. Jeksperim. i teoret. fiz. 1940. V. 10, no 9–10: 961–979. (in Russian).

12. Fok V.A. Nachala kvantovoj mehaniki [Principles of Quantum Mechanics]. Moscow, Nauka, 1976, 376 p. (in Russian).
13. Klimko G.T. Recovery of Bases of Group  $\pi_{2n}$  Representation on its Sub-group  $\pi_{n \times n}$  and Garri-man's Theorem // Iskustvennyj intellekt. 2012. no 2: 69–76.
14. Grabenstetter J. E., Tseng T. J., Grein F. Generation of genealogical spin eigen-functions. // Intern. J. Quantum Chem. 1976. V. 10, no 1: 143–149.
15. Löwdin P.O., Goschinski O. The Exchange Phenomenon The Symmetric Group, And Spin Degeneracy Problem // Int. J. Quantum Chem. 1970. V. 83: 533–591.
16. Panin A.I. Metod rekurrentnogo postroe-nija mnogoelektronnyh volnovyh funkcij, javlja-jušihsjja sobstvennymi funkcijami operatora S2 // Vestnik Leningradskogo universiteta. 1981. no 22: 112–116. (in Russian).
17. Panin A.I. Method of recurrent construction of Löwdin spinadapted wave functions // Intern. J. Quantum Chem. 1982. V. 22, no 3: 557–573; no 6: 1177–1188; 1983. V. 24, no 3: 279–306; 1984. V. 25, no 5: 767–793.

**Климко Г.Т. «Про матричні елементи перестановок, що потрібні для розгляду зарядових і спінових густин у різних базисах»** У стандартному нерозкладному представленні Юнга-Яманучі симетричної групи наведено засіб отримання аналітичних виразів для матричних елементів тих перестановок, які при побудові просторових компонент редукованих матриць густини дозволили раніше вивести їх розкладання по матрицях Матсена - Пошусті. Надано доказ не особливості матриці перетворення від базису Юнга-Яманучі до координатних функцій, які відповідають спин-орбітальному базису Льовдіна. Наданий зручний порядок таблиць Юнга дозволяє кожну з них здобувати однією транспозицією з визначеної попередньої таблиці, і матрицю перетворення робити трикутною. Якщо для побудови першого базису потрібні матричні елементи перестановок, то другий базис може відтворюватися без явного їх застосування. У цьому зручність використання останнього, але в координатному просторі, для реалізації повної конфігураційної взаємодії в методі координатної функції Фока, враховуючи і її симетрію, що обговорюється. Метою цього є досягнення спрощень у алгоритмі реалізації повної конфігураційної взаємодії і поширення його застосування на двох-частковій спіновій густині. Результати буде надруковано.

**Ключові слова:** квантова механіка без спіну, група перестановок, матриці стандартного нерозкладного представлення, базис, зарядові і спінові густини.

**Klimko G.T. "About the matrix elements of transpositions, which are necessary for consideration of charge and spin densities in different bases".** The standard Jung-Yamanuchi irreducible representation of symmetric group is applied for obtaining analytic expressions of the matrix elements of some permutations. These are useful for constructing the spatial components of reduced density matrices, allowing earlier one to derive their expansions in terms of the Maisein-Poshusta matrices. The problem solved with their help is equivalent to the use of the genealogical coefficients of the symmetric group to build the reduced density matrices. The calculation of such coefficients is a separate problem. It was usual to assume that the transformation matrix from the Young-Yamanuchi basis into the coordinate functions corresponding to Löwdin spin-orbital basis is non-singular. We have proof it. The matrix elements of the permutation group operators are needed to construct the first basis, and one may reproduce the Löwdin space bases without explicit application of them. In this, in particular, manifests the convenience of applying the latter for realizations of the complete configuration interaction in the method of the Fock coordinate function. That also discussed. The proposed order of Jung tables allows one to obtain the following table by the action of transposing the numeral marks of the one pair of adjacent particles in the certain previous Jung table. The same transforms the bases transformation matrix into triangular with zeros under main diagonal. All its diagonal elements are non-zero. It was indicated the reasons for the ineffectiveness of using the permutation group standard basis to construct the complete configuration interaction method. The applying the Löwdin basis way is also discussed. The Fock coordinate functions of the Löwdin basis and their properties should apply to simplify the complete configuration interaction algorithm and these will allow one to propagate it to two-particle spin densities. It will be published elsewhere.

**Keywords:** spin free quantum mechanics, commutation group, standard irreducible representation matrices, basis, charge and spin densities.

Статья поступила в редакцию 20.08.2016  
Рекомендована к публикации канд. техн. наук В.Н. Беловодским

## ***Раздел 3***

### ***Актуальные вопросы обработки и анализа информации***

УДК 004.451.7

## Оптимизация форматов представления параметров времени событий в системах реального времени

Достлев Ю.С., Чередникова О.Ю.

Донецкий национальный технический университет

cs\_yurij@donntu.org, olga.donntu@gmail.com

*Достлев Ю.С., Чередникова О.Ю. «Оптимизация форматов представления параметров времени событий в системах реального времени». Выполнен анализ требований к информационному содержанию и форматам представления параметров времени в среде систем реального времени. Совокупность обоснованных требований обеспечивает функционально полное использование параметров времени как в вычислительной среде системы, так и в процессе последующего анализа результатов работы системы. Рассмотрены особенности параметров времени событий и состояний объектов контроля и управления в зависимости от технологических особенностей самого объекта и процессов в нем. На основе выполненного анализа предложены различные подходы к обоснованию форматов представления параметров времени во внутренней среде систем реального времени и во внешней базе данных. Выполнен анализ форматов представления, а также организации счета и учета параметров времени в среде алгоритмической обработки систем реального времени с привязкой к особенностям технологических процессов в объекте системы.*

**Ключевые слова:** система реального времени, форматы внутреннего представления параметра времени, параметры систем реального времени, решение задачи реального времени, организация счета реального времени в управляющей системе.

### Введение

Компьютерные системы реального времени (СРВ) в общем случае представляют собой совокупность аппаратных средств на базе управляющего вычислителя и программного обеспечения (ПО), обеспечивающего решения задачи в режиме реального времени (РВ). ПО РВ, аналогично универсальным вычислительным системам, включает множество модулей, реализующих системные функции, и совокупность модулей проблемной ориентации, которые представляют собой множество задач, связанная работа которых обеспечивает алгоритмическое решение конкретной задачи в совокупности с компонентами внешнего объекта [1]. Основной особенностью алгоритмической обработки в среде проблемных задач является реализация вычислительных функций в среде дискретного представления параметра времени с дискретизацией непрерывных параметров, характеризующих текущие состояния сопряженного объекта. Таким образом, проблемные задачи реализуют функции обработки событий РВ [2].

Решение задач в режиме РВ накладывает ряд ограничений на программную среду как самой задачи, так и совокупность системных модулей. К таким ограничениям в первую очередь следует отнести максимально допустимую длительность интервала решения

задачи, то есть необходимой алгоритмической обработки, на каждом шаге дискретизации, как непрерывных параметров сопряженного объекта, так и параметра времени. Нарушение данного требования приводит к потере достоверности получаемых результатов решения единой задачи в совокупности с компонентами объекта системы РВ.

В соответствии с этим при реализации программной среды проблемных задач необходимо оптимизировать интервалы алгоритмической обработки по длительности выполнения решения. Аналогично, по отношению к реализации программной среды системного ПО предъявляются требования, как по длительности их функционирования, так и по оптимальности подготовки параметров РВ, которые являются основой для алгоритмической обработки в среде проблемных задач.

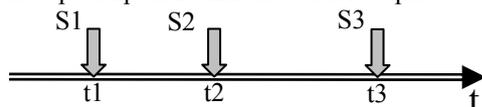
Параметры времени являются основой для системной обработки всех видов событий в среде вычислителя СРВ, включая периодические события и асинхронные события качественных изменений в структуре объекта [3].

Одним из основных параметров СРВ, является параметр времени. Таким образом, при проектировании любой СРВ обязательно решается вопрос обоснования формата представления переменной времени с обеспечением оптимальности и функциональной полноты решения единой проблемной задачи в сопряжении с конкретным объектом [4].

### **Функциональные требования к форматам представления параметра времени в среде систем реального времени**

Основным определяющим функциональным требованием к информационному содержанию параметра времени в программной среде СРВ является однозначная различимость событий по моменту их возникновения [5].

Рассмотрим требования к параметру времени на основе анализа параметров времени событийной модели состояний процессов в некотором произвольном объекте – рис. 1.



$S1 \div S3$  – события в среде объекта;

$t1 \div t3$  – моменты времени наступления событий;

$t$  – непрерывная временная последовательность событий, характеризующих изменения текущих состояний объекта.

Рисунок 1. – Событийная модель оценки текущих состояний объекта в СРВ

Определим совокупность необходимых и достаточных условий для обеспечения различимости событий во времени.

1) Все события идентифицируются параметром времени их наступления, а в составе СРВ – временем их регистрации. При этом численное значение параметра идентифицирующего времени должен соответствовать фактической последовательности возникновения событий в среде объекта, то есть в среде реального времени. В общем случае значения параметров времени для различных событий могут совпадать, если они относятся к одновременным событиям на объекте. Регистрация событий, а соответственно и значения параметров времени соответствуют основному свойству реального времени – однонаправленности. Параметры времени можно рассматривать как векторные величины, направление которых всегда совпадает с направлением оси реального времени, а значение определяет длины векторов [6].

$$t1(\overline{S1}) \leq t2(\overline{S2}) \leq t3(\overline{S3}) \quad (1)$$

2) Параметры времени событий должны обеспечивать возможность однозначного определения длительностей интервалов времени между отдельными событиями. При этом значения длительностей не могут быть отрицательными, поскольку рассчитываются от момента нового события по отношению к предыдущему. Таким образом, в системе

значения длительностей интервалов времени между событиями являются скалярными величинами. При этом сумма сопряженных межсобытийных интервалов всегда равна длительности оценочного интервала:

- межсобытийные интервалы:

$$t21 = t2(\overline{S2}) - t1(\overline{S1}); \quad t32 = t3(\overline{S3}) - t2(\overline{S2});$$

$$t31 = t3(\overline{S3}) - t1(\overline{S1}); \quad (2)$$

- оценочный интервал:  $t3 - t1$ ;

- справедливо отношение:

$$t31 = t21 + t32. \quad (3)$$

3) Все события по параметру моментов возникновения должны обладать свойством однозначной определенности на шкале непрерывного астрономического представления времени – реального времени:

$$t1(S1) \Rightarrow T_{PB}(S1); \quad \dots \quad t3(S3) \Rightarrow T_{PB}(S3),$$

где  $T_{PB}(Si)$  – значение времени совершения события, а соответственно регистрации нового состояния объекта в единицах астрономического времени (год, месяц, день, часы, минуты секунды).

Первое требование (1) необходимо для системной организации учета и обработки событий в РВ. То есть обеспечивает корректную идентификацию всех событий в соответствии со значениями их параметров времени:  $Si \Rightarrow ti$ .

Второе требование (2) обеспечивает возможность корректного использования параметров времени событий в составе арифметических и логических выражений при выполнении проблемной алгоритмической обработки состояний объекта в составе задач, реализующих алгоритм единой задачи контроля и управления объектом.

Третье требование (3) обеспечивает архивирование параметров результатов работы СРВ при выполнении функций контроля и управления с возможностью выполнения пост анализа. Таким образом расширяются функции СРВ на возможность выполнения экономического учета результатов автоматизации контроля и управления конкретным объектом, а также обеспечивается возможность выполнения пост анализа особых ситуаций в оценке состояний объекта, что важно в процессе сопровождения системы управления на базе СРВ с возможностью дальнейшего совершенствования алгоритмической основы программно-аппаратной среды СРВ как системы управления конкретным объектом [7].

### **Обоснование выбора форматов представления переменных времени в среде систем реального времени**

Численные значения параметров времени в СРВ, аналогично основному свойству реального времени всегда относительны.

Поэтому первым вопросом при обосновании форматов представления параметров времени является выбор базовой точки, относительно которой будут отсчитываться значения моментов времени регистрации событий объекта.

Как пример в астрономических системах отсчета времени в качестве базовой точки принимается некоторый год в прошлом, относительно которого и ведется летоисчисление. В системах РВ аналогично в качестве базовой точки отсчета должно использоваться значение времени некоторого события, которое важно для конкретного объекта, функционирующего в составе конкретной СРВ [3].

В соответствии с требованием оптимизации интервалов времени при системной и проблемной обработке, длина разрядной сетки представления параметров времени должна быть минимальной. Но вместе с тем обязательно должны выполняться все требования, обеспечивающие корректность параметров времени в системе – (1), (2) и (3).

Требования (1) и (2) в большинстве случаев противоречат по минимизации формата требованию (3). В соответствии с этим рационально использовать двойное численное представление параметров времени в СРВ. Первый формат – для внутренней системной и проблемной обработки событий и второй для привязки событий к принятой астрономической системе времени, формируя его только в базах данных, обеспечивающих архивацию результатов работы системы внешний формат.

Первый – внутренний формат использует целочисленное представление параметров времени.

Второй – внешний формат рационально рассматривать как составной, включающий полностью внутренний формат и расширение привязки внутреннего формата к внешней астрономической системе времени.

В соответствии с этим обоснование формата представления параметров времени распадается на две задачи: выбор внутреннего целочисленного представление параметров времени и выбор способа и моментов времени выполнения расширения до внешнего формата.

В универсальных операционных системах используется однозначное представление параметров времени с привязкой к единой базовой точке, параметры которой константно отстоят от принятой астрономической системы летоисчисления [8]. В СРВ такой подход не рационален, поскольку требует использования значительной длины разрядной сетки для переменных времени.

Использование в СРВ двух или в общем случае нескольких форматов требует специального обоснования корректности с привязкой к особенностям технологических процессов в сопряженном объекте.

### **Анализ особенностей технологических процессов в системах реального времени**

Первой особенностью большинства реальных объектов является цикличность технологических процессов. Это означает, что всю непрерывную временную последовательность изменений состояний объекта можно представить в виде некоторого множества отдельных участков, на которых наблюдается циклическое повторение изменений существенных состояний.

Существенными являются состояния объекта, которые обладают свойством обязательности присутствия по основным параметрам объекта, но могущие иметь различия в значениях второстепенных параметров [9]. Примерами существенных состояний объектов из области промышленного производства являются состояния обеспечивающие получение единицы готовой продукции или промежуточного продукта, для его дальнейшей переработки в готовую продукцию.

Таким образом, выделенные участки можно определить как участки технологической цикличности процессов в объекте. Если удастся обосновать возможность изолированности процессов в пределах отдельных участков, то для функций СРВ, как основы контроля и управления такими процессами, снимается требование различимости событий на разных технологических участках. А это в свою очередь позволит проектировать внутреннюю систему времени автономно для каждого технологического участка.

В большинстве случаев полной изолированности процессов на каждом из технологических участков достичь невозможно. Поэтому можно дополнять свойства каждого из участков некоторым множеством начальных значений параметров, которые определяются протеканием процессов непосредственно на предыдущем участке или последовательности предыдущих участков. Множество начальных значений параметров включает в себя не только значения технологических, проблемно определяемых параметров, но и подмножество параметров времени. Для исключения противоречия по различимости событий, данное подмножество может включать в себя только длительности интервалов времени, рассчитанные относительно событий, включенных в данный технологический интервал. Противоречие исключается, поскольку между технологическими участками передаются не векторные параметры времени, привязанные к определенной системе отсчета, а скалярные величины, значения которых не зависят от используемой в технологическом участке системы начального отсчета.

На рисунке 2 рассмотрены варианты совокупностей внутренних параметров времени локальных событий двух технологических

участков, а также возможное параметрическое взаимодействие отдельных участков по параметрам технологическим и параметрам времени.

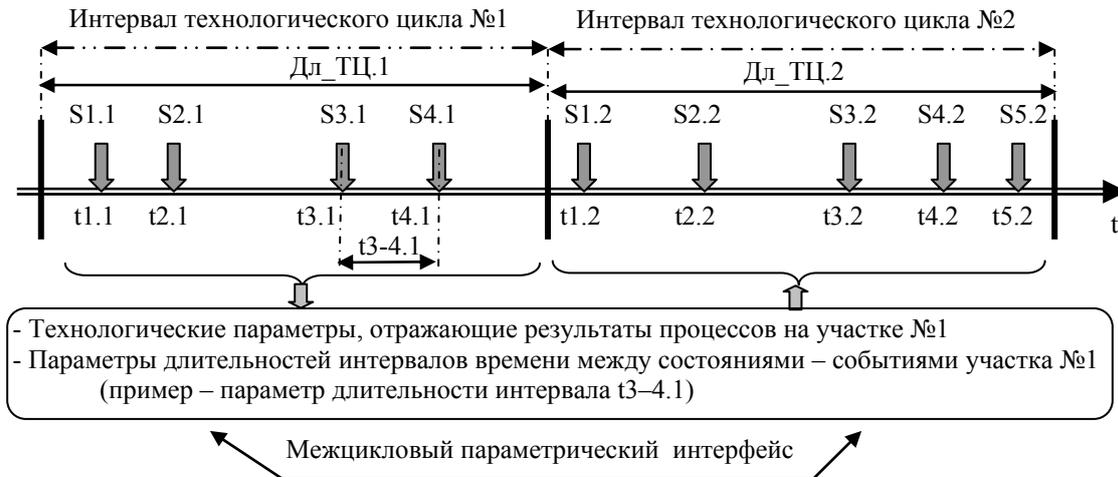


Рисунок 2. – Параметры времени событий принадлежащих различным технологическим участкам

К численным значениям параметров времени событий первого участка ( $t_{1.1} \div t_{4.1}$ ) не предъявляются требования корреляции со значениями параметров времени событий второго участка ( $t_{1.2} \div t_{5.2}$ ). Таким образом, отсутствует возможность различимости событий разных участков по значению параметра времени совершения события.

На общей непрерывной оси времени технологические циклы могут не следовать непосредственно друг за другом. Могут встречаться зазоры и даже частичные перекрытия между отдельными циклами (рис. 3).

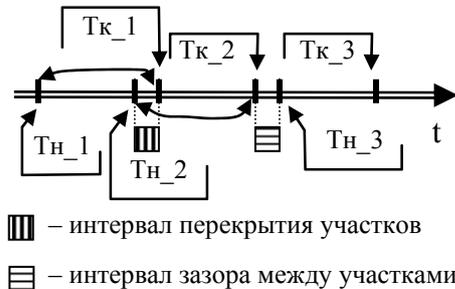


Рисунок 3. – Варианты размещения технологических участков

$T_{n_i}$  и  $T_{k_i}$  – граничные значения, характеризующие длительность технологического интервала с номером  $i$ .

В случае перекрытия точка времени начала следующего участка предшествует точке завершения предыдущего участка ( $T_{n_2} - T_{k_1}$ ). В большинстве случаев зазоры определяют простои процессов в объекте, но в ряде случаев актуально контролировать длительности таких интервалов ( $T_{k_2} - T_{n_3}$ ).

Особенности размещения участков в общей технологической последовательности существенно оказывает влияние на обоснование форматов параметров времени, а также на организацию счета внутреннего времени.

В общем случае длительности отдельных технологических циклов могут не совпадать ( $Дл\_ТЦ.1$  может быть не равна  $Дл\_ТЦ.2$ ). Конкретные значения длительностей отдельных технологических участков полностью зависят от особенностей протекания процессов в конкретных объектах на конкретных этапах технологических процессов.

Число составляющих состояний – событий различных участков может не совпадать:  $S_{n.1}$ ;  $S_{m.1}$  – не требуется обязательного  $n = m$ .

### Расчет числовых значений форматов параметров времени

При использовании локализации систем отсчета внутреннего времени в пределах отдельных технологических участков, базовой точкой отсчета времени является точка, принадлежащая самому интервалу данного участка. Числовой формат, а соответственно и длина разрядной сетки представления параметров времени должна быть достаточной только для отображения значений времени не более длительностей соответствующих технологических интервалов:

$$t_{\max}|ТЦ.i \leq Дл\_ТЦ.i$$

Для единства внутреннего представления в большинстве случаев удобно выбирать единое значение разрядности в формате представления параметров времени. В этом случае на основе анализа всей совокупности длительностей технологических интервалов находится максимальное значение, которое и принимается за основу при расчете разрядности формата переменных времени:

$$t_{\max} = \{Дл\_ТЦ.1, \dots, Дл\_ТЦ.i, \dots, Дл\_ТЦ.n\}_{\max}$$

Для локальных участков систем времени необходимо обосновать точное положение точки начала отсчета внутреннего времени. Наиболее часто достаточно обосновать выбор из двух вариантов: обнуление счетчика внутреннего времени в начале каждого участка; круговой счет времени в пределах выбранной разрядной сетки параметров времени.

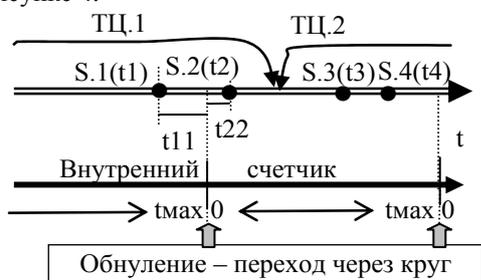
Первый вариант удобен ввиду простоты расчетов длительностей интервалов времени между событиями, поскольку длительность интервала любого интервала между событиями  $S_i$  и  $S_j$  рассчитывается как  $t_{ji} = t_j - t_i$ , что выполняется за одну машинную команду. Обеспечивается максимальное быстродействие. Ограничением применения является размещение участков без перекрытий.

Второй вариант удобен при значительных различиях в длительностях отдельных технологических участков и позволяет уменьшить число обнулений счетчика внутреннего времени. Кроме этого в этом варианте имеется возможность осуществлять контроль интервалов времени на участках, не привязанных к внутренним особенностям технологических циклов (интервалы зазоров между участками). Круговой счет предполагает, что принудительное обнуление внутреннего счетчика никогда не выполняется, значение счетчика после  $t_{max}$ , автоматически на следующем такте становится равным нулю. Это свойство позволяет контролировать события на интервалах перекрытий участков.

Частичным недостатком этого варианта является некоторое усложнение расчета длительностей интервалов времени между событиями, а соответственно и увеличение времени расчета:

$$t_{ji} = \begin{cases} t_j - t_i, & \text{если } t_j > t_i \\ (t_{max} - t_i) + t_j, & \text{если } t_j < t_i \end{cases} \quad (4)$$

Вариант соотношения интервалов счета и границ технологических участков показан на рисунке 4.



При переходе через круг:

$$t_{21} = t_{11} + t_{22}; \quad t_{11} = t_{max} - t_1; \quad t_{22} = t_2;$$

Без перехода через круг:

$$t_{43} = t_4 + t_3$$

Рисунок 4. – Диаграммы расчета длин интервалов при круговом счете

При круговой организации внутреннего учета значений времени требуется дополнительное алгоритмическое усложнение представления значений моментов времени событий относительно начала данного технологического интервала. В этом случае в системных модулях должно быть реализовано запоминание значений внутреннего времени момента начала текущего цикла –  $t_n$ . Расчеты значений времени для события  $S_i$  относительно начала технологического цикла выполняется по стандартной формуле (4), где  $t_j$  – это  $t_n$ .

В реальных СРВ для целого формата параметров времени, как правило, назначаются переменные с разрядной сеткой длиной кратной байту. Наиболее актуальна оптимизация длины разрядной сетки параметров времени при проектировании СРВ для бортовых систем и систем контроля и управления быстродействующими объектами [10].

Проектирование форматов представления переменных времени во внешнем формате можно выполнять с использованием следующих подходов: составной с астрономическим и внутренним форматами времени; преобразованный в астрономическом формате.

При первом подходе внешний формат формируется как составной на основе текущих значений даты и времени с требуемой точностью относящихся к моменту начала счета во внутреннем счетчике времени (начало текущего цикла внутреннего счетчика времени). Второй составляющей является непосредственное значение регистрируемого параметра времени во внутреннем формате. Полученный составной формат передается для хранения в базу данных системы.

При втором подходе внешний формат формируется на основе преобразования внутреннего формата во внешние астрономические единицы. Значение в этом случае запоминается в базу данных в независимом от особенностей внутреннего формата представления переменных времени.

Каждый из подходов обладает своими достоинствами и недостатками и выбор применения в конкретной СРВ форматов внешнего представления параметров времени должен обосновываться в зависимости от способов использования информации из базы данных системы.

Отличительной особенностью первого подхода является необходимость минимальных затрат времени на формирование записи в базу данных в тактах обработки событий РВ. Тем самым повышается эффективность работы системы как системы РВ. Это обеспечивается за счет предоставления задачам обработки событий РВ максимального объема процессорного ресурса системы.

Таким образом процессорные затраты преобразования форматов переменных времени в процессе формирования базы данных с результатами при первом подходе перемещаются из среды обработки событий РВ в фоновую среду анализа результатов, в которой отсутствуют ограничения, предъявляемые к задачам РВ.

### **Выводы. Оптимизация форматов параметров времени при проектировании систем реального времени**

Для повышения эффективности систем реального времени на этапе проектирования рационально выполнять обоснование принимаемых решений в части как форматов представления переменных времени, так и организации счета и учета времени в системе.

Основными этапами обоснования должны быть: структурирование непрерывного технологического потока в среде сопряженного объекта с выделением участков – технологических циклов; выбор форматов переменных времени во внутренней среде системы на основе учета параметров длительности выделенных технологических участков.

Оптимальное представление параметров времени в системах РВ является одним из необходимых условий создания эффективных средств решения задач РВ в составе систем автоматизации технологических процессов в различных областях.

### **Список литературы**

1. Достлев Ю.С., Чередникова О.Ю. Событийная модель технологического объекта в системах реального времени // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе. №1(8)–2(9), 2015. – С. 68–72.
2. Достлев Ю.С. Особенности формирования свойств модулей обработки периодических событий в системах реального времени // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе. №1(6)–2(7), 2014. – С. 117–120.
3. Достлев Ю.С. Повышение информационной надежности оценки текущего состояния объекта автоматизации // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе. №1(4)–2(5), 2013. – С. 96–99.
4. Лапко В.В., Чередникова О.Ю. Математическая модель переходных аэродинамических процессов в вентиляционных сетях с сосредоточенными и распределенными параметрами. Научные труды ДонНТУ, серия Проблемы моделирования и автоматизации проектирования динамических систем. 2008, №7(150). – С. 40–51.
5. Дж. Мартин. Программирование для вычислительных систем реального времени. – М.: Наука, 1975. – 359 с.
6. Древис Ю.Г. Системы реального времени: технические и программные средства. – М.: МИФИ, 2010. – 320с.
7. Сулейманова А.М. Системы реального времени: уч. пос. / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т. – Уфа, 2004. – 292 с.
8. Tanenbaum, A. Modern Operating Systems. Upper Saddle River, NJ: Pearson/Prentice Hall. 2008, 160 p.
9. Rabilh Chrabieh. Task-less Approach Simplifies RTOS Architecture. Available at: <http://archive.cotsjournalonline.com/articles/view/100030> (accessed July 30, 2016).
10. Бурдонов И.Б. Операционные системы реального времени. URL: [http://www.ispras.ru/preprints/docs/prep\\_14\\_2006.pdf](http://www.ispras.ru/preprints/docs/prep_14_2006.pdf) (30.07.16).

### **References (transliteration)**

1. Dostlev Y.S., Cherednikova O.Y. Sobitnyaya model' tehnologicheskogo ob'ekta v sistemah real'nogo vremeni // Sistemnyj analiz i informacionnye tekhnologii v naukah o prirode i obshchestve, no 1(8)–2(9). 2015: 68–72. (in Russian).
2. Dostlev Y.S. Osobennosti formirovaniya svoystv modulej obrabotki periodicheskikh sobytij v sistemah real'nogo vremeni [Features of formation properties of processing units periodic events in real-time systems] // Sistemnyj analiz i informacionnye tekhnologii v naukah o prirode i obshchestve, no 1(6)–2(7). 2014: 117–120. (in Russian).
3. Dostlev Y.S. Povyshenie informacionnoj nadezhnosti ocenki tekushchego sostoyaniya ob'ekta avtomatizacii [Improving of information reliability for assessment of the current state of the automation object] // Sistemnyj analiz i informacionnye tekhnologii v naukah o prirode i obshchestve, no 1(4)–2(5). 2013: 96–99. (in Russian).
4. Lapko V.V., Cherednikova O.Y. Matematicheskaya model' perekhodnyh aehrodinamicheskikh processov v ventilyacionnyh setyah s sosredotochennymi i raspredelennymi parametrami [A mathematical model of transient aerodynamic processes in ventilation systems with concentrated and distributed parameters] // Nauchnye trudy DonNTU, seriya Problemy modelirovaniya i avtomatizacii proektirovaniya dinamicheskikh system, no 7. 2008: 40–51. (in Russian).
5. Dzh. Martin. Programmirovaniye dlja vychislitel'nyh sistem real'nogo vremeni [Programming for real-time computing]. Moscow, Nauka, 1975, 359 p. (in Russian).
6. Drevis Y.G. Sistemy real'nogo vremeni: tehicheskie i programmnye sredstva. Moscow, MIFI, 2010, 320 p. (in Russian).

7. Sulejmanova A.M. Sistemy real'nogo vremeni: uchebnoe posobie / Ufmsk. gos. aviaz. techn. universitet. Ufa, 2004, 292 p. (in Russian).
8. Tanenbaum, A. Modern Operating Systems. Upper Saddle River, NJ: Pearson / Prentice Hall. 2008, 160 p.
9. Rabih Chrabieh. Task-less Approach Simplifies RTOS Architecture. Available at: <http://archive.cotsjournalonline.com/articles/view/100030> (accessed July 30, 2016).
10. Burdonov I.B. Operacionnye sistemy real'nogo vremeni. Available at: [http://www.ispras.ru/preprints/docs/rep\\_14\\_2006.pdf](http://www.ispras.ru/preprints/docs/rep_14_2006.pdf). (accessed July 30, 2016).

*Достлев Ю.С., Чередникова О.Ю. «Оптимізація форматів представлення параметрів часу подій у системах реального часу». Виконано аналіз вимог до інформаційного складу та форматів представлення параметрів часу у середовищі систем реального часу. Сукупність обґрунтованих вимог забезпечує функціонально повне використання параметрів часу як в обчислювальному середовищі системи, так і в процесі подальшого аналізу результатів роботи системи. Розглянуто особливості параметрів часу подій та стану об'єктів контролю та управління у відповідності до технологічних особливостей самого об'єкту та процесів у ньому. На основі виконаного аналізу запропоновано різні підходи до обґрунтування форматів представлення параметрів часу у внутрішньому середовищі систем реального часу та у зовнішній базі даних. Виконано аналіз форматів представлення, а також організації рахування та врахування параметрів часу у середовищі алгоритмічної обробки систем реального часу з урахуванням особливостей технологічних процесів в об'єкті системи.*

**Ключові слова:** *система реального часу, формати внутрішнього представлення параметрів часу, параметри систем реального часу, рішення задачі реального часу, організація рахування реального часу у керуючих системах.*

*Dostlev Y.S., Cherednikova O.Y. "Optimization of the presentation formats for the time parameters of the events in real-time systems". The analysis of the requirements for information content and formats for the presentation time parameter in the environment of real-time systems has been performed. A set of reasonable principles provides for a functionally complete use of the time parameters as in the computing environment of the system, and during the further analysis of the results of the system. In the article describes the features of the time parameters for events and control objects States and management depending on the technological features of the object and processes. Numerical values of the time parameters in real-time systems, similar to the basic property of the real-time are always relative. So the first question in the justification of formats for the presentation time parameter is the choice of the base point relative to which are counted values of the time points event registration object. The main stages of the study should be: structuring continuous process flow in the environment paired object allocation sites – technological cycles; the choice of formats time variables in the internal environment of the system on the basis of parameters of the duration of the selected process sections. On the basis of the analysis proposed various approaches to the study of the representation formats of the time parameters in the internal environment of real-time systems and in an external database. The article considers the questions of the timing for algorithmic processing states of the controlled processes according to features of processes event simulation. In this paper have done the analysis of the presentation formats, as well as the organization's counting and registration of time parameters within the algorithmic processing of real-time systems with reference to the peculiarities of technological processes in the object system. In accordance with the characteristics of the structuring processes in the object chosen method of organization of inner time account in the system; develop formats for the external representation of the timing parameters with the features of the adopted inner time accounts. Optimum performance of parameters in real-time systems is one of the necessary conditions for establishing effective problem-solving tools in the systems of technological processes automation in various fields.*

**Keywords:** *real time system, processing management of technological object states, the parameters of real-time systems, formats for time parameters.*

Статья поступила в редакцию 08.08.2016  
Рекомендована к публикации канд. техн. наук А.В. Звягинцевой

## Принципы существования энтропии и сохранения меры информации в пространствах состояний сложных систем

Аверин Г.В.<sup>1,2</sup>, Константинов И.С.<sup>1</sup>, Звягинцева А.В.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Белгородский государственный национальный исследовательский университет

<sup>2</sup>Донецкий национальный технический университет

averin.gennadiy@gmail.com, konstantinov@bsu.edu.ru, anna\_zv@ukr.net

*Аверин Г.В., Константинов И.С., Звягинцева А.В. «Принципы существования энтропии и сохранения меры информации в пространствах состояний сложных систем». Анализируются логические аналоги физических понятий – энтропии, как функции состояния системы, и энергии, как меры движения, применительно к многомерным пространствам состояний сложных систем. Предложен методологический подход, позволяющий теоретически и экспериментально обосновать справедливость принципов существования энтропии и сохранения меры информации для систем различной природы. Разработан метод обработки и представления количественной информации на основе совместного использования данных и событий. Особенностью метода является определение вероятностей событий одновременного наблюдения значений совокупности переменных состояния системы. Использование метода дает возможность ввести меру информации, определенную на множестве событий, выделенных по данному признаку. Приведены примеры получения феноменологических соотношений в виде уравнений состояний, а также уравнений сохранения меры информации для массивов опытных данных, характеризующих физическую, биологическую и социально-экономическую системы.*

**Ключевые слова:** сложные системы, темпоральные массивы данных, пространства состояний, меры информации, феноменологические методы описания данных, уравнения состояний систем, принцип сохранения меры информации.

### Введение

Известно, что теоретическая информатика является математической дисциплиной, в которой применяются методы математики для построения и изучения моделей обработки, передачи и использования информации. В свою очередь, изучением сущности информации как таковой, ее общих свойств и законов формирования занимается теория информации. В обеих науках создаются теоретические основания, которые определяют во многом всю методологию информатики. Исторически сложилось, что в большинстве случаев информационные сообщения отображаются дискретным множеством. Представление информации в виде непрерывного множества исключительно важно, так как все основные законы в естествознании связаны с непрерывными величинами. Вполне возможно, что именно этим объясняется отсутствие в современной теории информации фундаментальных законов сохранения. Ряд ученых рассматривают этот факт как свидетельство незавершенности теории информации, так как природе многих систем свойственны такие законы. Естественно предположить, что для информации как общенаучной категории, отражающей структуру и свойства объектов и процессов, должны быть характерны некоторые аналоги законов сохранения величин, имеющие феноменологическую природу.

Сегодня энергетический принцип является основой научного мировоззрения в естествознании. Однако возможность применения этой концепции по отношению к системам различной природы пока совершенно не обоснована. То, что для любых систем должна существовать некая фундаментальная величина в виде меры движения – не подвергается сомнению, но сводится ли эта мера только к формам обмена энергией в физическом представлении – крайне непростой вопрос, также как и вопрос о всеобщности этой меры для различных форм движения и возможности ее использования для понимания сущности информации.

Хотя представления об информации во многом формируют содержание актуальных направлений современной науки, однозначного и ясного определения этого понятия как общенаучной категории до сих пор нет. Сегодня распространено мнение, что информация наряду с веществом и энергией является первичной категорией и одним из атрибутов реального мира и поэтому в строгом смысле не может быть определена. Однако академик В. Глушков попытался дать общее определение информации как меры неоднородности распределения вещества и энергии в пространстве и времени, меры изменений, которыми сопровождаются все протекающие в мире процессы. Подобные

философские определения очень сложно формализуются при построении моделей систем и явлений. Если исходить из множества формулировок понятия «информация», то можно выделить около 80 различных определений [1]. Это указывает на определенные проблемы в формировании основ информатики, так как фундаментальные понятия не могут нести в себе такого множественного и расплывчатого содержания.

На данном этапе развития информатики, скорее всего, нельзя дать общее определение информации, однако можно развить представления о мерах информации, исходя из аналогий с естествознанием, а также вынести на обсуждение некоторые информационные подходы и методы, используемые при описании пространств состояний сложных систем. Применение предлагаемых подходов позволит ввести меру информации для таких пространств, определенную на множестве событий, выделенных по заданному признаку. В свою очередь, это даст возможность глубже понять и раскрыть сущность информации как общенаучной категории и математически описать пространства состояний различных видов сложных систем на основе применения феноменологических соотношений, а также предложить уравнения сохранения меры информации для таких пространств.

Фундаментальными принципами естествознания является принятие гипотез существования энергии и энтропии. Универсальность закона сохранения энергии, согласно теореме Нётер, является следствием принципа однородности времени, что определяет независимость от момента времени законов, характеризующих поведение физических систем. В естествознании законами сохранения считаются балансовые принципы, согласно которым некоторые величины, характеризующие замкнутую систему, при определенных условиях не изменяются с течением времени. По мнению известных ученых уравнение сохранения энергии в термодинамической форме является математическим выражением, отражающим континуальные закономерности пространств состояний физических систем [2, 3]. Данное уравнение изначально обосновано экспериментально и потом логически распространено на все физические системы.

В свою очередь, по утверждению А. Гухмана принцип существования энтропии является одним из следствий справедливости закона сохранения энергии [4]. В термодинамике энтропия является функцией состояния термодинамической системы, определяющей меру необратимого рассеивания энергии. Понятие энтропии имеет особое общенаучное значение в естествознании. Важным направлением

исследований в данной области является изучение связей между разными видами энтропий. Существуют модели, определяющие связь статистической и информационной энтропий при вероятностном описании состояний сложных систем [5].

Из физической теории следует, что если в многомерном пространстве состояний системы  $\Omega^n$  введены переменные состояния  $z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ , то, в общем случае, уравнение сохранения энергии указывает на существование в данном пространстве связи между величинами  $z_1, z_2, \dots, z_n$  в виде уравнения Пфаффа. В свою очередь, принцип существования энтропии можно рассматривать как следствие формирования в пространстве  $\Omega^n$  скалярного поля некоторой величины [6, 7]. Подобные гипотезы могут быть сформулированы и экспериментально проверены применительно к различным видам сложных систем.

### **Постановка задачи**

Так как все измерения и наблюдения процессов и явлений основываются на изменении различных величин, возникает задача по опытным данным установить закономерности, которые свойственны той или иной системе и которые математически описываются феноменологическими соотношениями. Для того, чтобы получить в виде фундаментального принципа логический аналог «закона сохранения энергии» для систем различной природы необходимо использовать понятия, универсальные для многих областей знаний.

Одним из таких понятий является информационная мера, которая вполне может носить общесистемный характер по отношению к структурированной информации. В данном случае под информационной мерой (мерой информации) будем понимать некую непрерывную действительную аддитивную функцию, определенную на множестве событий. Отдельные меры в виде информационной энтропии были введены Р. Хартли, К. Шенноном и К. Колмогоровым в теории информации и получили распространение при изучении информационных процессов [8, 9, 10]. Изложение результатов шенноновской теории информации приведено в работах [11, 12].

Целью данной статьи является обоснование существования количественных мер информации для пространств состояний сложных систем и установление на основе обработки опытных данных феноменологических соотношений для таких мер.

Данная задача актуальна при изучении многих сложных систем, для которых накоплены значительные объемы опытных данных, представленных в виде структурированных массивов количественной информации.

### **Феноменологический метод обработки и представления информации на основе данных и событий**

Зададимся вопросом – можно ли на основе множества опытных данных обосновать принципы существования энтропии и законы сохранения скалярных величин по отношению к пространствам состояний различных систем? Ответ на этот вопрос актуален и его решение связано с существующими научными представлениями в области системного анализа и теории информации. Ряд теорий в естествознании основываются на применении принципов построения феноменологических моделей, позволяющих путем использования имеющихся опытных данных получить результат с необходимой точностью без объяснения истинных причин явлений. Феноменологический метод можно трактовать как способ макроскопического описания объектов, процессов и явлений, основанный на данных опыта или наблюдения. Поэтому будем в целом рассматривать массивы данных как объекты моделирования.

Феноменологический метод тесно увязывает в своей сути математическое (модельное) и предметное (реальное) содержание задачи применительно к той или иной прикладной области. Вторая особенность – это объединение в одну логическую форму положений статики и динамики явлений. Исходя из этого, в теории обычно имеются как модели, характеризующие пространства состояний систем (уравнения состояний), так и модели, позволяющие описывать процессы в этом пространстве (законы сохранения). Для привнесения в процесс описания системы реального содержания в исходных моделях используют эмпирически определяемые величины, позволяющие верифицировать полученные зависимости по отношению к данным опыта.

В целом содержание феноменологического метода можно представить следующим образом. Формируется массив структурированных данных относительно атрибутивных переменных (переменных состояния), несущих в себе информацию о состоянии и поведении некоторой системы. На основе этих данных определяются эмпирические зависимости в виде уравнений состояний, характеризующих статику сложной системы. Путем использования балансовых принципов по отношению к исходным величинам и применения полученных уравнений состояний формируются положения теории в виде закономерностей и зависимостей, представленных в форме законов или принципов сохранения и описывающих процессы изменения состояний объектов. Данные положения характеризуют динамику изучаемой системы. На основе полученных соотношений в дальнейшем формируется аналитическая теория предметной области.

Для того, чтобы применить указанный подход при описании пространств состояний сложных систем предложим метод обработки и представления информации на основе данных и событий, которые в целом будут отражать количественную информацию, свойственную множеству реальных случаев. Для этого представим изучаемые сложные системы определенного класса в виде множества однотипных объектов. В качестве объектов могут выступать вещества, физические тела, биологические организмы, предприятия, регионы и т.д., а атрибутами – свойства этих объектов. В результате формируется массив темпоральных данных, где каждая таблица имеет структуру «объекты-показатели», а множество таблиц упорядочено во времени с заданным шагом. Такая структура данных может быть применена при решении значительного количества прикладных задач и имеет непосредственное отношение к многомерным пространствам, в которых атрибуты объектов в виде показателей соответствуют переменным состояниям в принятых системах координат.

В связи с тем, что в теории необходимо в комплексе описывать как статику, так и динамику систем, примем следующее представление о количественной информации. Будем подразумевать под данными любые сведения об объекте исследования, его свойствах, параметрах и состоянии, а также окружающей среде в конкретный момент времени. Данные будут нести в себе статическую часть информации об объекте и выступать в качестве одного из ее референтов. В качестве второго референта информации будем рассматривать любые факты об объекте исследования – сведения и сообщения о каком-либо событии, процессе или деятельности, свойственном объекту и наблюдаемом с течением времени. Все такие факты в дальнейшем будем называть событиями, несущими в себе динамическую часть информации об объекте.

При таком подходе данные позволят создать формализованное пространство состояний систем, а использование статистических методов при анализе событий, выделенных по заданному признаку, даст возможность ввести меру информации, определенную на множестве таких событий.

Для построения математических моделей используем подход моделирования сложных систем на основе представления пространств состояний в виде континуальной среды, который был предложен ранее [6, 13 – 15].

Пусть все множество изучаемых объектов имеет равное число характерных свойств, которые количественно определяются некоторыми атрибутивными показателями  $z_1, z_2, \dots, z_n$  и которые будем считать переменными состояниями. Каждый объект совершает естественный процесс развития,

в связи с чем его показатели изменяются во времени  $z_1(t), z_2(t), \dots, z_n(t)$ . Сформируем пространство состояний системы  $\Omega^n$  относительно ее переменных  $z_1, z_2, \dots, z_n$ . Пространство  $\Omega^n$  предполагается континуальным по отношению к представленным в нем процессам и состояниям, при этом опытные данные рассматриваются как ограниченная дискретная выборка из данного пространства. Состояние объекта будет отображаться точкой пространства, а процесс изменения состояния – некоторой кривой.

Также как и в работе [6], введем понятие эмпирической меры пространства состояний  $w$ . Будем рассматривать эту меру как скалярную функцию пространства  $\Omega^n$ , которая комплексно отражает состояние каждой точки  $M$ . Примем в качестве меры состояния статистическую вероятность совместных событий, связанных с одновременным наблюдением некоторой совокупности показателей  $w = W(z_1, z_2, \dots, z_n)$ . Предположим возможность существования непрерывного скалярного поля эмпирической меры в виде многомерного распределения. Отметим, что эмпирическая мера не является аддитивной величиной, поэтому она не может выступать в качестве меры информации.

В работах [6, 14, 15] показано, что при постулировании связи вида  $dw = c_f \cdot d\theta$  ( $c_f$  – эмпирические величины, которые определяются по имеющимся опытным данным) и использовании метрики пространства в виде многомерной геометрической вероятности или функции относительных изменений  $\theta(M)$ , для математического описания пространства состояний могут применяться уравнения Пфаффа, которые интегрируемы и имеют общие интегралы вида:

$$s - s_0 = c_1 \cdot \ln\left(\frac{z_1}{z_{1_0}}\right) + c_2 \cdot \ln\left(\frac{z_2}{z_{2_0}}\right) + \dots + c_n \cdot \ln\left(\frac{z_n}{z_{n_0}}\right), \quad (1)$$

причем для скалярного поля эмпирической меры  $dw = \theta \cdot ds$ .

Функцию состояния  $s$  обычно называют энтропией. Наиболее важной особенностью энтропии является то, что она отличается свойством аддитивности. Изменение этой величины зависит только от начального и конечного состояния объекта и не зависит от пути его перехода между этими состояниями. Энтропия может выступать в качестве меры информации в пространстве состояний  $\Omega^n$ .

Анализ опытных данных [13 – 15] показывает, что для многих сложных систем могут быть установлены феноменологические соотношения, аналогичные по сути уравнению «сохранения энергии». Это говорит о том, что для континуальных пространств состояний, характеризующих системы разной природы, существуют фундаментальные балансовые

закономерности. Однако получаемые соотношения отражают особенности предметной области и определяемые при этом зависимости только математически будут соответствовать принятым в естествознании, т.к. несут в себе содержание, которое коренным образом отличается от представлений энергетической концепции.

Чтобы установить общее уравнение сохранения в принятом в физике виде, для наглядности изучим сложную систему, состояния которой характеризуются двумя переменными и одной эмпирической мерой. Рассмотрим континуальное пространство  $\Omega^2$ , в котором дифференциал энтропии для любой точки  $M$  согласно (1) может быть представлен как:

$$ds = c_1 \cdot \frac{dz_1}{z_1} + c_2 \cdot \frac{dz_2}{z_2}. \quad (2)$$

В качестве величины  $\theta(M)$ , математически моделирующей пространство  $\Omega^2$ , зададим функцию относительных изменений или геометрическую вероятность. Величина  $\theta(M)$  будет являться метрикой пространства и может быть представлена в виде:

$$\theta = \frac{z_1 \cdot z_2}{z_{1*} \cdot z_{2*}}, \quad (3)$$

где  $z_{1*}$  и  $z_{2*}$  – значения выбранных показателей в опорной точке пространства состояний  $z_{k*} = z_{k_0}$  или максимально наблюдаемые значения показателей  $z_{k*} = z_{k_{\max}}$ . Сделав обозначение  $R_m = z_{1*} \cdot z_{2*}$ , определим изменение эмпирической меры  $dw = \theta \cdot ds$ , тогда:

$$dw = \theta \cdot ds = \theta \cdot \left( c_1 \cdot \frac{dz_1}{z_1} + c_2 \cdot \frac{dz_2}{z_2} \right) = \frac{1}{R_m} (c_1 \cdot z_2 \cdot dz_1 + c_2 \cdot z_1 \cdot dz_2). \quad (4)$$

Преобразуя данное уравнение, получим следующую зависимость:

$$dw = du + \frac{z_2 \cdot dz_1}{R_m}, \quad (5)$$

где величина  $du$  равна:

$$du = \frac{1}{R_m} (c_1 \cdot z_2 \cdot dz_1 + c_2 \cdot z_1 \cdot dz_2) - \frac{1}{R_m} z_2 \cdot dz_1.$$

Применяя к величине  $du$  признак Эйлера для пфаффовых форм, получим, что  $du$  является полным дифференциалом (функцией состояния) при выполнении следующего условия:

$$c_1 - c_2 = 1. \quad (6)$$

Легко показать, что в этом случае  $du = c_2 \cdot d\theta$ ;  $di = d(u + \theta) = c_1 \cdot d\theta$ , а величины  $du$  и  $di$  зависят только от величины  $\theta$ .

В результате данного простого вывода получены в виде соотношений (5) и (6) логические аналоги уравнения сохранения энергии и уравнения Майера в термодинамике

для безразмерных переменных. Следует отметить, что полученные соотношения справедливы для любых континуальных пространств состояний систем независимо от природы изучаемых данных. Поэтому вполне естественно, что суть величин  $u$  и  $i$  далека от соответствующих аналогов (энергия и энтальпия) в термодинамике. Это же относится и к уравнению (5), которое нельзя рассматривать как уравнение сохранения энергии в обычном физическом представлении. Величина  $u$  является математической функцией, характеризующей изменение состояния объекта по отношению к однородному (равновероятному) пространству состояний систем, в котором отсутствовали бы континуальные закономерности, статистически свойственные сложной системе. Данная величина является аддитивной и также может выступать в виде меры количественной информации.

В свою очередь уравнение (5) характеризует изменения поля статистической вероятности событий  $w$  через изменения однородного поля метрики  $\theta$  как модельной функции, так как  $du = c_2 \cdot d\theta$ . Выбор той или иной метрики пространства определяется особенностями опытных данных и качеством получаемых феноменологических соотношений.

В информатике в понятие «энергии» необходимо вкладывать совсем иной смысл, нежели это делается в физике. Лучше говорить о специфической мере состояний объектов, характерной для каждого класса систем, которые могут быть описаны феноменологическими методами. Чтобы не путать данную величину с энергией назовем ее трансергией (лат. trans – за, через + гр. energeia – действие, сила). Этим мы подчеркиваем отличие данной величины от общепринятого понятия энергии в естествознании. Особо отметим, что величины трансергии и энтропии будут носить свой специфический характер для определенного класса систем и каждой комбинации изучаемых показателей  $z_k$ .

В свою очередь, возможность континуального описания пространства состояний полностью определяется существующими опытными данными, и справедливость используемых гипотез может быть проверена на массивах этих данных. Энтропия  $s$  и трансергия  $u$  могут быть приняты в качестве универсальных мер информации в пространстве состояний  $\Omega^n$ . Данные величины аддитивны, свойственны всему пространству и отражают в своей сущности существующие континуальные закономерности, а также позволяют в пространстве состояний  $\Omega^n$  построить криволинейные координаты.

Полученный выше закон сохранения в виде соотношения (5) указывает на то, что величины энтропии  $s$  и трансергии  $u$  являются

математическими функциями, связанными с континуальным представлением пространства состояний систем, свойства которых определяются особенностями имеющихся опытных данных.

### **Фундаментальные соотношения для пространств состояний систем**

Получим на основе обработки опытных данных эмпирические аналоги уравнений (1) и (5) и тем самым установим основные феноменологические соотношения для некоторых сложных систем.

Для построения уравнений состояний систем в виде вероятностных распределений в качестве основного индикативного события, характеризующего состояние объекта, задано совместное событие одновременного наблюдения нескольких атрибутивных показателей, принятых в качестве переменных состояния. Для двух показателей статистическая вероятность совместных событий определялась путем разбиения всего наблюдаемого пространства  $\Omega^2$  на прямоугольники. Для этого длина всего диапазона наблюдаемых значений переменных от минимального до максимального делилась на одинаковое количество интервалов группирования и, в образованных таким образом областях, подсчитывалось количество находящихся опытных точек. Относительные частоты находились делением числа этих точек на общее количество всех объектов. Используемые алгоритмы приведены в работах [14, 15]. Регрессионные зависимости статистической вероятности совместного события наблюдения двух показателей определялись в виде:

$$w = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\text{Pr}} \exp\left(-\frac{\tau^2}{2}\right) d\tau;$$

$$\text{Pr} = c_0 + s; \quad s = c_1 \ln \frac{z_1}{z_{1*}} + c_2 \ln \frac{z_2}{z_{2*}}, \quad (7)$$

где  $c_0, c_1, c_2$  – константы,  $z_1, z_2$  – принятые показатели, Pr (пробит) – инверсная функция нормального распределения со средним, равным нулю и дисперсией, равной единице. Соотношения в виде закона сохранения меры находились как:

$$\theta \cdot \Delta s = \Delta u + \beta_1 \cdot \frac{z_2}{R_m} \cdot \Delta z_1 + \beta_0, \quad (8)$$

где  $\beta_0, \beta_1$  – константы,  $\Delta s, \Delta u, \Delta z_1$  – приращения величин относительно опорных состояний, при этом значения энтропии и трансергии в опорной точке принимались равным нулю:  $s_0 = 0$  и  $u_0 = 0$ .

Уравнение (8) может быть приведено к известному виду  $\theta \cdot ds = du + z_2 \cdot dz_1$  путем выбора оптимальных значений параметров в опорной точке и установления эквивалентности между величинами.

Для получения указанных выше соотношений использованы базы данных о показателях следующих систем.

1) Физическая система. Соответствующий массив данных был связан с информацией о химических элементах периодической системы Менделеева и их основными свойствами [7]. Для 90 химических элементов в качестве атрибутивных показателей при построении зависимостей были приняты:  $z_1$  – радиус атома, пм;  $z_2$  – атомная масса элемента, а.е.м.

2) Биологическая система. Второй массив данных был взят из базы данных AnAge Database [16]. Последняя версия базы включает сведения о 4083 видах позвоночных и охватывает характеристики амфибий, рыб, рептилий, птиц и млекопитающих (25 показателей животных). В качестве атрибутивных показателей видов для построения соотношений использованы следующие величины:  $z_1$  – максимальная продолжительность жизни в неволе, лет;  $z_2$  – вес взрослой особи, кг.

3) Социально-экономическая система. Третий массив данных основывался на информации Федеральной службы статистики [17]. База данных включает информацию по 63 показателям для 159 городов России с населением свыше 100 тысяч человек. При определении соотношений использованы для примера показатели, характеризующие экономический потенциал городов:  $z_1$  – оборот розничной торговли, млн. руб.;  $z_2$  – объем товаров и услуг промышленного производства, млн. руб.

Полученные феноменологические соотношения для указанных систем приведены в таблице 1. Найденные уравнения являются значимыми и достаточно хорошо описывают имеющиеся данные. Из полученных данных видно, что для пространств состояний систем существуют уравнения состояний в виде вероятностных распределений. Также для таких пространств может быть сформулирован закон сохранения меры информации, который является по своей сущности феноменологическим принципом.

Таблица 1. – Феноменологические соотношения для пространств состояний систем

Соотношения	Кол-во данных	Вид зависимости	Коэф. корреляции	Относит. ошибка, %
<b>Физическая система</b>				
Уравнение состояния	90	$Pr = 4,030 + 1,109 \ln \left( \frac{z_1}{z_{1_0}} \right) + 0,540 \ln \left( \frac{z_2}{z_{2_0}} \right)$	0,96	10,2
Уравнение сохранения трансергии	90	$\theta \cdot \Delta s = \Delta u + 5,304 \frac{z_2}{R_m} \Delta z_1 - 56,38$	0,99	6,5
$z_1$ – радиус атома, пм; $z_2$ – атомная масса элемента, а.е.м.; показатели опорной точки $z_{1_0}, z_{2_0}$ соответствуют свойствам водорода и равны: $z_{1_0} = 53$ пм; $z_{2_0} = 1,0078$ а.е.м.; $\Delta s = s - s_0$ ; $\Delta u = u - u_0 = c_2 \cdot (\theta - 1)$ ; $\Delta z_1 = z_1 - 53$ (пм) – приращения величин; $R_m = 53,41$ (пм·а.е.м.).				
<b>Биологическая система</b>				
Уравнение состояния	2548	$Pr = 3,767 + 0,778 \ln \left( \frac{z_1}{z_{1_0}} \right) + 0,184 \ln \left( \frac{z_2}{z_{2_0}} \right)$	0,97	9,1
Уравнение сохранения трансергии	2548	$\theta \cdot \Delta s = \Delta u - 0,467 \frac{z_2}{R_m} \Delta z_1 + 0,184$	0,95	7,2
$z_1$ – максимальная продолжительность жизни, лет; $z_2$ – вес взрослой особи, кг; показатели опорной точки $z_{1_0}, z_{2_0}$ соответствуют максимально наблюдаемым показателям видов и равны: $z_{1_0} = 211$ лет; $z_{2_0} = 136000$ кг; $\Delta s = s - s_0$ , $\Delta u = u - u_0 = c_2 \cdot (\theta - 1)$ , $\Delta z_1 = 211 - z_1$ (лет) – приращения величин; $R_m = 28,7 \cdot 10^6$ лет·кг.				
<b>Социально-экономическая система</b>				
Уравнение состояния	159	$Pr = -4,309 + 0,465 \ln \frac{z_1}{z_{1_0}} + 0,441 \ln \frac{z_2}{z_{2_0}}$	0,98	9,5
Уравнение сохранения трансергии	159	$\theta \cdot \Delta s = \Delta u + 5,06 \frac{z_2}{R_m} \Delta z_1 - 9117,0$	0,99	7,0
$z_1$ – оборот розничной торговли, млн. руб.; $z_2$ – объем товаров и услуг промышленного производства, млн. руб.; показатели опорной точки $z_{1_0}, z_{2_0}$ – минимальные значения переменных в 2003 году, которые равны: $z_{1_0} = 117$ млн. руб.; $z_{2_0} = 150$ млн. руб.; $\Delta s = s - s_0$ , $\Delta u = u - u_0 = c_2 \cdot (\theta - 1)$ , $\Delta z_1 = z_1 - 117$ (млн. руб.) – приращения величин; $R_m = 17550$ млн. руб.·млн.руб.				

**Заключение**

В статье предложено для описания опытных данных о состоянии и изменении сложных систем использовать меры информации, связанные с континуальными представлениями о пространствах состояний систем. С этой целью предложен феноменологический метод обработки и представления количественной информации на основе совместного использования как данных, так и событий, характеризующих состояние изучаемых объектов.

На конкретных примерах обработки опытных данных для физической, биологической и социально-экономической систем показана возможность нахождения уравнений состояний в виде вероятностных распределений событий и соотношений сохранения меры информации.

Предложенный метод позволяет разрабатывать модели описания опытных данных для систем различной природы и отличается принятием гипотезы существования скалярного поля эмпирической меры в виде вероятности совместных событий наблюдения совокупности переменных состояния.

**Список литературы**

1. Бекман И.Н. Информатика. Курс лекций. URL: <http://profbeckman.narod.ru/InformLekc.htm> (30.07.2016).
2. Пуанкаре А. О науке / Пер. с франц. – М.: Наука, 1983. – 560 с.
3. Falk G., Jung H. Axiomatic der Thermodynamik // Hdb. Phys. III/2, Berlin, 1959: 119–175.
4. Гухман А.А. Об основаниях термодинамики. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 383 с.
5. Звягинцева А.В., Аверин Г.В. О взаимосвязи статистической и информационной энтропии при описании состояний сложных систем // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Сер. Математика. Физика. 2016. № 20(241), вып. 44. – С. 105–116.
6. Аверин Г.В., Константинов И.С., Звягинцева А.В. О континуальном подходе к модельному представлению данных // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2016. №10. – С. 47–52.
7. Звягинцева А.В., Аверин Г.В. Интегрирование отдельных многомерных уравнений Пфаффа, имеющих важное прикладное значение // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Сер. Математика. Физика. 2016. №27(248), вып. 45. – С. 102–114.
8. Шеннон К.Э. Работы по теории информации и кибернетике. Пер. с англ. Под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова. – М.: Изд-во ин. лит-ры, 1963. – 823 с.
9. Хартли Р.В.Л. Передача информации, 1928. – С. 5–35. В кн.: Теория информации и ее приложения. Пер. с англ. Под ред. А.А. Харкевича. – М.: Физматгиз, 1959. – 328 с.
10. Колмогоров А.Н. Теория информации и теория алгоритмов. – М.: Наука, 1987. – 304 с.

11. Чернавский Д.С. Синергетика и информация: Динамическая теория информации. Изд. 5. URSS, 2017. – 304 с.
12. Стратонович Р.Л. Теория информации. – М.: Сов. радио, 1975. – 424 с.
13. Звягинцева А.В., Аверин Г.В. Построение уравнений состояний сложных систем на основе событийной оценки индикативных показателей // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Сер. Экономика. Информатика. 2016. №23(244), вып. 40. – С. 77–86.
14. Аверин Г.В. Системодинамика. – Донецк: Донбасс, 2014. – 405 с.
15. Звягинцева А.В. Вероятностные методы комплексной оценки природно-антропогенных систем / Под науч. ред. д.т.н., проф. Г.В. Аверина. – М.: Спектр, 2016. – 257 с.
16. AnAge: The Animal Ageing and Longevity Database. Available at: <http://genomics.senescence.info/species/> (accessed July 30, 2016).
17. База данных Федеральной службы государственной статистики. Регионы России. Основные социально-экономические показатели городов. URL: <http://www.gks.ru/> (30.07.2016).

**References (transliteration)**

1. Bekman I.N. Informatika. Kurs lekcij [Computer science. Lecture course]. Available at: <http://profbeckman.narod.ru/InformLekc.htm> (accessed July 30, 2016).
2. Puankare A. O nauke [About science] / Per. s franc, Moscow, Nauka, 1983, 560 p.
3. Falk G., Jung H. Axiomatic der Thermodynamik // Hdb. Phys. III/2, Berlin, 1959: 119–175.
4. Guhman A.A. Ob osnovanijah termodinamiki [About the thermodynamics bases]. Moscow, Jenergoatomizdat, 1986, 383 p. (in Russian).
5. Zviagintseva A.V., Averin G.V. O vzaimosvjazi statisticheskoj i informacionnoj jentropii pri opisani sostojanij slozhnyh sistem [The statistical information entropy relationship when describing the complex systems state] // Nauchnye vedomosti Belgorodskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Matematika. Fizika. 2016. no 20(241). Issue 44: 105–116. (in Russian).
6. Averin G.V., Konstantinov I.S., Zviagintseva A.V. O kontinual'nom podhode k model'nomu predstavleniju dannyh [About continual approach to model data presentation] // Vestnik komp'juternyh i informacionnyh tehnologij. 2016. no 10: 47–52. (in Russian).
7. Zviagintseva A.V., Averin G.V. Integrirovanie otdel'nyh mnogomernyh uravnenij Pfaffa, imejushhiv vazhnoe prikladnoe znachenie [Integration of separate multidimensional Pfaff equations having important applied value] // Nauchnye vedomosti Belgorodskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Matematika. Fizika. 2016. no 27(248). Issue 45: 102–114. (in Russian).
8. Shennon K.J. Raboty po teorii informacii i kibernetike [Works on information theory and cybernetics]. Per. s angl. Pod red. R.L. Dobrushina

- i O.B. Lupanova. Moscow, izd-vo in. lit-ry, 1963, 823 p.
9. Hartley R.V.L. *Peredacha informacii* [Information transfer], 1928: 5–35. V kn.: *Teoriya informacii i ee prilozhenija*. Per. s angl. Pod red. A.A. Harkevicha. Moscow, Fizmatgiz, 1959, 328 p.
  10. Kolmogorov A.N. *Teoriya informacii i teoriya algoritmov* [Information theory and algorithm theory]. Moscow, Nauka, 1987, 304 p. (in Russian).
  11. Chernavskij D.S. *Sinergetika i informacija: Dinamicheskaja teoriya informacii* [Synergetics and information: dynamic information theory]. Izd. 5. URSS, 2017, 304 p. (in Russian).
  12. Stratonovich R.L. *Teoriya informacii* [Information theory]. Moscow, Sov. radio, 1975, 424 p. (in Russian).
  13. Zviagintseva A.V., Averin G.V. *Postroenie uravnenij sostojanij slozhnyh sistem na osnove sobytijnoj ocenki indikativnyh pokazatelej* [The equations of conditions of complex systems on the indicative indicators event assessment basis] // *Nauchnye vedomosti Belgorodskogo gosudarstvennogo universiteta*. Ser. Jekonomika. Informatika. 2016. no 23(244). Issue 40: 77–86. (in Russian).
  14. Averin G.V. *Sistemodinamika* [Systemdynamics]. Doneck, Donbass, 2014, 405 p. (in Russian).
  15. Zviagintseva A.V. *Verojatnostnye metody kompleksnoj ocenki prirodno-antropogennyh sistem* [Probabilistic methods of a complex assessment of natural and anthropogenic systems] / Pod nauch. red. d.t.n., prof. G.V. Averina. Moscow, Spektr, 2016, 257 p. (in Russian).
  16. AnAge: The Animal Ageing and Longevity Database. Available at: <http://genomics.senescence.info/species/> (accessed July 30, 2016).
  17. Baza dannyh Federal'noj sluzhby gosudarstvennoj statistiki. Regiony Rossii. Osnovnye social'no-jekonomicheskie pokazateli gorodov. [Database of Federal State Statistics Service. Regions of Russia. Main social and economic indexes of the cities] Available at: <http://www.gks.ru/> (accessed July 30, 2016).

**Аверін Г.В., Костянтинів І.С., Звягинцева Г.В. «Принципи існування ентропії та збереження міри інформації в просторах станів складних систем».** *Аналізуються логічні аналоги фізичних понять – ентропії, як функції стану системи, і енергії, як міри руху, стосовно до багатовимірних просторів станів складних систем. Запропоновано методологічний підхід, який дозволяє теоретично та експериментально обґрунтувати справедливість принципів існування ентропії та збереження міри інформації для систем різної природи. Розроблено метод обробки та представлення кількісної інформації на основі спільного використання даних і подій. Особливістю методу є визначення ймовірностей подій одночасного спостереження значень сукупності змінних стану системи. Використання методу дає можливість ввести міру інформації, яка була би визначена на безлічі подій, виділених за цією ознакою. Наведено приклади отримання феноменологічних співвідношень у вигляді рівнянь станів, а також рівнянь збереження міри інформації для масивів експериментальних даних, які характеризують фізичну, біологічну та соціально-економічну системи.*

**Ключові слова:** *складні системи, темпоральні масиви даних, простір станів, міри інформації, феноменологічні методи опису даних, рівняння станів систем, принцип збереження міри інформації.*

**Averin G.V., Konstantinov I.S., Zviagintseva A.V. “The principles of entropy existence and information measure conservation in spaces of conditions of complex systems”.** *It is shown that in general case observations on a condition and action of complex systems can be presented by discrete selection of temporal data from continuous space of conditions which is simulated by the continuous information environment. It is offered to use information measures connected with continual ideas of the information environment for the description of such data. It is shown that for similar spaces of conditions there are information measures in the form of entropy and transergy. For many complex systems the equations of conditions and relations for information measure conservation can be found using the phenomenological methods which are widely applied in natural sciences. Such relations have specific features for each information space according to a certain system and for each combination of system attributive indicators. The offered approach allows to develop data description models and is different in acceptance of a following hypothesis. The scalar field of an empirical measure is existed in the form of probability of joint events of observation on indicator complex. The examples of obtaining the phenomenological relations in the form of equations of conditions are given. And also examples of information measure conservation for experimental data arrays characterizing physical, biological and social and economic systems are provided. The possibility of continual representation of spaces of conditions is defined by existing experimental data and can be checked on these data arrays. The applied relevance of scientific results is connected to a possibility of constructing the complex system models of different nature.*

**Keywords:** *complex systems, temporal data arrays, spaces of conditions, information measures, phenomenological methods of data description, equations of system conditions, information measure conservation laws.*

*Статья поступила в редакцию 10.08.2016  
Рекомендована к публикации д-ром техн. наук Ф.В. Недопекиным*

## Проектирование интерфейсной поддержки системы анализа информационной достоверности первичной информации о текущих состояниях объекта автоматизации

Достлев Ю.С., Раскидкин В.В.

Донецкий национальный технический университет  
cs\_yurij@donntu.org, vitya-raskidkin@mail.ru

*Достлев Ю.С., Раскидкин В.В. «Проектирование интерфейсной поддержки системы анализа информационной достоверности первичной информации о текущих состояниях объекта автоматизации». Рассмотрены особенности выполнения анализа достоверности первичной информации в системах автоматизации контроля и управления технологическими процессами. Основой проведения анализ является оценка текущих значений и изменений существенных параметров системы. Физической основой проведения оценки является информация в технологической и производственной базах данных. Технологическая формируется как регистрация параметров срабатывания всех датчиков интерфейса вычислителя с технологическим объектом. Для функциональной полноты регистрация параметров датчиков дополняется командами из интерфейса технологического персонала и параметрами текущей оценки изменений состояний объекта контроля. Производственная база данных содержит информацию о параметрах получаемой готовой продукции и регистрацию нарушений оптимальности или безопасности технологических процессов. Для выполнения анализа и оценки достоверности первичной информации разрабатывается специальная автоматизированная система. Во многом эффективность работы пользователя в среде системы зависит от рациональности проектирования интерфейса вычислительной среды с пользователем, поскольку основным режимом работы система анализа является диалоговый режим. Предложенная структура интерфейса пользователя с информацией о протекании технологических процессов и оценке их оптимальности. Рассмотрена реализация функций интерфейса на примере системы автоматизации раскроя проката в цехе блюминга. Рассмотренная реализация интерфейса позволяет эффективно выполнять анализ первичной информации на уровне оценки достоверности срабатываний датчиков в связи с параметрами и нарушениями оптимальности параметров готовой продукции.*

**Ключевые слова:** достоверность первичной информации, система реального времени, функции интерфейса пользователя, организация контроля первичной информации автоматизированной системы.

### Введение

Функционирование всех автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУ ТП) основывается на решении единой задачи реального времени. Единство задачи понимается как получение результатов решения алгоритмической задачи на основе четырех множеств значений параметров – аргументов:

- множество значений параметров, характеризующих текущие состояния объекта автоматизации;
- множество параметров из состава интерфейса технологического персонала;
- множество параметров учета состояния окружающей среды автоматизируемого объекта;
- множество параметров вычислительной среды алгоритмической – функциональной обработки предыдущих трех множеств в соответствии с принятой математической моделью процессов в объекте.

Таким образом, достоверность решения единой задачи зависит от информационной надежности всех составляющих первичной информации. При этом распределение вероятностей искажения отдельных групп первичной информации различны.

Множество параметров самой среды алгоритмической обработки является в большинстве константным или значения их формируются на основе функциональной обработки других групп параметров (в большинстве случаев на основе оценки текущих состояний объекта) – это внутренние параметры самой среды обработки. Все остальные группы параметров являются внешними по отношению к среде обработки и достоверность их зависит от двух факторов: ошибки на этапе непосредственной оценки передаваемого параметра и искажения на линиях передачи значений в среду обработки.

Наиболее защищены параметры, получаемые из интерфейса персонала,

поскольку поступление их в вычислительную среду основано на применении специальных технических средств взаимодействия с персоналом и организации взаимодействия, которые обладают высокими надежностными показателями.

Для большинства объектов автоматизации параметры окружающей среды являются второстепенными по сравнению с параметрами, контроля состояния всех составляющих автоматизируемых процессов в объекте.

Совокупность параметров оборудования, участвующего в технологических процессах, и параметры материальных составляющих, которые выступают в качестве основы воздействия на них используемого оборудования,

являются основой решения единой задачи контроля и управления процессами в автоматизируемом объекте. Таким образом, множество параметров, характеризующих текущие состояния объекта, включают параметры оценки состояния оборудования и параметров предметов преобразования (в зависимости от особенностей объекта это могут быть твердые, жидкие, газообразные материальные составляющие), параметры которых позволяют выполнять оценку оптимальности протекания технологических процессов, то есть оценки качества управления данным объектом (рис. 1).



Рисунок 1. – Структура первичной информации АСУ ТП о текущих состояниях процессов объекта

В конечном итоге качество решения задачи контроля и управления для большинства объектов зависит от уровня достоверности первичной информации о текущих состояниях процессов в объекте. Для повышения качества работы АСУ ТП в состав системы интегрируются подсистемы контроля информационной достоверности первичных данных о состоянии оборудования и процессов преобразования.

**Способы организации контроля достоверности первичной информации о состоянии объекта автоматизации**

Функции подсистемы контроля могут быть включены в динамический контур системы

или их реализация откладывается до пост анализа результатов работы АСУ ТП. Независимо от способа реализации функций подсистемы анализа для ее работы обязательным является поддержка базы данных включающей регистрацию всех параметров оценки текущих состояний объекта и результатов их оценки программной средой алгоритмической обработки системы.

В первом варианте приходится учитывать длительности выполнения функций анализа непосредственно на интервалах решения задач реального времени. При этом реализация контроля может быть возложена непосредственно на системное программное обеспечения сбора первичной информации от датчиков или на модули проблемной обработки

первичной информации. Достоинством динамического контроля является наилучшие показатели по обеспечению высокого уровня информационной надежности систем автоматизации.

В любом варианте динамический контроль уменьшает интервал времени выполнения проблемной обработки и это наиболее критично для АСУ ТП скоростных объектов с малыми значениями постоянных

времени, характеризующих параметры состояния системы. Поэтому динамическая реализация функций контроля требует особенно тщательного обоснования.

Анализ может быть организован на основе контроля технологических параметров или итоговых параметров оптимальности получаемых результатов работы всей АСУ ТП (рис. 2).

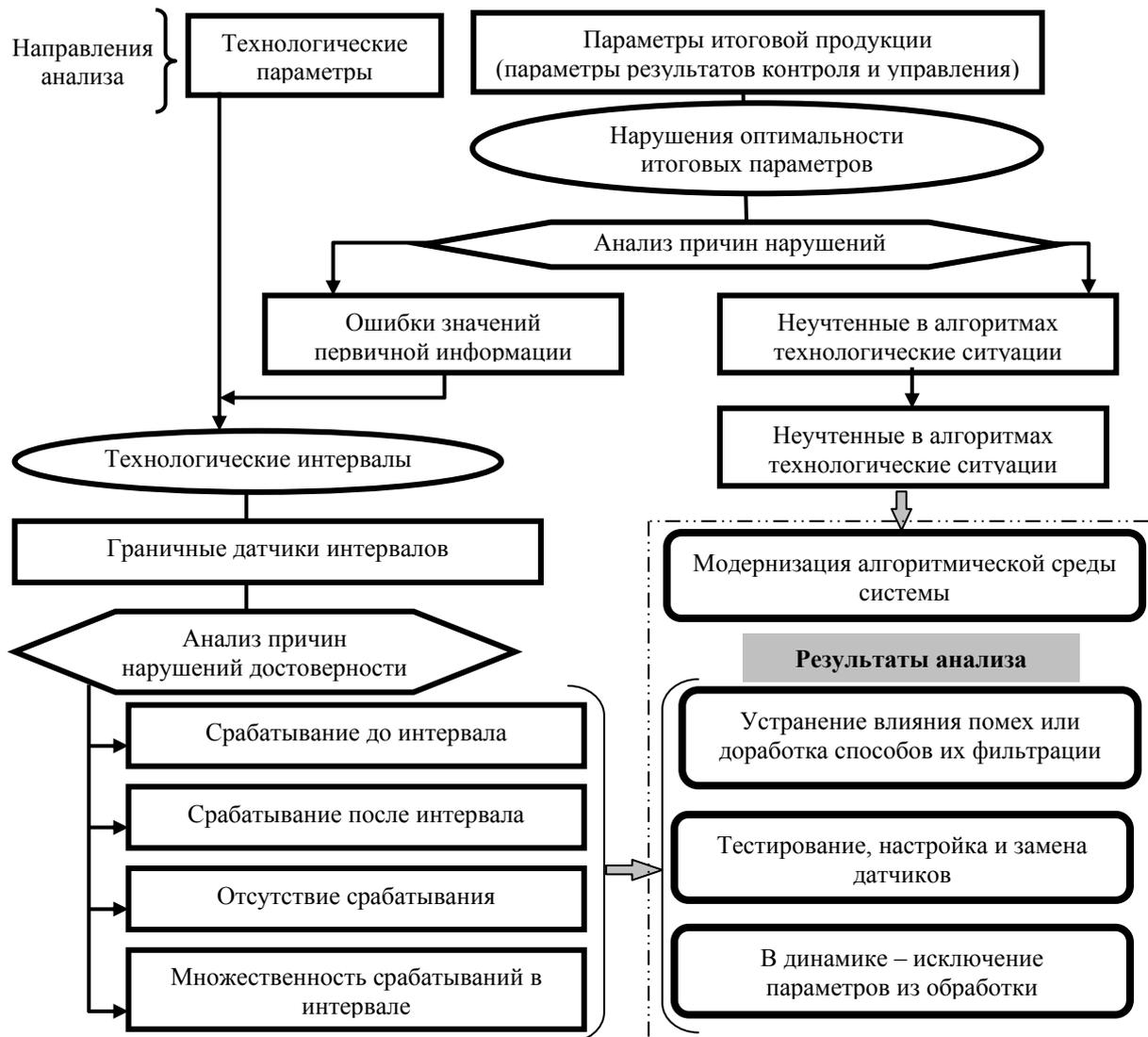


Рисунок 2. – Структура анализа информации о результатах работы системы с первичной информацией на основе параметров времени срабатывания дискретных датчиков:

-  – выбор информационных объектов анализа;
-  – реализация функций анализа достоверности первичной информации;
-  – возможная реализация результатов анализа первичной информации.

Пост анализ качества первичной информации реализуется вне циклов решения задач реального времени. Основой для его реализации является анализ множества информации о срабатывании датчиков первичной информации в совокупности с зарегистрированной информацией о реакции системы на соответствующие данные о текущих состояниях процессов на объекте. Программно – аппаратно анализ может быть реализован в системе в среде основных вычислителя или на специально выделенных рабочих местах.

Для динамического анализа в большинстве случаев более приемлемым является анализ уровня технологических параметров.

В первом случае это организация работы в фоновом режиме системы. В данном режиме появляется возможность использовать в анализе не только данные предыдущих интервалов работы системы, но и выполнять сравнения с текущими параметрами состояний системы. Ограничением реализации фонового анализа является использование в рамках единой среды вычислительных ресурсов для работы с базой данных и выполнением алгоритмов анализа.

Во втором случае анализ выполняется только на основании данных содержащихся в информационной базе системы с ограничением на минимальную длительность интервалов времени выполнения сравнений с текущими состояниями системы. Достоинством использования дополнительных рабочих мест для выполнения анализа является возможность использования любого множества специализированных программных сред и приложений математического или статистического анализа, что обеспечивает расширение функциональных возможностей и повышение достоверности системы анализа. В большинстве реализаций АСУ ТП выделение средств выполнения пост анализа первичной информации обязательно включаются в состав системы даже при необходимости применения динамического контроля. В этом случае пост анализ выделенными средствами готовит принятие обоснованных решений и алгоритмов для дальнейшего использования в составе средств динамического контроля.

Таким образом, разработка систем пост анализа достоверности первичной информации является актуальной при всех вариантах проектирования средств АСУ ТП.

### **Особенности источников нарушений достоверности первичной информации и возможные подходы к построению систем контроля**

Первичная информация оценки состояния процессов автоматизируемого объекта формируется на выходах множества датчиков и

по линиям интерфейса с управляющим вычислителем поступает в среду алгоритмической обработки. Снижение достоверности первичной информации может быть связано с ошибками или погрешностями срабатывания датчиков или с влиянием помех на линиях интерфейса объекта.

Снижение уровня влияния помех может быть обеспечено применением аппаратных решений в блоках сопряжения управляющего вычислителя с интерфейсом объекта.

Оценка достоверности первичной информации эффективно реализуется с применением двухстадийной оценки каждого из параметров.

На первой стадии выполняется оценка на диапазоны допустимости физических значений параметров. В большинстве случаев достаточным является контроль на диапазоны таких параметров, как: абсолютное значение; скорость и ускорение изменение значений параметра во времени. Для выполнения функций контроля достоверности на данном этапе из базы используются данные по конкретным отдельным датчикам с привязкой их значений к параметрам реального времени. По абсолютному значению параметра оценивается допустимость в границах физически возможных, а в соотношении с предыдущими значениями данного параметра (в предыдущих точках времени) допустимость физически возможной скорости изменения значения во времени относительно используемого множества предыдущих точек регистрации данного параметра. В зависимости от используемого числа предыдущих точек повышается достоверность контроля данного параметра в данной точке. В большинстве случаев достаточным является использование значений в двух предшествующих точках.

На второй стадии выполняется связанная оценка каждого из параметров с учетом расположения датчика в технологической последовательности контроля параметров состояния объекта. На этапе связанного контроля выполняется сравнительная оценка со значениями параметров датчиков сопряженных по технологической линии объекта. Эта оценка базируется на особенностях физики конкретных технологических процессов и может включать в себя контроль пространственной непрерывности значений параметров, ограничения на скорость изменения значений и так далее. В большинстве случаев достаточно выполнять связанный контроль с одним или двумя сопряженными параметрами.

Первая стадия контроля позволяет выявить, а в динамическом контроле и исключить или использовать один из способов получения экстраполированных значений для

текущей алгоритмической обработки. Таким образом выявляются недетерминированные воздействия помех и отказы в работоспособности датчиков или обрывы линий интерфейса.

Вторая стадия позволяет выявлять методические погрешности в работе датчиков, а также влияние помех, искажающих количественные значения параметров.

### **Организация контроля первичной информации в автоматизированной системе управления раскромки проката**

В составе системы управления раскромкой проката (СУРП) параметрами итоговой продукции являются параметры длин отрезанных штанг с минимизацией получаемых при раскромке отходов. Нарушение оптимизации раскромки включает получение в пакете штанг, длины которых выходят за диапазон товарного заказа или длины меньше технологически опасных значений. По различным причинам в ряде случаев возникают нарушения и в каждом случае необходим анализ с выявлением причин с возможностью исключения таких ситуаций в дальнейшем.

Для обеспечения возможности выполнения пост анализа в СУРП создаются база данных, включающая в себя регистрацию первичной информации, то есть срабатывания датчиков – технологические параметры, и параметры расчетного управления в совокупности с реально получаемыми длинами отрезанных штанг в пакете готовой продукции.

Для повышения эффективности и оперативности выполнения анализа

разрабатывается автоматизированная система анализа первичной информации (САПИ).

Функции САПИ позволяют с максимальной эффективностью предоставлять достоверную информацию для проведения анализа как на уровне технологических параметров, так на уровне параметров итоговой продукции. Основой для реализации функций САПИ является пользовательский экранный интерфейс в совокупности с множеством параметров базы данных СУРП.

Интерфейс с пользователем реализован в виде совокупности экранных окон в рамках Windows операционной системы.

Начальный экран позволяет назначить укрупненное значение анализируемого интервала времени – в САПИ выбран месяц. Физически это определяется выбором файла, определяющем месяц (рис. 3). Выбор реализован через таблицы дат выбираемого месяца. Таким образом одновременно определяется дата раскромки анализируемой продукции. На рисунке задан анализ за ноябрь 2014 года. Дата еще не назначена, и поле даты содержит в качестве примера значение даты 25.08.2017.

При запуске системы начальное значение месяца выбирается из настроечного (Ini) файла. Для удобства предоставляется возможность выбрать одну из последних дат, для которой в ближайшее время выполнялся анализ срабатывания датчиков – история (рис. 4).

В системе число строк в истории задается при инсталляции системы. На рисунке показано задание истории на две строки.

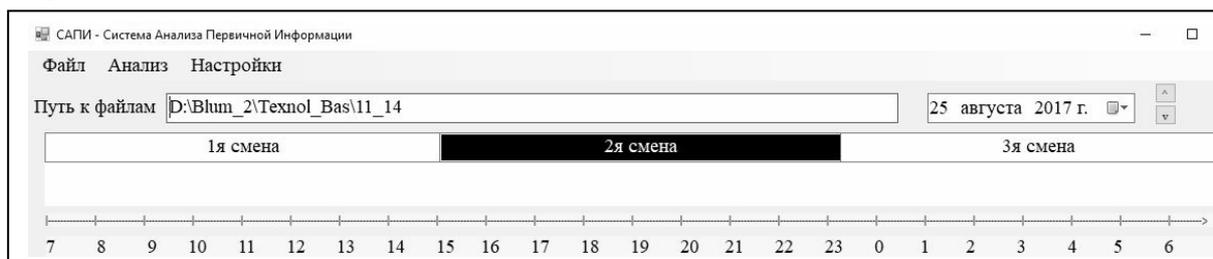


Рисунок 3. – Назначение файла для анализа – интервала в месяц результатов работы системы

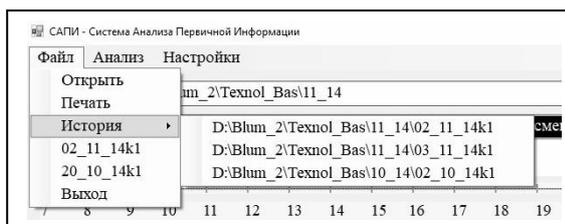


Рисунок 4. – Назначение файл – месяца из истории последних использованных

Для обеспечения возможности выполнять анализ по параметрам продукции или технологическим параметрам предусмотрена возможность назначения направления анализа через меню Анализ (рис. 5).

В режиме Плавка – объектом анализа выбирается пользователем путем назначения конкретного слиток в конкретной плавке,

В режиме Датчик – объектом анализа будет выступать оценка стабильности параметров срабатывания конкретного датчика на протяжении любого задаваемого интервала времени.

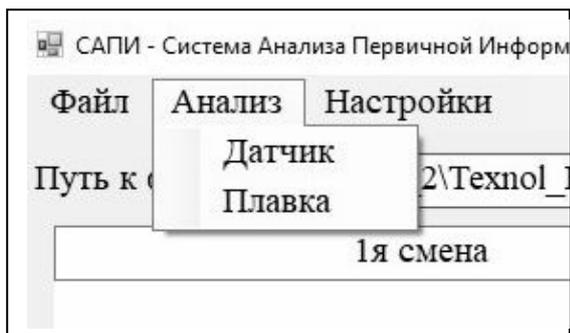


Рисунок 5. – Выбор направления анализа первичной информации

В большинстве случаев анализ приходится выполнять на основе зарегистрированных нарушений параметров продукции – это режим «Плавка».

При выборе режима анализа первичной информации во взаимосвязи с параметрами получаемой продукции, оптимальность раскрытия слитков на штанги, в соответствии с ранее определенной датой анализа результатов, система на основе имеющейся в технологической базе данных формирует содержание экрана в виде строки плавков за данные сутки (рис. 6).

Для удобства анализа с учетом технологических особенностей присущим различным видам готовой продукции (плавкам) строка формируется в виде последовательности областей соответствующих различным способам раскрытия плавков (стан 500; обводная линия).

Все области способов раскрытия привязаны к текущим интервалам времени раскрытия и рабочим сменам (три смены).

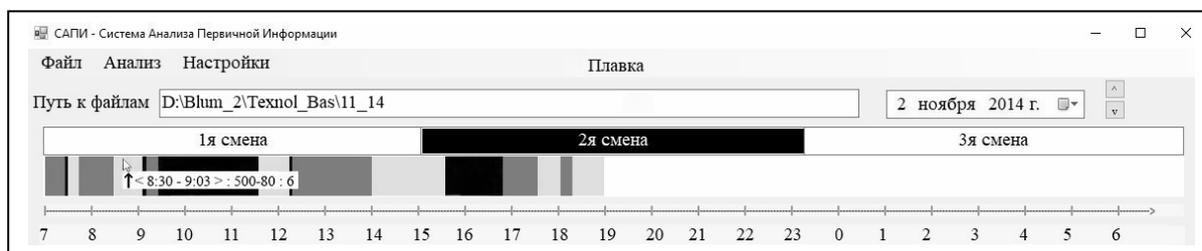


Рисунок 6. – Формат экрана при выполнении функции – выбор участка плавков

Выбор требуемой для анализа плавки выполняется указателем манипулятора мышь или клавишами клавиатуры. При перемещении указателя выбора для каждой области выводится обобщенная информация об области в формате:

<интервал времени раскрытия в данном режиме> : указатель стана раскрытия и уточнения

параметров раскрытия (500–80 / 500–100 / Обводная/ и так далее) : число плавков в данной области раскрытия.

После закрепления выбора одной из областей в данной строке остается указатель с параметрами выбранной области и ниже в окне открывается таблица с характеристикой раскрытия всех плавков данной области (рис. 7).

02.11.14 08:45:07	Плавка	KB80 02.11.2014 8:45:07 Непл 0 Сл= 12 Шт=243 СрДл=11,56 РезМН=0 Пж=0 Корот=0 Ср.дл.кор=0,00
02.11.14 08:56:29	Плавка	KB80 02.11.2014 8:56:29 Непл 0 Сл= 8 Шт=165 СрДл=11,54 РезМН=0 Пж=0 Корот=0 Ср.дл.кор=0,00
02.11.14 09:00:19	Плавка	KB80 02.11.2014 9:00:19 Непл 0 Сл= 1 Шт=14 СрДл=11,83 РезМН=0 Пж=0 Корот=0 Ср.дл.кор=0,00
02.11.14 09:01:00	Плавка	KB80 02.11.2014 9:01:00 Непл 0 Сл= 1 Шт=15 СрДл=11,75 РезМН=0 Пж=0 Корот=0 Ср.дл.кор=0,00
02.11.14 09:02:07	Плавка	KB80 02.11.2014 9:02:07 Непл 0 Сл= 1 Шт=16 СрДл=11,17 РезМН=0 Пж=0 Корот=0 Ср.дл.кор=0,00

Рисунок 7. – Формат экрана при выполнении функции – выбор конкретной плавки в области анализа

Строки поплавочной информации позволяют оценивать качество выполненного раскроя каждой из плавков и соответственно осуществлять обоснованный выбор объектов дальнейшего анализа. Это, как правило, плавки со слитками, раскрой которых был выполнен с нарушением оптимальности или безопасности.

Выбор плавки выполняется указанием активной строки, в примере это вторая плавка в области. После закрепления выбора плавки, информация о ней переписывается в верхнюю

строку специального трехстрочного поля, в котором будет содержаться на все время выполнения анализа информацию о выбранном объекте.

Одновременно с записью этой строки Окно плавков замещается строками данных о раскрое всех слитков выбранной плавки (рис. 8). Необходимо строкой активности назначить для анализа один из слитков (рис. 8).

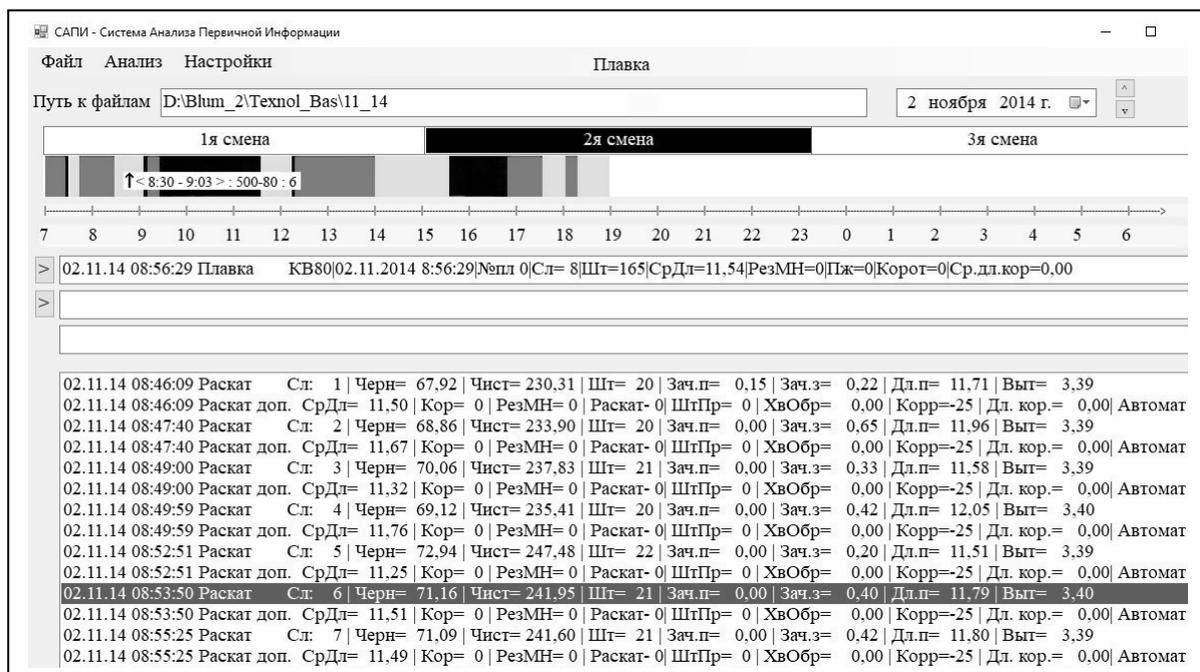


Рисунок 8. – Формат экрана при выполнении функции – выбор слитка в плавке для анализа нарушений его раскроя

На рисунке пример выбранного шестого слитка в плавке.

После закрепления выбранного слитка, итоговая информация о его раскрое переносится две нижние строки специального трехстрочного

поля, отображая таким образом конкретный производственный объект, раскрой которого назначается для анализа (рис. 9).

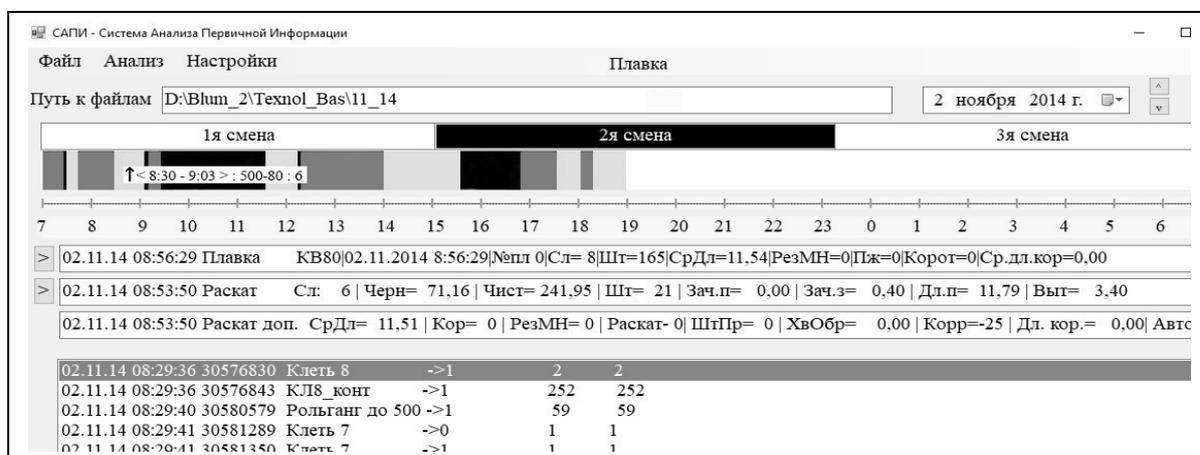


Рисунок 9. – Формат экрана – выбор датчика контроля параметров данного слитка в плавке

Одновременно с выбором слитка анализа открывается окно со списком срабатываний отдельных датчиков на основе первичной информации от которых выполнялись расчеты и управление раскроем данного слитка.

Содержание этого окна позволяет выполнить последний этап выбора объекта контроля – отдельного датчика. В системе раскроя оценка достоверности первичной информации от датчиков основывается на связанном анализе срабатываний датчиков в

технологической последовательности. Поэтому для анализа назначается последовательность из указанного датчика и следующего по линии движения раската по стану. На рисунке выбран датчик срабатывания клетки 8

После закрепления выбора датчика система предоставляет информацию о расчетной скорости раската на интервале между датчиками: клеть 8 – ФД (рис. 10)

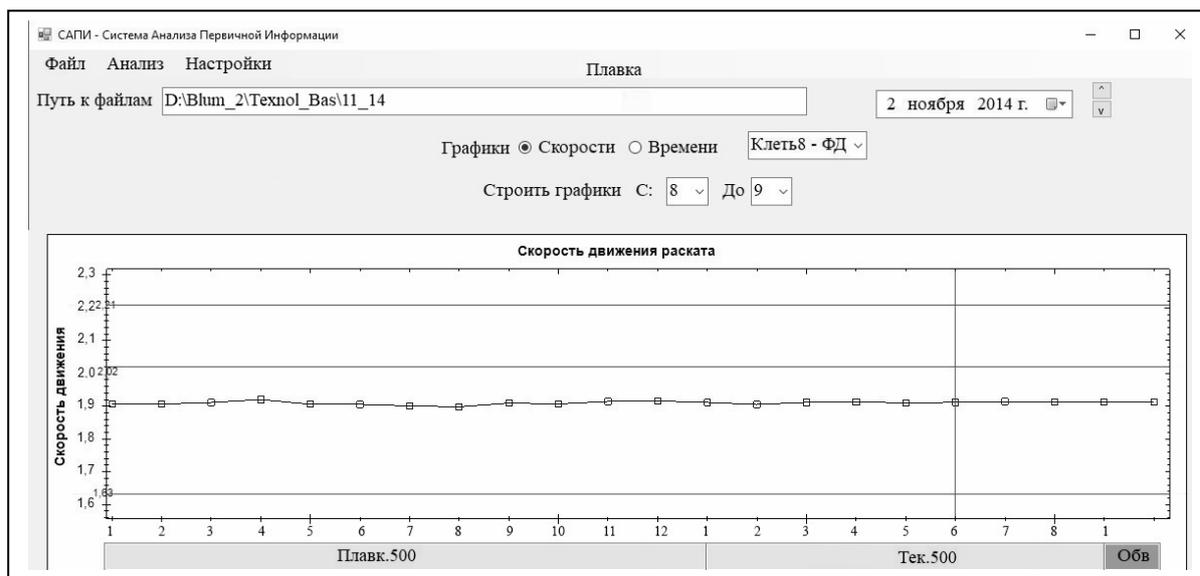


Рисунок 10. – Экран анализа параметров срабатывания датчиков назначенного технологического интервала для выбранного слитка плавки

Оценочная информация об изменении скорости движения раската на выбранном интервале предоставляется в виде удобного для анализа графика, на котором показаны расчетные значения скоростей для текущего раската и для сравнительного анализа для всех раскатов трех плавков: предыдущей; текущей с отметкой анализируемого слитка; последующей плавки. Дополнительно показаны линии максимально и минимально допустимых скоростей, а также линия среднего значения скорости на интервале трех плавков.

Информация о параметрах срабатывания датчиков формируется в отдельном окне с возможностью пользовательского переходов между окнами выборки и анализа параметров срабатывания датчика.

При выборе объекта контроля в режиме Датчик, предоставляется возможность выполнения анализа параметров скоростей на любом интервале размещения датчиков в технологической последовательности за любой интервал времени (рис.11). Система дополняет график на выбранном интервале времени соответствием выполняемого раскроя плавков.

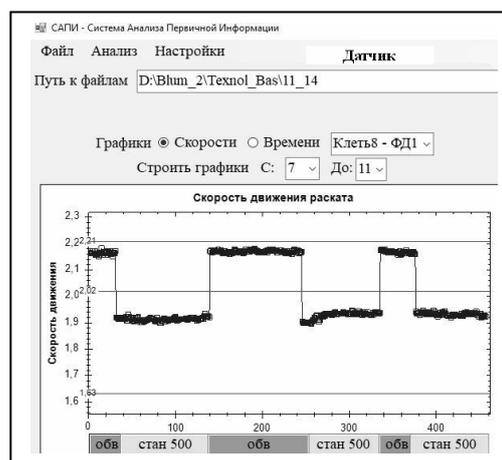


Рисунок 11. – Экран анализа параметров срабатывания датчиков на выбранном интервале времени

В таком режиме анализа наиболее удобно выявлять источники случайно возникающих сбоев датчиков, результатами которых могут быть внешние неблагоприятные воздействия или неисправности датчиков или линий связи.

**Выводы. Проектирование интерфейса диалогового общения пользователя со средствами системы анализа достоверности первичной информации систем автоматизации контроля и управления технологическими процессами**

Эффективный интерфейс систем анализа достоверности первичной информации проектируется на основе учета профессиональных особенностей производства итогового продукта автоматизируемым технологическим участком. Пользователь в системе анализа должен рассматриваться в первую очередь как автоматчик, а поэтому необходимо максимально упростить его общение с системой на уровне особенностей параметров готовой продукции.

На примере разработки интерфейса для СУРП блюминга это удастся достичь включением двух видов выбора объектов анализа.

**Список литературы**

1. Достлев Ю.С., Чередникова О.Ю. Событийная модель технологического объекта в системах реального времени. Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе. №1(8)–2(9), 2015. – С. 68–72.
2. Достлев Ю.С. Особенности формирования свойств модулей обработки периодических событий в системах реального времени. Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе. №1(6)–2(7), 2014. – С. 117–120.
3. Достлев Ю.С. Повышение информационной надежности оценки текущего состояния объекта автоматизации. Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе. №1(4)–2(5), 2013. – С. 96–99.
4. Лапко В.В., Чередникова О.Ю. Математическая модель переходных аэродинамических процессов в вентиляционных сетях с сосредоточенными и распределенными параметрами. Научные труды ДонНТУ, серия Проблемы моделирования и автоматизации проектирования динамических систем. №7(150), 2008. – С. 40–51.
5. Дж. Мартин. Программирование для вычислительных систем реального времени. – М.: Наука, 1975. – 359с.
6. Древис Ю.Г. Системы реального времени: технические и программные средства. – М.: МИФИ, 2010. – 320 с.
7. Сулейманова А.М. Системы реального времени: учебное пособие / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т. – Уфа, 2004. – 292 с.
8. Tanenbaum, A. Modern Operating Systems. Upper Saddle River, NJ: Pearson/Prentice Hall. 2008, 160 p.
9. Rabih Chrabieh. Task-less Approach Simplifies RTOS Architecture. Available at: <http://archive.cotsjournalonline.com/articles/view/100030> (accessed July 30, 2016).
10. Бурдонов И.Б. Операционные системы реального времени. URL: [http://www.ispras.ru/preprints/docs/prep\\_14\\_2006.pdf](http://www.ispras.ru/preprints/docs/prep_14_2006.pdf) (30.07.16).

**References (transliteration)**

1. Dostlev Y.S., Cherednikova O.Y. Sobotiynna model tehnologicheskogo objekta v sistemah realnogo vremeni // Sistemnyj analiz i informacionnye tekhnologii v naukah o prirode i obshchestve, no 1(8)–2(9). 2015: 68–72.
2. Dostlev Y.S. Osobennosti formirovaniya svoystv modulej obrabotki periodicheskikh sobytij v sistemah real'nogo vremeni [Features of formation properties of processing units periodic events in real-time systems] // Sistemnyj analiz i informacionnye tekhnologii v naukah o prirode i obshchestve, no 1(6)–2(7). 2014: 117–120.
3. Dostlev Y.S. Povyshenie informacionnoj nadezhnosti ocenki tekushchego sostoyaniya ob'ekta avtomatizacii [Improving of information reliability for assessment of the current state of the automation object] // Sistemnyj analiz i informacionnye tekhnologii v naukah o prirode i obshchestve, no 1(4)–2(5). 2013: 96–99.
4. Lapko V.V., Cherednikova O.Y. Matematicheskaya model' perekhodnykh aehrodinamicheskikh processov v ventilyacionnyh setyah s sosredotochennymi i raspredelennymi parametrami [A mathematical model of transient aerodynamic processes in ventilation systems with concentrated and distributed parameters] // Nauchnye trudy DonNTU, seriya Problemy modelirovaniya i avtomatizacii proektirovaniya dinamicheskikh sistem, no 7(150), 2008: 40–51.
5. Dzh. Martin. Programmirovaniye dlja vychislitel'nyh sistem real'nogo vremeni [Programming for real-time computing]. Moscow, Nauka, 1975, 359 p.
6. Drevis Y.G. Sistemy real'nogo vremeni: tehicheskie i programmnye sredstva. Moscow, MIFI, 2010, 320 p.
7. Sulejmanova A.M. Sistemy real'nogo vremeni: uchebnoe posobie / Ufimsk. gos. aviaz. techn. universitet. Ufa, 2004, 292 p.
8. Tanenbaum, A. Modern Operating Systems. Upper Saddle River, NJ: Pearson / Prentice Hall. 2008, 160 p.
9. Rabih Chrabieh. Task-less Approach Simplifies RTOS Architecture. Available at: <http://archive.cotsjournalonline.com/articles/view/100030> (accessed July 30, 2016).
10. Burdonov I.B. Operacionnye systemy real'nogo vremeni. Available at: [http://www.ispras.ru/preprints/docs/prep\\_14\\_2006.pdf](http://www.ispras.ru/preprints/docs/prep_14_2006.pdf) (accessed July 30, 2016).

*Достлев Ю.С., Раскидкин В.В. «Проектування інтерфейсної підтримки системи аналізу інформаційної достовірності первинної інформації про поточні стани об'єкта автоматизації». Розглянуто особливості виконання аналізу достовірності первинної інформації в системах автоматизації контролю та управління технологічними процесами. Основою проведення аналізу є оцінка поточних значень та змін істотних параметрів системи. Фізичною основою проведення оцінки є інформація технологічної та виробничої баз даних. Технологічна формується як реєстрація параметрів спрацьовування всіх датчиків інтерфейсу обчислювача з технологічним об'єктом. Для функціональної повноти реєстрація параметрів датчиків доповнюється командами з інтерфейсу технологічного персоналу та параметрами поточної оцінки змін стану об'єкта контролю. Виробнича база даних містить інформацію про параметри одержуваної готової продукції та реєстрацію порушень оптимальності або безпеки технологічних процесів. Для виконання аналізу та оцінки достовірності первинної інформації розробляється спеціальна автоматизована система. Багато в чому ефективність роботи користувача в середовищі системи залежить від раціональності проектування інтерфейсу обчислювального середовища з користувачем, оскільки основним режимом роботи системи аналізу є діалоговий режим. Запропонована структура інтерфейсу користувача з інформацією про протікання технологічних процесів і оцінки їхньої оптимальності. Розглянута реалізація функцій інтерфейсу на прикладі системи автоматизації розкрою прокату в цеху блюмінга. Розглянута реалізація інтерфейсу дозволяє ефективно виконувати аналіз первинної інформації на рівні оцінки достовірності спрацьовувань датчиків у зв'язку з параметрами та порушеннями оптимальності параметрів готової продукції.*

**Ключові слова:** *достовірність первинної інформації, система реального часу, функції інтерфейсу користувача, організація контролю первинної інформації автоматизованої системи.*

*Dostlev Y.S., Raskydkyn V.V. "Design of the interface support of the information reliability analysis system of the primary information about current states of automation object". Features of the analysis implementation of the primary information in the automation control system and control over technological processes are examined. The basis for the analysis is an evaluation of the current values and changes of the system essential parameters. Physical basis for the evaluation is information in technological and production database. Technological database is formed as a parameter triggering registration of all calculator interface sensors with technological object. For functional completeness, the parameter triggering registration is complemented by commands from the technological staff interface and parameters of current evaluation of the control object state changes for functional completeness. Production database contains information about parameters of the received finished products and registration of the violation of the optimality and safety of the technological processes. Special automated system is being developed for analysis accomplishment and evaluation of the reliability of the primary information. In many respects the efficiency of user's work in system environment depends on the design rationality of the computing environment interface with user, since the basic mode of operation of the analysis system is a dialog mode. The proposed user interface structure with information about the flow of technological processes and their optimality evaluation. The implementation of interface functions is examined using the example of the automation system for cutting the rolled products in the Blooming manufactory. The examined implementation of the interface allows efficient analysis of the primary information at the level of evaluation of the triggering sensors reliability due to parameters and finished product parameters optimality violations.*

**Keywords:** *reliability of the primary information, real-time system, user interface functions, organization of control of primary information of the automated system.*

Статья поступила в редакцию 30.08.2016  
Рекомендована к публикации канд. техн. наук А.В. Звягинцевой

## ***Раздел 4***

### ***Методическое обеспечение системного анализа***

*«Образ города имеет свою судьбу. Каждая эпоха порождает свое особое восприятие; смена эпох создает постоянно меняющийся – текучий образ города и вместе единый в чем-то основном, составляющем его сущность как органического целого».*

*Н.П. Анциферов,  
«Непостижимый город», 1921 г.*

## **Методика событийной оценки и результаты ранжирования стран, регионов и городов по комплексу показателей**

Звягинцева А.В.

Донецкий национальный технический университет

anna\_zv@ukr.net

*Звягинцева А.В. «Методика событийной оценки и результаты ранжирования стран, регионов и городов по комплексу показателей». Для решения прикладных задач социально-экономического развития предложена Методика событийной оценки и многопараметрического ранжирования стран, регионов и городов. Разработанная Методика основывается на выборе показателей и индикативных событий, свойственных изучаемой системе и наиболее полно отражающих ее состояние, использовании статистических баз данных, определении вероятностей событий и получении моделей для практических расчетов. В работе показано, что статистические вероятности индикативных событий, отражающих особенности в изменении и развитии конкретных объектов (систем), могут выступать как комплексные характеристики для оценки состояния этих объектов. На конкретных примерах продемонстрирована возможность установления связи вероятностей совместных событий наблюдения атрибутивных показателей с показателями состояния стран, регионов и городов. Разработаны количественные модели для оценки состояния различных государственных образований в виде статистических распределений индикативных событий. Модели отличаются универсальностью представления данных и могут быть ориентированы на описание массивов количественной информации, накопленной в базах данных муниципальной статистики, Федеральной службы государственной статистики и т.п. На конкретных примерах оценки состояния и темпов развития городов России, комплексной оценки благоустройства городских территорий, оценки состояния и развития регионов России по показателям человеческого развития, а также на примере сравнения стран Европы по экологическим показателям продемонстрирована возможность применения предложенной Методики для комплексной оценки объектов и их многопараметрического ранжирования. Полученные результаты позволяют оценить статус выбранного объекта среди множества объектов одного класса и предложить объективный подход к анализу разноплановой информации на основе изучения индикативных событий. Разработанная Методика может быть использована при комплексной оценке и многопараметрическом ранжировании различных видов природно-антропогенных систем, например, стран, регионов, городов, природно-промышленных комплексов и т.п., с учетом применения рациональной совокупности атрибутивных показателей. Полученные результаты позволяют построить объективную систему анализа состояния государственных образований и могут применяться при анализе приоритетов сбалансированного развития муниципальных районов и городских округов, изучении сценариев развития стран, областей и городов, а также выполнении комплексной оценки их состояния по совокупности показателей при планировании социально-экономического и территориального развития.*

**Ключевые слова:** комплексная оценка стран, регионов и городов; массивы статистических данных; индикативные совместные события и их вероятности.

## **Введение**

В конце XX века постепенно сложилась новая идеология регионального и городского планирования, при которой условия жизни в городах и населенных пунктах играют ключевую роль. По словам известного архитектора Ян Гейла «Мы формируем города, а города формируют нас» [1]. Именно поэтому процессы и воздействия, связанные с урбанизацией территорий, имеют в городском строительстве, жилищно-коммунальном хозяйстве и экологической безопасности особое значение. Промышленно-городские агломерации и города образуют сложные природно-антропогенные системы и являются главной инфраструктурной составляющей многих территорий. В 2007 году 50 % населения Земли проживало в городах, в 2014 – 53,6 %, к 2050 году доля городского населения составит 70 %. В городах создается 70 % мирового ВВП, при этом города потребляют 75 % общего производства электроэнергии, на их долю приходится до 70 % выбросов вредных и парниковых газов и почти 80 % образующихся отходов.

Сегодня четко видна глобальная тенденция, заключающаяся в том, что благосостояние регионов, уровень их жизни, степень технологического развития и общественная производительность труда тесно связаны с плотностью проживания населения. Поэтому в глобализованном мире рост городов неизбежен, так же как и прогрессирующая неравномерность в их развитии.

Комплексная оценка, прогнозирование и планирование развития регионов, городов и промышленно-городских агломераций, а также страны в целом является приоритетной целью государственного строительства. Одной из основных задач Федерального Закона «О стратегическом планировании в Российской Федерации» [2] является повышение качества прогнозов и комплексных оценок при планировании развития страны. Согласно закона процедуры планирования осуществляются как на разных уровнях управления (государственном, региональном, муниципальном, отраслевом), так и в различных аспектах развития – социально-экономическом, экологическом, технологическом, территориальном, инфраструктурном и т.д.

В настоящее время в процессе осуществления работ по планированию социально-экономического развития территориальных образований выполняются комплексные оценки, а также краткосрочные и среднесрочные прогнозы по социально-экономическим, финансовым, градостроительным и другим показателям [3–22]. В соответствии с «Методическими рекомендациями по заполнению формы и к разработке показателей прогнозов социально-экономического

развития субъектов Российской Федерации (форма 2П)» [3] оценка и прогнозирование осуществляется по 12 укрупненным блокам формы 2П, характеризующим различные аспекты развития объектов. В целом, процесс анализа охватывает порядка 320 показателей.

В то же время следует отметить, что комплексная оценка, а также прогнозирование состояния и развития городов, регионов и стран по множеству показателей остается пока достаточно сложной и специфической научной работой, поэтому не находит широкого практического применения. При этом именно практика показывает существенную потребность в научном, методическом и информационно-аналитическом обеспечении этого процесса.

Одной из важных составляющих комплексной оценки сложных систем является исследование состояний и процессов развития объектов на основе анализа характерных, индикативных или неблагоприятных событий.

Целью работы является разработка методики системного анализа состояния и развития стран, регионов и городов по комплексу показателей.

## **Принятая методология анализа данных**

Автором работы предложена Методика событийной оценки и ранжирования стран, регионов и городов на основе использования существующих статистических данных.

В процессе формализации задачи рассматривалось множество урбанизированных систем, представляющих собой совокупность однотипных объектов, которые объединены по признаку принадлежности к данному виду систем и которые можно считать объектами одного класса, например, города, районы, городские агломерации, области и т.д. Информация о состояниях таких объектов может быть представлена в виде темпоральных массивов данных, характеризующих процессы изменения и развития систем. Такие данные имеют структуру таблиц в виде матриц «объекты – показатели», причем множество таблиц упорядочено по времени, например, годам, месяцам и т.д. (рис.1). Для определенного объекта каждый показатель в темпоральном массиве данных будет представлен временным рядом из опытных точек, которые задаются с определенным временным лагом. Все статистические данные о социально-экономическом развитии городов, регионов и стран относятся к темпоральным данным.

Темпоральные данные в многомерных пространствах показателей объектов можно представить следующим образом.

В пространстве состояний, которое относится ко всему множеству объектов, каждый объект в определенный момент наблюдения находится в некотором состоянии и характеризуется совокупностью количественных показателей  $p_1, p_2, \dots, p_n$ . Состояния объектов изменяются с течением времени. Подобный общепринятый подход позволяет определить состояние объекта как совокупность его

наблюдаемых показателей, которые формируются под действием условий окружающей среды в конкретный момент времени. При этом состояние любого объекта в  $n$ -мерном пространстве в каждый момент времени будет отображаться многомерной точкой  $M$ , а процесс изменения состояния объекта во времени – многомерной кривой  $L$  (рис. 1).

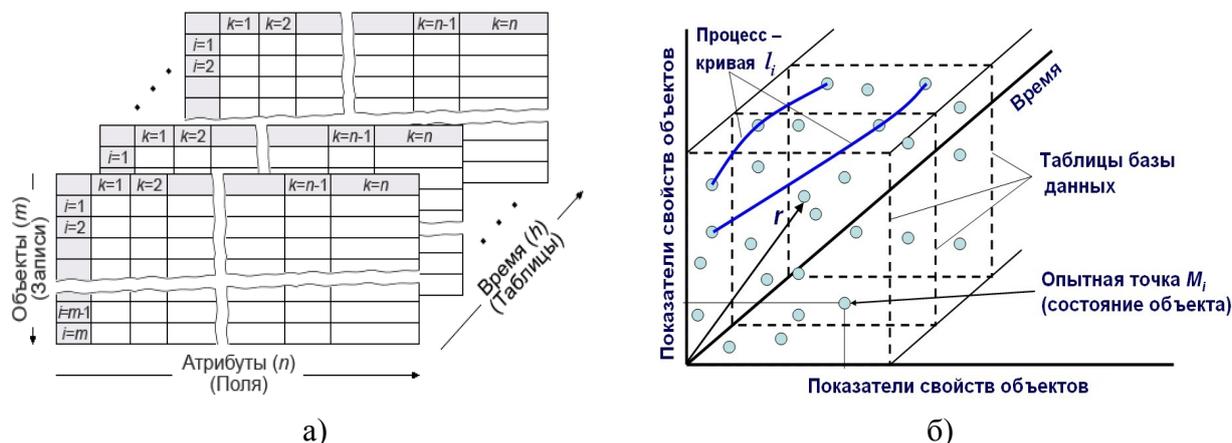


Рисунок 1. – Темпоральные массивы статистических данных, характеризующие изменения состояний объектов: а) структура темпоральных массивов данных; б) пространство состояний объектов

Будем считать, что информацию о состояниях объектов могут нести в себе как данные в виде показателей, так и различные факты в виде событий.

Особенностью предлагаемого подхода является принятие гипотезы, что существуют комплексные меры, характеризующие состояния объектов или систем в целом. Будем называть такие величины эмпирическими мерами состояний [23–25].

*Эмпирическая мера* – величина, устанавливаемая в опыте путем измерений и оценок и комплексно характеризующая состояние объекта в целом. Эта величина однозначно характеризует состояние системы в определенном аспекте, зависит от параметров атрибутивных свойств и не может быть одним из показателей изучаемой системы.

Исходя из сказанного выше, в общем виде исходная задача сводится к построению моделей описания данных для отдельных проблемно-ориентированных баз данных, имеющих многомерную темпоральную структуру. При построении комплексных моделей приняты следующие гипотезы:

- ✓ существует возможность представления информации темпорального массива как дискретной выборки данных опыта из многомерного пространства состояний;

- ✓ темпоральные данные могут формировать в пространстве состояний некий геометрический «образ», который может быть описан с помощью моделей или алгоритмов;

- ✓ феноменологический подход позволяет в многомерном пространстве описать данные с необходимой точностью и представить их в виде моделей в пространстве состояний.

При кластеризации для определения схожести состояний объектов составляют вектор показателей каждого объекта, после чего вводят метрики (меры) схожести.

Обработка информации во многом основана на вероятностных закономерностях, характерных для процессов и явлений. Поэтому в качестве эмпирической меры в работе принята величина (пробит), однозначно связанная с вероятностью индикативных событий, свойственных изучаемому массиву данных.

При оценке изменения состояний сложных объектов можно выделить, по крайней мере, три вида событий:

- ✓ простые события, связанные с фактами наблюдения одного определенного свойства объекта (показатели объектов  $p_k$ );

- ✓ совместные события, связанные с фактами наблюдения некоторых свойств объекта в совокупности (несколько показателей объектов  $p_k$ );

- ✓ сложные события, связанные с фактами наблюдения определенной характеристики, которая причинно-следственно зависит от свойств объектов.

Для перечисленных выше видов событий по темпоральным данным можно осуществить непосредственный подсчет вероятностей распределения данных.

Таким образом, связь между данными и событиями может быть реализована с помощью эмпирического определения многомерных функций распределения вероятностей событий. Данное допущение обосновано свойством устойчивости относительных частот событий и существованием функций распределений вероятностей случайных величин для многих процессов и явлений.

В данном исследовании под вероятностью состояния объекта (некоторого состояния  $M$ ) рассматривалась вероятность совместного события наблюдения нескольких атрибутивных показателей состояния, под которыми понимаем наиболее важные показатели. Данное событие будем считать *индикативным*.

Предположим, что существует вероятность данного события, которая может быть определена или теоретическим путем, или эмпирически по выборке данных, полученных в наблюдениях, проведенных за всеми объектами изучаемой системы. Обычно статистические вероятности для этого события могут быть найдены эмпирически с использованием различных алгоритмов сортировки, группировки и подсчета частот благоприятных событий в общей выборке всех наблюдений. В данном случае применялся метод непосредственного подсчета апостериорных вероятностей событий [23, 24, 26] по имеющимся статистическим данным (например, по [27–41]).

Используемые алгоритмы оценки вероятностей совместных событий наблюдения значений двух и трех показателей, а также скрипты определения их вероятностей приведены в работах [23, 24, 26, 42]. Статистическая вероятность таких событий  $w$  определялась алгоритмически путем разбиения всего наблюдаемого для облака точек  $M_i$  пространства на прямоугольники (при двух показателях) или параллелепипеды (при трех показателях). Для этого длина всего диапазона наблюдаемых значений переменных от минимального до максимального делилась на одинаковое количество интервалов группирования и, в образованных таким образом геометрических фигурах, подсчитывалось количество находящихся точек. Относительные частоты определялись делением числа этих точек на количество всех изучаемых объектов одного класса (городов, регионов, стран и т.д.). Статистическая вероятность  $w$  подсчитывалась кумулятивно во всей группе объектов (159 городов и 81 регион России, 52 страны Европы, 169 стран мира и т.д.). Второй алгоритм предполагал подсчет количества точек в геометрических фигурах, образованных каждой экспериментальной точкой, которая принималась за крайнюю правую вершину прямоугольника или параллелепипеда. Оба алгоритма дали близкий по численным значениям результат.

Исходя из сформулированных принципов, подходов и гипотез, которые положены в основу разработки теории событийной оценки [24, 25, 42–46], методика выполнения обработки

данных в каждом конкретном случае включает следующие этапы [24, 25, 43–48]:

✓ составляется темпоральный массив данных в виде показателей и индикаторов для определенной природно-антропогенной или урбанизированной системы. Считается, что опытные точки из этой базы данных являются ограниченной выборкой наблюдений из некоторой генеральной совокупности состояний однотипных объектов, представленных в виде анализируемого множества;

✓ определяется перечень атрибутивных показателей  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , которые наиболее полно характеризуют состояния изучаемых объектов. Атрибутивные показатели определяются сложившимися в научном сообществе представлениями о поведении изучаемой системы, корреляционным анализом данных или другими методами установления наиболее значимых показателей;

✓ формулируются совместные события одновременного наблюдения атрибутивных показателей, которые однозначно характеризуют состояния изучаемой системы. Алгоритмически по имеющимся данным оцениваются вероятности таких событий;

✓ исследуются особенности и закономерности изучаемой системы, предлагаются гипотезы и разрабатываются способы определения комплексного индекса  $T$  (меры схожести состояний), как функции, формирующей математическую среду моделирования;

✓ устанавливаются регрессионные зависимости, характеризующие связь вероятности состояния объектов с комплексным индексом и основными показателями;

✓ после разработки методов оценки комплексного индекса и статистической вероятности состояния объектов находятся феноменологические величины  $c_k$ , характеризующие процессы изменения состояний для изучаемого вида сложной системы, исходя из регрессионного анализа данных и на основе применения метода пробит-анализа [49];

✓ формулируются практические методы событийной оценки и многопараметрического ранжирования природно-антропогенных систем. Определяются функции состояния (энтропии и потенциала), которые представляют собой многомерные поверхности уровня и координатные линии в преобразованном пространстве состояний;

✓ осуществляются практические расчеты для тестовых примеров, разрабатываются модели событийной оценки для отдельных видов систем, устанавливаются закономерности и особенности процессов, оценивается риск характерных событий, исходя из определения их вероятности и установления связей между вероятностями различных событий;

✓ создаются практические методики для событийной оценки конкретных видов урбанизированных систем.

При расчетах энтропия определяется по формулам [23–26, 42–48]:

$$w = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\text{Pr}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt; \quad \text{Pr} = c_0 + s;$$

$$s = c_1 \ln \frac{p_1}{p_{1_0}} + c_2 \ln \frac{p_2}{p_{2_0}} \quad \text{или}$$

$$s = c_1 \ln \frac{p_1}{p_{1_0}} + c_2 \ln \frac{p_2}{p_{2_0}} + c_3 \ln \frac{p_3}{p_{3_0}}, \quad (1)$$

где Pr (пробит) – инверсная функция нормального распределения со средним, равным нулю и дисперсией, равной единице;  $w$  – статистическая вероятность совместного события наблюдения показателей  $p_1, p_2$  или  $p_1, p_2, p_3$ , определенная алгоритмически;  $s$  – энтропия состояния объектов;  $c_0, c_1, c_2, c_3$  – эмпирические константы, определяемые регрессионным анализом;  $p_1, p_2, p_3$  – значения выбранных показателей;  $p_{i_0}$  – опорные (минимальные, максимальные, средние) значения показателей.

В свою очередь потенциал пространства состояний определяется по формулам [23–26, 42–48]:

$$P = \frac{p_1^2 - p_{1_0}^2}{c_1 p_{1_0}^2} + \frac{p_2^2 - p_{2_0}^2}{c_2 p_{2_0}^2};$$

$$P = \frac{p_1^2 - p_{1_0}^2}{c_1 p_{1_0}^2} + \frac{p_2^2 - p_{2_0}^2}{c_2 p_{2_0}^2} + \frac{p_3^2 - p_{3_0}^2}{c_3 p_{3_0}^2}, \quad (2)$$

где  $p_i$  – значения выбранных для анализа показателей;  $c_i$  – эмпирические константы.

На основе зависимостей (1) и (2) в пространстве наблюдаемых состояний объектов можно построить криволинейные координаты, которые определяют некоторое поле направлений, отражающее среднестатистические тенденции в развитии всего класса объектов. Зависимости для модельного описания данных основываются на определении функций состояния системы – энтропии и потенциала. Энтропия и потенциал приняты в качестве обобщенных критериев для комплексной оценки состояния объектов в многомерном пространстве по выбранным показателям состояния и развития объектов, например, в социально-экономической сфере, в области городской инфраструктуры, техногенной деятельности, транспорта и жилищно-коммунального хозяйства, общественной безопасности, в сфере производства и потребления, в области охраны окружающей природной среды или состояния природных ресурсов. Наиболее важной особенностью энтропии и потенциала является то, что данные величины являются функциями состояния, а также то, что энтропия и потенциал отличаются свойством аддитивности. Энтропия будет определять направление процесса развития объекта в поле направлений развития системы в целом, а потенциал – принадлежность состояния объекта некой поверхности уровня, ортогональной

линиям энтропии. На основе значений потенциала осуществляется ранжирование объектов.

Учитывая выбранные атрибутивные показатели, входящих в базу данных, задаются различные комплексные индексы в виде аналитической функции  $T = T(p_1, p_2, \dots, p_n)$ . В дальнейшем их окончательный выбор осуществляется исходя из применения вариативных расчетов и критериев наилучшего приближения опытных данных. Скалярное поле комплексного индекса в пространстве состояний формирует среду моделирования для изучаемой системы. Комплексный индекс состояния системы  $T = T(p_1, p_2, \dots, p_n)$  может быть представлен в виде функциональных зависимостей относительно всех  $n$  показателей: мультипликативными, мультипликативно-степенными, в виде среднего геометрического или среднегеометрического взвешенного, экспертными или иными зависимостями. Так как изучается распределение статистической вероятности, то в данном случае комплексный индекс предложено определять в виде меры относительных изменений:

$$T = \frac{p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_n}{p_{1_0} \cdot p_{2_0} \cdot \dots \cdot p_{n_0}}, \quad (3)$$

где  $p_{k_0}$  – некие опорные (минимальные, максимальные, средние, пороговые, допустимые и т.д.) значения наблюдаемых величин  $p_k$  ( $k = 1, \dots, n$ ). Зависимости (1) и (2) получены для данного вида комплексного индекса (3).

Выбор опорных значений является важным, т.к. задает объект с нулевым потенциалом, относительно которого проводится сравнительный анализ.

При изучении различных аспектов развития объектов с целью эффективности анализа информации обработка данных и поиск закономерностей осуществляется по группам от двух-трех до пяти показателей, т.е.  $n \in [2 \div 5]$ . При этом необходимо стремиться к тому, чтобы используемые атрибутивные показатели отличались информативностью, значимостью и вариабельностью, и в совокупности были достаточны для комплексного описания состояния системы в определенном ее аспекте.

Зависимости (1) и (2) использовались в процессе ранжирования городов и регионов России. Зависимость (3) применялась для задания комплексного индекса  $T$ . В качестве опорных величин принимались минимальные значения показателей  $p_{i_0} = p_{i \min}$  в группе объектов (в столбце данных), которые наблюдались в 2003 году.

Качество полученных зависимостей определялось по степени соответствия расчетных и опытных данных. Для этого оценивались значения коэффициентов корреляции, значимости регрессионных уравнений по критерию Фишера и проводится анализ адекватности модели по остаткам.

### Вероятностные модели для комплексной оценки городов

На основе данных Федеральной службы государственной статистики [27] сформирован массив данных, характеризующих состояние экономики, социальной и жилищно-коммунальной сферы городов с населением свыше 100 тыс. человек (всего 159 городов).

Для каждого города использовалась информация по 63 показателям, которые входят в 11 групп статистической информации:

- ✓ общие социально-экономические показатели (10 показателей);
- ✓ демография (5 показателей);
- ✓ трудовые отношения (3 показателя);
- ✓ уровень жизни населения и социальная сфера (17 показателей);
- ✓ основные фонды (4 показателя);
- ✓ предприятия и организации (1 показатель);
- ✓ добыча полезных ископаемых, обрабатывающие производства, производство и распределение электроэнергии, газа и воды (5 показателей);
- ✓ строительство (8 показателей);
- ✓ городской пассажирский транспорт (4 показателя);
- ✓ торговля (4 показателя);
- ✓ инвестиции (2 показателя).

Имеющиеся данные охватывали период времени с 2003 по 2015 годы.

Определение основных показателей для описания массива данных основывалось на рекомендациях специалистов, исследовавших процессы урбанизации, изучении варибельности показателей, анализе корреляционных связей между показателями и вероятностями событий наблюдения значений данных показателей, использовании информационных критериев и т.д. Показатели, имеющие слабую изменчивость с течением времени (вариабельность), не рассматривались как атрибутивные. Корреляционные связи между значениями показателей и вероятностями событий наблюдения соответствующих показателей исследовались на основе анализа многомерных корреляционных матриц. В результате выполненных работ из множества показателей ([27], табл. 1), характеризующих состояние и развитие городов, отобрано 19, которые при построении моделей событийной оценки рассматривались как переменные состояния (10 показателей в сфере ЖКХ и строительства городов и 9 социально-экономических показателей):

- ✓ численность населения  $p_1$ , тыс. чел.;
- ✓ среднегодовая численность работников организаций  $p_9$ , тыс. чел.;
- ✓ среднемесячная номинальная начисленная заработная плата  $p_{11}$ , руб.;
- ✓ наличие основных фондов организаций  $p_{21}$ , млн. руб.;

✓ ввод в действие основных фондов  $p_{22}$ , млн. руб.;

✓ объем отгруженных товаров собственного производства, выполненных работ и услуг собственными силами по виду экономической деятельности «Обрабатывающие производства»  $p_{26}$ , млн. руб.;

✓ объем работ, выполненных по виду деятельности «Строительство»  $p_{28}$ , млн. руб.;

✓ оборот розничной торговли  $p_{30}$ , млн. руб.;

✓ инвестиции в основной капитал  $p_{31}$ , млн. руб.;

✓ объем работ в жилищном строительстве, млн. руб.;

✓ ввод в действие жилых домов, тыс. м<sup>2</sup> общей площади;

✓ инвестиции в строительстве, млн. руб.;

✓ площадь жилых помещений, приходящая в среднем на 1 жителя, м<sup>2</sup>;

✓ доля площади зеленых насаждений в общей городской площади;

✓ доля замощенных частей улиц в их общей протяженности;

✓ доля освещенных частей улиц в их общей протяженности;

✓ протяженность тепловых сетей, км;

✓ протяженность водопроводных сетей, км;

✓ протяженность канализационных сетей, км.

В результате статистической обработки данных о состоянии и развитии городов установлено, что приведенные выше показатели имеют значимые взаимосвязи со многими наблюдаемыми показателями и могут быть скомпонованы в группы, в которых одновременное наблюдение соответствующих (нескольких атрибутивных) показателей можно рассматривать как сложные совместные события, отражающие особенности городов по определенным аспектам их развития.

Группа показателей (*группа 1*), охватывающая три показателя: численность работников организаций  $p_9$ , среднемесячную заработную плату  $p_{11}$  и инвестиции в основной капитал  $p_{31}$ , отражала состояние и развитие городов по факту возможности ведения различных видов социально-экономической деятельности. Объединенные в одну группу показатели (*группа 2*): объем товаров и услуг промышленного производства  $p_{26}$ , объем работ, выполненных в строительстве  $p_{28}$ , оборот розничной торговли  $p_{30}$  определяли экономический потенциал развития городов. В свою очередь, группа показателей (*группа 3*), состоящая из показателей: численность населения  $p_1$ , наличие основных фондов организаций  $p_{21}$  и ввод в действие основных фондов  $p_{22}$ , характеризовала аспект демографического и инфраструктурного состояния и развития городов.

Таблица 1. – Показатели и статистические характеристики городов России с населением свыше 100 тысяч человек

№ п.п.	Показатель	Кол-во городов	Среднее значение	Минимум	Максимум	$\sigma$	Эмпирическое распределение	
1	Численность населения, тыс. чел.	178	418,4	4,80	12108	997,1	$Pr = -6,843 + 1,252 \ln p_1; \kappa = 0,992$	
2	Число родившихся на 1000 чел. населения	178	13,1	3,40	25	2,5	$Pr = -15,353 + 6,037 \ln p_6; \kappa = 0,997$	
3	Число умерших на 1000 чел. населения	178	12,0	0,50	20	3,1	$k = 0,992; Pr = 2,281 + 0,998 s;$ $s = -6,08 \ln p_7 + 2,08 \ln^2 p_7$	
4	Миграционный прирост, убыль (-) населения, чел.	178	2642,6	-3377,00	108800	9152,5	$Pr = -5,606 + 0,79 \ln p_8; \kappa = 0,987$	
5	Среднегодовая численность работников организаций, тыс. чел.	178	133,2	2,20	4701	387,5	$Pr = -4,587 + 1,104 \ln p_9; \kappa = 0,996$	
6	Численность признанных безработными, чел.	174	1346,2	9,40	24500	2368,7	$Pr = -8,123 + 1,225 \ln p_{10}; \kappa = 0,993$	
7	Среднемесячная номинальная начисленная зарплата, руб.	178	32082,8	16111,10	81533	12157,4	$Pr = -38,432 + 3,736 \ln p_{11}; \kappa = 0,993$	
8	Средний размер назначенных месячных пенсий, руб.	176	10805,8	101,00	28644	2716,4	$Pr = -46,204 + 4,978 \ln p_{12}; \kappa = 0,956$	
9	Численность пенсионеров, тыс. чел.	174	115,6	0,20	2836	243,4	$Pr = -5,354 + 1,264 \ln p_{13}; \kappa = 0,994$	
10	Общая площадь жилых помещений, приходящаяся в среднем на одного чел., м <sup>2</sup>	178	23,0	12,50	49	3,8	$Pr = -25,322 + 8,153 \ln p_{14}; \kappa = 0,989$	
11	Число дошкольных образовательных организаций	177	84,8	1,00	1097	123,7	$Pr = -5,086 + 1,265 \ln p_{15}; \kappa = 0,996$	
12	Число детей в дошкольных образов. организац., тыс. чел.	178	28,4	0,30	1738	133,8	$Pr = -3,104 + 1,256 \ln p_{16}; \kappa = 0,997$	
13	Численность врачей на 10000 чел. населения, чел.	172	57,9	17,70	138	25,9	$Pr = -10,060 + 2,528 \ln p_{17}; \kappa = 0,986$	
14	Число больничных организац.	172	16,2	1,00	207	21,1	$Pr = -2,749 + 1,234 \ln p_{18}; \kappa = 0,969$	
15	Число зарегистрированных преступлений	171	6885,5	73,00	175000	14689,7	$Pr = -10,837 + 1,281 \ln p_{19}; \kappa = 0,964$	
16	Выявлено лиц, совершивших преступления, чел.	170	2445,0	33,00	37151	3602,7	$Pr = -9,106 + 1,236 \ln p_{20}; \kappa = 0,997$	
17	Наличие основных фондов организаций, млн. руб.	178	275204,1	1980,80	9633474	7858194	$Pr = -10,222 + 0,891 \ln p_{21}; \kappa = 0,994$	
18	Ввод в действие основных фондов, млн. руб.	178	34435,6	174,80	1419107	120060,6	$Pr = -8,423 + 0,909 \ln p_{22}; \kappa = 0,978$	
19	Число предприятий и организаций	178	21949,3	158,00	1173170	92657,4	$Pr = -7,881 + 0,897 \ln p_{23}; \kappa = 0,995$	
20	Число перевезенных автобусами за год пассажиров, млн. чел.	102	153,6	0,20	11990	1190,9	$Pr = -1,818 + 0,904 \ln p_{24}; \kappa = 0,991$	
21	Объем отгруженных товаров, выполненных работ и услуг собственными силами, млн. руб.:	добыча полезных ископаемых	71	38882,8	9,50	1330198	163353,1	$Pr = 12,817 + 1,01s;$ $s = -2,96 \ln p_{25} + 0,177 \ln^2 p_{25}; \kappa = 0,998$
обрабатывающие производства		174	100128,3	3,90	3761464	329350,7	$Pr = -10,72 + 1,07 \ln p_{26}; \kappa = 0,979$	
производство и распределение электроэнергии, газа и воды		174	16682,3	10,80	561464	45605,6	$Pr = -9,652 + 1,071 \ln p_{27}; \kappa = 0,990$	
24	Объем работ, выполненных по виду деятельности «Строительство», млн. руб.	170	14447,6	22,40	674277	60173,0	$Pr = -7,367 + 0,890 \ln p_{28}; \kappa = 0,996$	
25	Ввод в действие жилых домов, тыс. м <sup>2</sup> общей площади	174	239,0	6,10	3146	377,5	$Pr = -4,722 + 0,974 \ln p_{29}; \kappa = 0,983$	
26	Оборот розничной торговли, млн. руб.	177	52679,1	12,20	4016987	308888,7	$Pr = -8,045 + 0,853 \ln p_{30}; \kappa = 0,988$	
27	Инвестиции в основной капитал, млн. руб.	177	33064,3	631,40	1412086	112864,2	$Pr = -8,483 + 0,903 \ln p_{31}; \kappa = 0,992$	

$\sigma$  – среднее квадратичное отклонение;  $k$  – коэффициент корреляции;  $Pr$  – пробит вероятности

В сфере градостроительства и ЖКХ в качестве переменных состояния приняты соответственно следующие показатели:

✓ строительство: объем работ, выполненных по виду деятельности «Строительство», общая площадь жилых помещений, приходящаяся в среднем на одного жителя, ввод в действие жилых домов (*группа 4*);

✓ благоустройство: площадь жилых помещений, приходящаяся в среднем на 1 жителя, доля площади зеленых насаждений в общей городской площади, доли замощенных и освещенных частей улиц (*группа 5*);

✓ инженерное обеспечение: протяженности тепловых, водопроводных и канализационных сетей (*группа 6*).

Выполненный анализ показал, что практически во всех случаях значения показателей городов Москва и Санкт-Петербург можно рассматривать как аномальные наблюдения по отношению к основной группе городов России, что вполне естественно, если исходить из особенностей данных городов. Анализ средних, максимальных и минимальных значений основных показателей, а также среднеквадратичного отклонения указывает на существенную неоднородность и значительный разброс значений социально-экономических показателей для городов России (табл. 1).

Изучение вероятностных распределений данных для основных показателей (табл. 1) показывает, что наблюдаются чаще всего зависимости, близкие к логарифмически-нормальным распределениям. Для всех случаев методом пробит-анализа [49] были установлены одномерные эмпирические распределения, которые отличаются между собой углом наклона прямой в координатах пробит – логарифм показателя. Большинство эмпирических распределений в данных координатах представляются линейными зависимостями с высокими коэффициентами корреляции. Только для двух показателей (число умерших  $p_7$  и добыча полезных ископаемых  $p_{25}$ ) найдены более сложные зависимости параболического вида, зависящие от логарифма показателя.

Полученные одномерные эмпирические распределения можно использовать для определения вероятностей совместных событий наблюдения нескольких показателей, если исходные более простые события рассматривать как независимые. В противном случае соответствующие вероятности следует определять алгоритмически по опытным данным.

Комплексная оценка объектов исследования проводилась на основе выделения индикативных совместных событий, характеризующих состояние городов. Для построения уравнений состояний объектов в виде вероятностных распределений применена предложенная методика оценки вероятности значимых

событий [23, 24], которая вкратце была изложена в разделе «Принятая методология анализа данных» соответствующей статьи. В качестве основного индикативного события, характеризующего состояние города в определенном аспекте, принято совместное событие одновременного наблюдения нескольких атрибутивных показателей. Статистическая вероятность совместных событий определялась алгоритмически [23–26, 42–48]. Статистическая вероятность  $w$  подсчитывалась кумулятивно во всей группе объектов (159 городов).

Некоторые из полученных уравнений состояний для различных комбинаций показателей приведены на рисунках 2, а ÷ 2, в и в таблице 2.

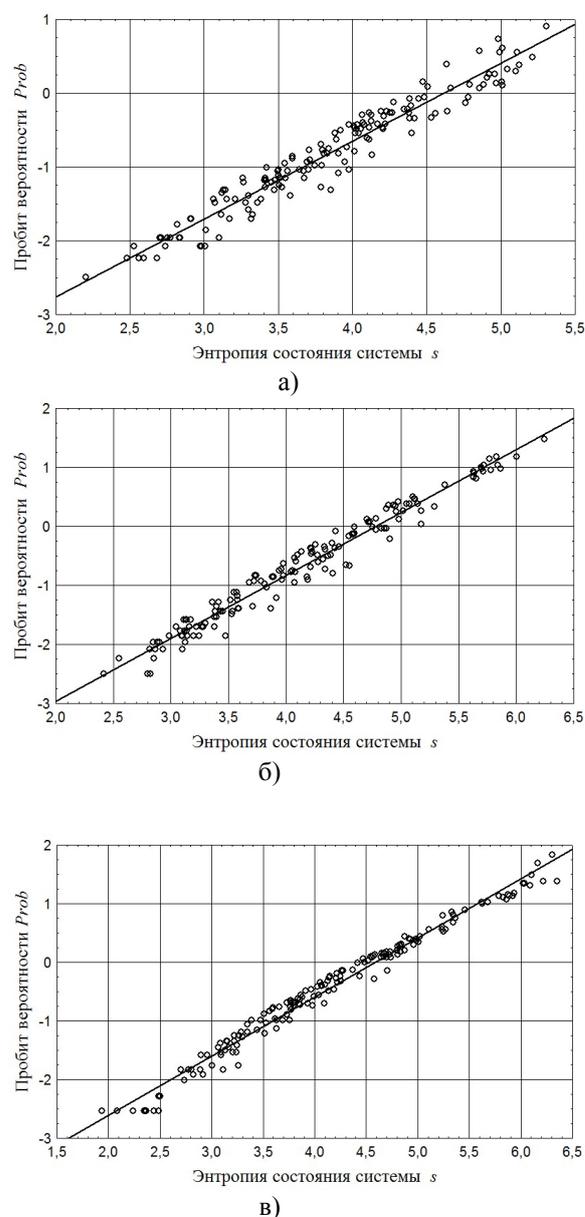


Рисунок 2. – Распределение вероятностей совместных событий, характеризующих состояние городов в 2013 году: а) *группа 1*; б) *группа 2*; в) *группа 3*

Таблица 2. – Уравнения состояния городов для 2003, 2013 и 2015 годов

Год	Показатели городов	Уравнение состояния	Коэф. коррел.
2003	$p_9, p_{11}, p_{31}$	$Pr = -2,849 + 0,579 \ln \frac{p_9}{p_{9 \min}} + 0,944 \ln \frac{p_{11}}{p_{11 \min}} + 0,092 \ln \frac{p_{31}}{p_{31 \min}}$	0,94
2013	$p_9, p_{11}, p_{31}$	$Pr = -4,760 + 0,486 \ln \frac{p_9}{p_{9 \min}} + 0,871 \ln \frac{p_{11}}{p_{11 \min}} + 0,226 \ln \frac{p_{31}}{p_{31 \min}}$	0,97
2015	$p_9, p_{11}, p_{31}$	$Pr = -4,763 + 0,520 \ln \frac{p_9}{p_{9 \min}} + 0,923 \ln \frac{p_{11}}{p_{11 \min}} + 0,169 \ln \frac{p_{31}}{p_{31 \min}}$	0,96
2003	$p_9, p_{11}$	$Pr = -2,724 + 0,658 \ln \frac{p_9}{p_{9 \min}} + 1,081 \ln \frac{p_{11}}{p_{11 \min}}$	0,93
2013	$p_9, p_{11}$	$Pr = -4,614 + 0,706 \ln \frac{p_9}{p_{9 \min}} + 1,168 \ln \frac{p_{11}}{p_{11 \min}}$	0,96
2015	$p_9, p_{11}$	$Pr = -4,700 + 0,696 \ln \frac{p_9}{p_{9 \min}} + 1,160 \ln \frac{p_{11}}{p_{11 \min}}$	0,96
2003	$p_9, p_{31}$	$Pr = -2,499 + 0,788 \ln \frac{p_9}{p_{9 \min}} + 0,273 \ln \frac{p_{31}}{p_{31 \min}}$	0,99
2013	$p_9, p_{31}$	$Pr = -3,089 + 0,738 \ln \frac{p_9}{p_{9 \min}} + 0,353 \ln \frac{p_{31}}{p_{31 \min}}$	0,99
2015	$p_9, p_{31}$	$Pr = -3,025 + 0,711 \ln \frac{p_9}{p_{9 \min}} + 0,350 \ln \frac{p_{31}}{p_{31 \min}}$	0,99
2003	$p_{11}, p_{31}$	$Pr = -2,870 + 1,262 \ln \frac{p_{11}}{p_{11 \min}} + 0,413 \ln \frac{p_{31}}{p_{31 \min}}$	0,97
2013	$p_{11}, p_{31}$	$Pr = -5,891 + 1,226 \ln \frac{p_{11}}{p_{11 \min}} + 0,470 \ln \frac{p_{31}}{p_{31 \min}}$	0,98
2015	$p_{11}, p_{31}$	$Pr = -5,919 + 1,234 \ln \frac{p_{11}}{p_{11 \min}} + 0,437 \ln \frac{p_{31}}{p_{31 \min}}$	0,98
2003	$p_{26}, p_{28}, p_{30}$	$Pr = -4,161 + 0,333 \ln \frac{p_{26}}{p_{26 \min}} + 0,327 \ln \frac{p_{28}}{p_{28 \min}} + 0,250 \ln \frac{p_{30}}{p_{30 \min}}$	0,97
2013	$p_{26}, p_{28}, p_{30}$	$Pr = -4,881 + 0,245 \ln \frac{p_{26}}{p_{26 \min}} + 0,222 \ln \frac{p_{28}}{p_{28 \min}} + 0,392 \ln \frac{p_{30}}{p_{30 \min}}$	0,97
2015	$p_{26}, p_{28}, p_{30}$	$Pr = -4,960 + 0,246 \ln \frac{p_{26}}{p_{26 \min}} + 0,196 \ln \frac{p_{28}}{p_{28 \min}} + 0,406 \ln \frac{p_{30}}{p_{30 \min}}$	0,96
2003	$p_{26}, p_{30}$	$Pr = -4,309 + 0,441 \ln \frac{p_{26}}{p_{26 \min}} + 0,465 \ln \frac{p_{30}}{p_{30 \min}}$	0,98
2015	$p_{26}, p_{30}$	$Pr = -4,684 + 0,279 \ln \frac{p_{26}}{p_{26 \min}} + 0,526 \ln \frac{p_{30}}{p_{30 \min}}$	0,97
2003	$p_{28}, p_{30}$	$Pr = -3,416 + 0,448 \ln \frac{p_{28}}{p_{28 \min}} + 0,409 \ln \frac{p_{30}}{p_{30 \min}}$	0,98
2015	$p_{28}, p_{30}$	$Pr = -4,623 + 0,300 \ln \frac{p_{28}}{p_{28 \min}} + 0,585 \ln \frac{p_{30}}{p_{30 \min}}$	0,96
2003	$p_{26}, p_{28}$	$Pr = -3,842 + 0,461 \ln \frac{p_{26}}{p_{26 \min}} + 0,446 \ln \frac{p_{28}}{p_{28 \min}}$	0,98
2015	$p_{26}, p_{28}$	$Pr = -4,354 + 0,455 \ln \frac{p_{26}}{p_{26 \min}} + 0,317 \ln \frac{p_{28}}{p_{28 \min}}$	0,96

$p_9$  – среднегодовая численность работников организаций;  $p_{11}$  – среднемесячная номинальная начисленная заработная плата;  $p_{26}$  – объем товаров, работ и услуг промышленного производства;  $p_{28}$  – объем работ в строительстве;  $p_{30}$  – оборот розничной торговли;  $p_{31}$  – инвестиции в основной капитал

Как видно из рисунков 2, а – 2, в и таблицы 2, вероятности совместных событий наблюдения нескольких показателей тесно связаны с логарифмами отношений данных показателей к их соответствующим опорным значениям. Коэффициенты корреляции для регрессионных зависимостей имеют высокие значения (от 0,93 до 0,99). Тем самым подтверждается гипотеза о возможности построения уравнений состояния городов в виде эмпирических функций распределения совместных событий на основе энтропийного подхода. При этом наблюдается определенная зависимость коэффициентов  $c_i$  распределений вида (1) от времени (табл. 2), что естественно для данного класса объектов, отличающихся выраженной динамикой процессов.

Для большинства случаев можно найти зависимости эмпирических коэффициентов  $c_i$  от времени. Это позволит оценивать вероятностные распределения совместных событий для различных периодов упреждения прогнозов.

### Результаты оценки состояния городов России

Событийный подход позволяет искать связи и закономерности между вероятностями наблюдения различных событий, свойственных изучаемой группе объектов.

На рисунке 3 представлены связи между вероятностями совместных событий наблюдения показателей групп 1, 2 и 3. Хотя коэффициенты корреляции зависимостей, приведенных на рисунке 3, несколько ниже (от 0,76 до 0,86), чем зависимостей, изображенных на рисунке 2, однако они являются значимыми и описываются линейными зависимостями.

Связи между вероятностями совместных событий наблюдения атрибутивных показателей (для различных групп) с вероятностями простых событий наблюдения отдельных показателей (рис. 4 и 5) носят преимущественно нелинейный характер. Соответствующие значимые связи были установлены для 43 показателей из 54 изучаемых показателей, не входящих в перечень атрибутивных.

Из приведенных данных видно, что при описании состояния городов может быть построено множество событийных моделей в виде вероятностных распределений или уравнений, определяющих взаимосвязь вероятностей различных событий. Модели могут использоваться для установления закономерностей наблюдения событий, характеризующих состояние и развитие городов по различным аспектам (демографическому, социальному, экономическому, инфраструктурному).

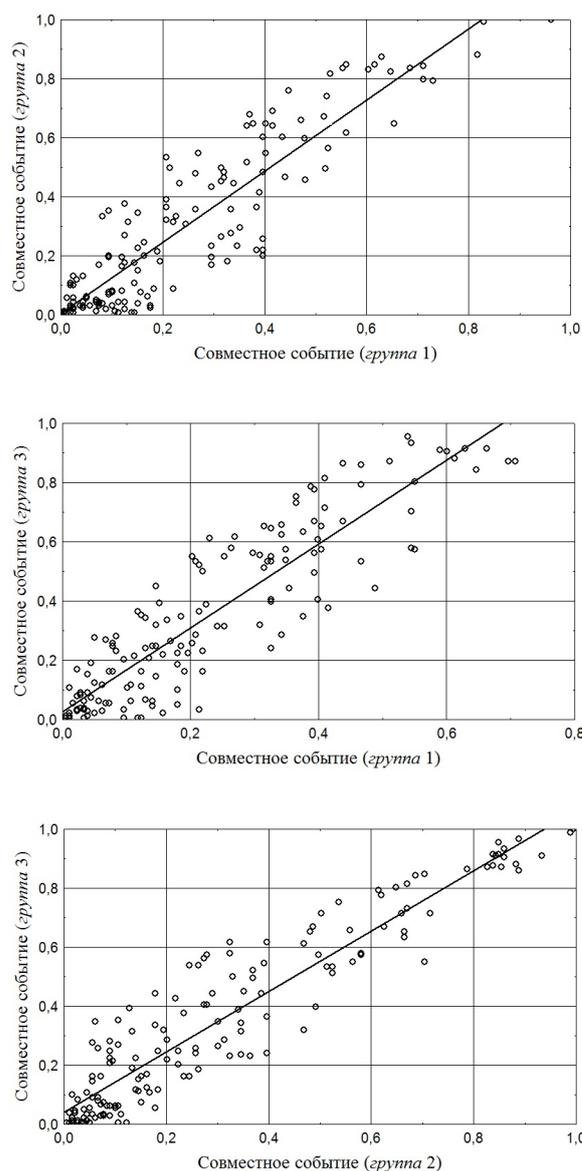


Рисунок 3. – Связь вероятностей совместных событий наблюдения показателей, характеризующих состояние городов в 2013 году

Для ранжирования городов по уровню развития в качестве атрибутивных показателей принимались величины, входящие во вторую группу показателей, так как они отражают экономический потенциал развития городов: объем товаров и услуг промышленного производства  $p_{26}$ , объем работ, выполненных в строительстве  $p_{28}$ , и оборот розничной торговли  $p_{30}$ . При ранжировании значения выбранных показателей также относились к значениям  $p_{26 \min}$ ,  $p_{28 \min}$ ,  $p_{30 \min}$ , в качестве которых были приняты минимальные значения показателей развития городов в 2003 году.

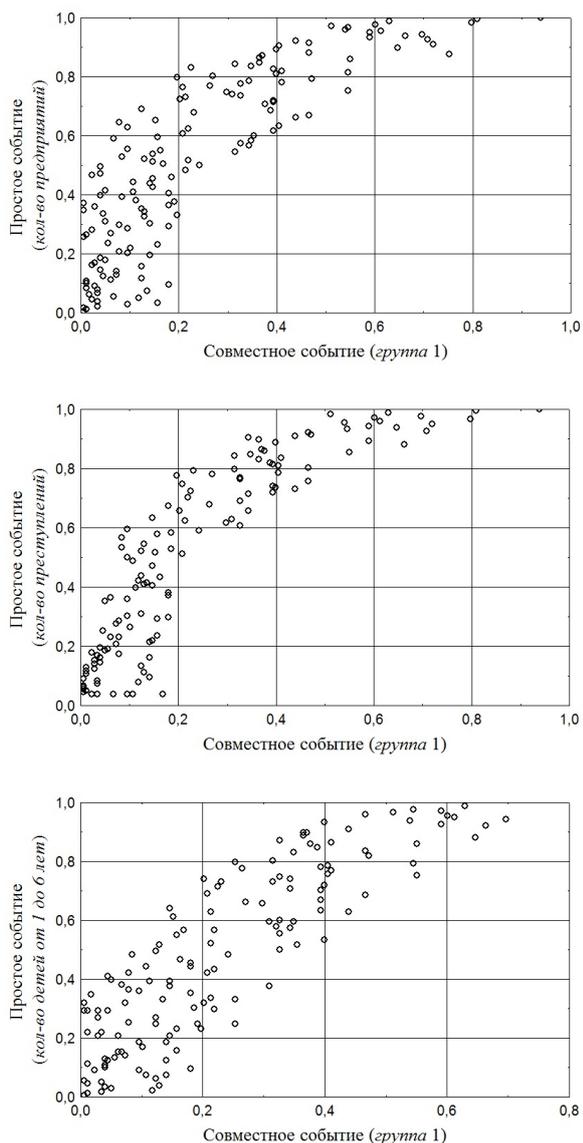


Рисунок 4. – Связь вероятностей совместных событий (*группа 1*), характеризующих состояния городов, с простыми событиями наблюдения отдельных показателей в 2013 году

На основе полученных данных, исходя из вероятностной оценки совместных событий, связанных с наблюдением атрибутивных показателей  $P_{26}$ ,  $P_{28}$ ,  $P_{30}$ , определены энтропия и потенциал состояния для каждого города России. Для примера, результаты ранжирования городов по потенциалу состояния  $P$  для показателей второй группы приведены в таблице 3.

В среднем в период с 2003 по 2013 годы в городах России промышленное производство выросло в 4,2 раза, объемы работ в строительстве – в 3,9 раза и объемы торговли – в 2,7 раза. Это обеспечило рост среднего потенциала состояния городов в 13,9 раз.

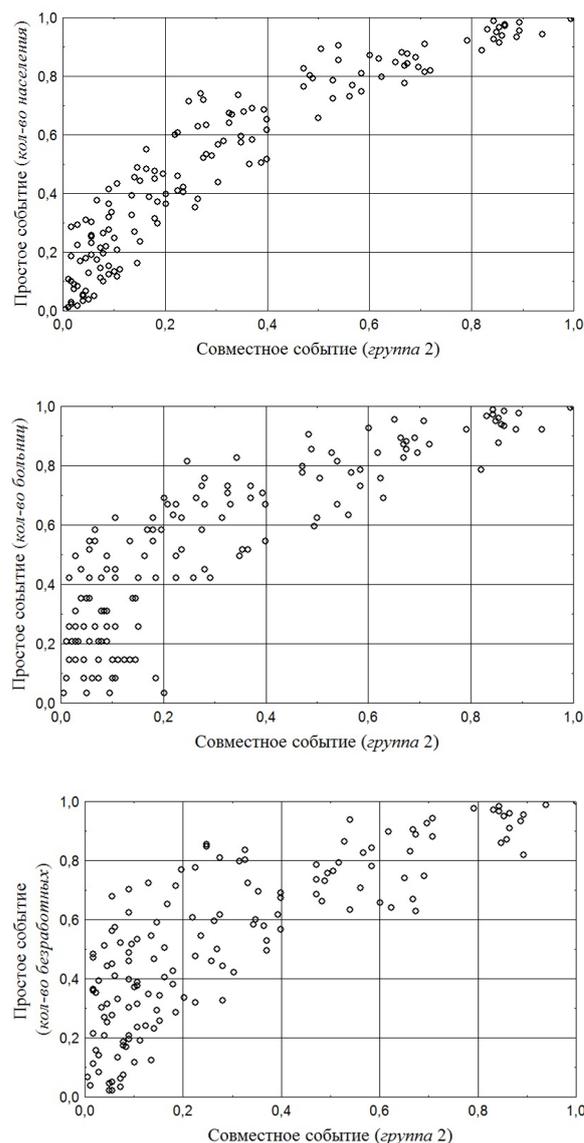


Рисунок 5. – Связь вероятностей совместных событий (*группа 2*), характеризующих состояния городов, с простыми событиями наблюдения отдельных показателей в 2013 году

К первым десяти городам, имевшим самый высокий уровень развития в 2013 году, относятся: Москва, Петербург, Уфа, Омск, Пермь, Екатеринбург, Тольятти, Челябинск, Волгоград, Нижнекамск. Из таблицы видно, что потенциал состояния Москвы, Петербурга, Уфы, Омска и Перми соотносится приблизительно как 137:22:1,3:1,25:1,0. Все это указывает на крайнюю неравномерность развития мегаполисов. В свою очередь, различие в оставшейся группе городов с населением свыше 100 тыс. человек при комплексной оценке по трем указанным выше показателям  $P_{26}$ ,  $P_{28}$ ,  $P_{30}$  еще более существенно и достигает по потенциалу состояния в 100 – 300 раз.

Аналогичным образом проведена оценка уровня развития для других групп показателей.

Таблица 3. – Значения потенциала  $P$  и рейтинги состояния городов России в 2003 и 2013 годах для показателей, входящих в *группу 2*

№ п.п.	Города Российской Федерации	Потенциал состояния $P$ (2003)	Потенциал состояния $P$ (2013)	Ранги городов согласно предложенной методики	
				уровень развития (2003)	уровень развития (2013)
1	2	3	4	5	6
1	Белгород	94,8	893,0	59	56
2	Брянск	92,1	941,0	61	52
3	Владимир	66,7	743,9	72	62
4	Воронеж	502,4	4134,2	25	32
5	Иваново	38,0	350,2	87	84
6	Калуга	74,5	9134,6	67	22
7	Кострома	29,4	204,4	94	99
8	Курск	141,6	888,4	46	58
9	Липецк	1387,0	16020,8	0	0
10	Орел	59,4	336,5	77	86
11	Рязань	322,4	3503,5	29	34
12	Смоленск	111,8	651,0	55	67
13	Тамбов	50,5	457,4	80	76
14	Тверь	121,1	1673,6	51	42
15	Тула	209,7	4234,9	42	31
16	Ярославль	444,0	3342,2	26	35
17	Москва	479919,4	6101907,4	1	1
18	Старый Оскол	113,3	2262,4	54	38
19	Обнинск	6,3	159,8	135	105
20	Елец	2,7	21,6	148	142
21	Балашиха	7,3	305,3	131	91
22	Железнодорожный	1,9	42,1	152	129
23	Жуковский	2,3	19,1	149	146
24	Коломна	9,1	175,7	124	102
25	Королев	13,4	314,0	113	90
26	Люберцы	3,1	49,8	146	127
27	Мытищи	11,9	4629,9	117	29
28	Ногинск	8,3	77,1	130	119
29	Одинцово	4,6	54,6	139	124
30	Орехово-Зуево	1,4	42,3	155	128
31	Подольск	24,8	429,4	98	80
32	Сергиев Посад	3,5	18,7	145	147
33	Серпухов	5,6	50,6	137	126
34	Химки	17,3	889,1	106	57
35	Щелково	4,2	284,4	141	92
36	Электросталь	27,1	258,4	97	93
37	Новомосковск	34,2	841,8	89	60
38	Ковров	10,0	218,8	122	98
39	Муром	4,2	73,1	142	120
40	Рыбинск	14,0	436,9	112	79
41	Петрозаводск	68,9	201,4	70	100
42	Сыктывкар	113,8	564,8	53	70
43	Архангельск	101,5	170,0	58	103
44	Вологда	38,4	376,9	86	82
45	Калининград	132,9	10860,1	48	16
46	Мурманск	151,9	512,3	44	71
47	Великий Новгород	60,2	906,3	76	55
48	Псков	29,6	146,8	93	107
49	Санкт-Петербург	20790,2	966141,3	2	2
50	Ухта	30,3	878,1	92	59

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6
51	Северодвинск	62,6	237,3	74	96
52	Череповец	16,7	84,8	108	115
53	Майкоп	7,0	32,2	133	135
54	Элиста	0,5	3,9	159	156
55	Краснодар	1242,8	10290,3	18	20
56	Астрахань	78,8	1593,9	66	46
57	Волгоград	834,3	17705,9	22	9
58	Ростов-на-Дону	1314,9	8899,9	15	23
59	Армавир	8,5	94,4	129	114
60	Новороссийск	18,9	601,5	104	69
61	Сочи	137,9	10347,3	47	19
62	Волжский	126,0	1942,6	49	40
63	Камышин	2,8	21,0	147	144
64	Батайск	1,6	21,5	154	143
65	Волгодонск	24,3	220,2	101	97
66	Новочеркасск	24,6	327,9	99	88
67	Новошахтинск	0,9	3,3	157	157
68	Таганрог	44,7	446,7	83	77
69	Шахты	9,0	146,7	125	108
70	Махачкала	119,0	10,8	52	152
71	Нальчик	17,0	32,7	107	134
72	Черкесск	10,4	123,0	121	110
73	Владикавказ	27,6	23,8	96	140
74	Ставрополь	224,4	494,2	40	72
75	Дербент	1,2	2,3	156	159
76	Кисловодск	0,7	2,5	158	158
77	Невинномысск	22,2	339,1	102	85
78	Пятигорск	74,0	40,4	69	131
79	Уфа	1447,3	57382,0	12	3
80	Йошкар-Ола	17,3	162,7	105	104
81	Саранск	50,2	378,1	81	81
82	Казань	1070,1	11425,5	19	15
83	Ижевск	267,7	1632,4	35	44
84	Чебоксары	61,5	914,0	75	54
85	Пермь	2625,1	44522,1	4	5
86	Киров	105,9	703,5	56	64
87	Нижний Новгород	1762,0	14459,0	8	13
88	Оренбург	276,2	1322,0	34	48
89	Пенза	86,8	998,2	63	51
90	Самара	1976,7	9334,1	7	21
91	Саратов	581,6	2628,8	24	36
92	Ульяновск	248,9	1921,2	38	41
93	Нефтекамск	24,5	51,0	100	125
94	Октябрьский	5,8	25,4	136	139
95	Салават	57,0	5512,9	78	27
96	Стерлитамак	80,7	715,4	64	63
97	Новочебоксарск	5,4	22,8	138	141
98	Арзамас	3,8	84,3	144	116
99	Дзержинск	37,1	470,8	88	75
100	Орск	19,9	81,9	103	118
101	Березники	43,6	2356,5	84	37
102	Новокуйбышевск	13,2	820,5	114	61
103	Сызрань	32,1	242,3	91	95
104	Тольятти	4061,8	20284,1	3	7
105	Балаково	67,7	67,4	71	122
106	Энгельс	16,7	317,5	109	89

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6
107	Альметьевск	1265,2	3550,5	17	33
108	Набережные Челны	317,1	5400,9	31	28
109	Нижекамск	210,9	16997,6	41	10
110	Димитровград	11,6	60,8	118	123
111	Курган	65,4	483,9	73	74
112	Екатеринбург	2469,6	20535,0	5	6
113	Тюмень	373,5	6261,5	27	25
114	Ханты-Мансийск	8,8	67,4	126	121
115	Челябинск	1617,1	19553,3	10	8
116	Каменск-Уральский	90,6	1995,6	62	39
117	Нижний Тагил	202,8	6423,2	43	24
118	Первоуральск	14,9	651,5	111	66
119	Серов	7,1	106,2	132	112
120	Нефтеюганск	80,3	35,6	65	132
121	Нижневартовск	688,6	366,8	23	83
122	Сургут	2376,7	15439,8	6	12
123	Златоуст	9,4	27,4	123	137
124	Копейск	1,9	33,7	153	133
125	Магнитогорск	1333,6	13467,6	14	14
126	Миасс	11,5	247,5	120	94
127	Улан-Удэ	123,3	485,8	50	73
128	Кызыл	2,2	7,1	150	153
129	Абакан	15,8	30,9	110	136
130	Барнаул	306,1	1071,4	32	50
131	Чита	103,3	40,6	57	130
132	Красноярск	892,5	10354,5	21	18
133	Иркутск	362,5	1599,6	28	45
134	Кемерово	321,4	1567,5	30	47
135	Новосибирск	1669,9	10399,1	9	17
136	Омск	1004,0	55878,6	20	4
137	Томск	228,4	1242,8	39	49
138	Бийск	12,8	125,7	116	109
139	Рубцовск	4,4	26,6	140	138
140	Ангарск	42,3	643,4	85	68
141	Братск	93,0	665,9	60	65
142	Белово	28,5	14,0	95	150
143	Ленинск-Кузнецкий	3,9	6,7	143	154
144	Междуреченск	33,4	13,0	90	151
145	Новокузнецк	1279,0	6154,9	16	26
146	Прокопьевск	13,1	14,4	115	149
147	Ачинск	8,8	108,8	128	111
148	Норильск	1575,8	4370,4	11	30
149	Якутск	74,3	179,3	68	101
150	Петропавловск-Камчатский	52,4	97,4	79	113
151	Владивосток	285,1	1644,1	33	43
152	Хабаровск	259,3	934,4	37	53
153	Благовещенск	45,9	150,6	82	106
154	Магадан	6,5	4,8	134	155
155	Южно-Сахалинск	143,8	328,0	45	87
156	Комсомольск-на-Амуре	263,0	446,5	36	78
157	Артем	2,0	14,8	151	148
158	Находка	11,6	20,0	119	145
159	Уссурийск	8,8	83,1	127	117

### **Результаты оценки темпов развития городов России**

Событийная оценка темпов развития городов основывалась на описании данных для всего имеющегося массива структурированной информации в целом. Для этой цели использовалась приведенная ранее методика анализа индикативных событий [24, 45, 47]. Оценка темпов развития объектов осуществлялась по изменению потенциала и энтропии состояния объектов, которые определялись согласно уравнений (1) и (2).

Многие показатели, имеющие денежное измерение (средняя номинальная зарплата, основные фонды, оборот розничной торговли и т.д.) обладают значительной вариабельностью. Например, средняя начисленная зарплата в городах России за период с 2003 по 2013 годы изменилась более чем в 5 раз, объемы промышленного производства – в 4,2 раза. При этом курс рубля к доллару в этот период изменился всего на 4,6% от 30,6 руб/\$ до 32,0 руб/\$. Все это указывает на наличие особых процессов, протекающих в структуре экономики страны. Возможно скачок курса доллара в 2014–2015 годах был предопределен не столько внешними, сколько внутренними факторами. Рост экономических показателей в рублевом эквиваленте в 2,7–5 раз на фоне роста ВВП страны (в пересчете по паритету покупательной способности (ППС) в долларом эквиваленте, в ценах 2011 года) в 1,48 раза, указывает на наличие инфляционных процессов, которые происходили при удержании курса доллара.

Тем не менее, основные показатели привязывались к исследуемому периоду времени (к году представления данных) по отношению к минимальным значениям показателей в 2003 году. Это позволило в одном информационном пространстве сравнить процессы развития городов между собой по изменению показателей в безразмерном виде и изучить возможность описания динамики процессов развития.

Как видно, зависимости для комплексной оценки объектов основываются на определении функций состояния системы – энтропии и потенциала, которые определяются выражениями (1) и (2). Каждый город в процессе своего развития будет занимать некоторое положение относительно этих криволинейных координат. На основе полученных данных, исходя из вероятностной

оценки сложных совместных событий, связанных с наблюдением показателей  $p_{26}$ ,  $p_{28}$  и  $p_{30}$ , были определены данные величины. Их изменение со временем позволяет оценить темпы развития городов. Результаты ранжирования городов по темпам развития приведены в таблице 4.

Темпы развития можно оценивать как по изменению потенциала, так и по изменению энтропии. Потенциал характеризует положение городов по отношению к поверхностям уровня в криволинейных координатах, определяет степень экономического развития города по показателям  $p_{26}$ ,  $p_{28}$ ,  $p_{30}$  и учитывает уже имеющийся на определенный момент времени экономический потенциал. По изменению потенциала к первым десяти городам, имевшим высокие темпы развития в 2003–2013 годах, относятся: Москва, Санкт-Петербург, Уфа, Омск, Пермь, Екатеринбург, Челябинск, Волгоград, Нижнекамск, Тольятти.

Изменение энтропии характеризует скорость роста уровня развития в криволинейных координатах. По изменению энтропии к первым десяти городам, имевшим высокие темпы развития в 2003–2013 годах относятся: Химки, Мытищи, Шелково, Серпухов, Калуга, Орехово-Зуево, Люберцы, Владимир, Копейск, Тюмень. Видно, что в основной массе – это небольшие быстро развивающиеся города-спутники.

Например, рейтинг города Химки за 10 лет вырос по уровню развития (потенциалу) с 106 до 57 места, в свою очередь, города Мытищи – с 117 до 29 места (табл. 4). В это же время Уфа поднялась с 12 на 5 место, а рейтинг Перми снизился с 4 на 5 место. Рейтинги городов Москва и Санкт-Петербург не изменились.

Практически изменение энтропии показывает насколько эффективно происходит развитие того или иного города за определенный интервал времени.

Предложенная методика оценки состояния и развития городов может быть применена к любой совокупности исходных показателей, однако с увеличением числа показателей свыше 4–5 возрастает трудоемкость расчетов и возникают проблемы с получением многомерных распределений, что связано с ограниченным количеством изучаемых объектов (159 городов).

Таблица 4. – Изменения потенциала  $\Delta P$ , энтропии  $\Delta s$  и рейтинги темпов развития городов России в период с 2003 по 2013 годы

№ п.п.	Города Российской Федерации	Изменение потенциала $\Delta P$	Изменение энтропии $\Delta s$	Ранги городов согласно предложенной методики	
				темпы развития по потенциалу	темпы развития по энтропии
1	2	3	4	5	6
1	Белгород	798,1	0,7079	58	67
2	Брянск	848,9	0,7370	53	58
3	Владимир	677,2	1,3390	61	8
4	Воронеж	3631,8	0,9148	31	35
5	Иваново	312,2	0,7281	82	61
6	Калуга	9060,1	1,7147	19	5
7	Кострома	175,0	0,0893	97	140
8	Курск	746,9	0,7100	60	64
9	Липецк	14633,8	0,9448	11	28
10	Орел	277,0	0,4661	88	107
11	Рязань	3181,1	0,5480	32	92
12	Смоленск	539,3	0,5330	69	97
13	Тамбов	406,9	0,6469	74	76
14	Тверь	1552,5	0,4817	42	103
15	Тула	4025,1	0,6112	28	72
16	Ярославль	2898,2	1,0594	33	20
17	Москва	5621988,0	0,9161	1	34
18	Старый Оскол	2149,2	0,5660	37	89
19	Обнинск	153,6	0,9670	100	27
20	Елец	18,9	0,7325	133	60
21	Балашиха	298,0	1,2524	86	12
22	Железнодорожный	40,2	0,9535	126	29
23	Жуковский	16,8	0,6634	137	74
24	Коломна	166,5	0,6015	99	82
25	Королев	300,6	1,2746	85	11
26	Люберцы	46,8	1,4228	122	7
27	Мытищи	4618,0	2,2581	29	2
28	Ногинск	68,8	0,1914	115	132
29	Одинцово	50,0	0,9570	120	28
30	Орехово-Зуево	40,9	1,5758	125	6
31	Подольск	404,5	1,0884	75	18
32	Сергиев Посад	15,2	0,5154	139	99
33	Серпухов	45,0	1,7847	123	4
34	Химки	871,8	2,4019	51	1
35	Щелково	280,2	1,8915	87	3
36	Электросталь	231,3	0,2978	91	123
37	Новомосковск	807,6	0,7950	56	53
38	Ковров	208,8	0,5967	93	83
39	Муром	68,9	0,9211	114	32
40	Рыбинск	423,0	0,9200	72	33
41	Петрозаводск	132,6	0,1314	103	138
42	Сыктывкар	451,0	0,2783	70	125
43	Архангельск	68,5	0,1621	116	136
44	Вологда	338,4	0,7010	79	68
45	Калининград	10727,2	0,8008	15	52
46	Мурманск	360,4	0,4804	78	105
47	Великий Новгород	846,2	0,6962	55	70
48	Псков	117,2	0,4463	104	108
49	Санкт-Петербург	945351,1	1,0930	2	17

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6
50	Ухта	847,8	0,5498	54	90
51	Северодвинск	174,7	0,2620	98	129
52	Череповец	68,1	0,6765	117	71
53	Майкоп	25,2	0,7356	129	59
54	Элиста	3,4	0,4749	144	106
55	Краснодар	9047,5	0,7643	20	56
56	Астрахань	1515,1	1,0163	43	22
57	Волгоград	16871,7	0,5492	8	91
58	Ростов-на-Дону	7585,0	0,7849	22	54
59	Армавир	85,9	0,8175	111	49
60	Новороссийск	582,6	1,1384	67	14
61	Сочи	10209,4	1,1120	17	16
62	Волжский	1816,5	0,4815	40	104
63	Камышин	18,2	0,7403	134	57
64	Батайск	20,0	0,8636	131	42
65	Волгодонск	195,9	0,5377	94	95
66	Новочеркасск	303,3	0,8795	83	41
67	Новошахтинск	2,4	0,7648	146	55
68	Таганрог	402,0	1,0144	76	23
69	Шахты	137,7	0,9898	102	25
70	Махачкала	-108,2	0,0488	158	143
71	Нальчик	15,8	0,5023	138	100
72	Черкесск	112,6	0,4942	106	102
73	Владикавказ	-3,8	-0,4412	152	155
74	Ставрополь	269,8	0,5725	89	86
75	Дербент	1,1	0,4993	149	101
76	Кисловодск	1,7	0,3246	147	122
77	Невинномысск	316,9	0,4029	81	112
78	Пятигорск	-33,6	0,1879	155	133
79	Уфа	55934,7	0,8946	3	38
80	Йошкар-Ола	145,4	0,5678	101	87
81	Саранск	327,8	0,4449	80	109
82	Казань	10355,4	0,6729	16	72
83	Ижевск	1364,7	0,3300	44	121
84	Чебоксары	852,5	1,0061	52	24
85	Пермь	41896,9	0,5199	5	98
86	Киров	597,6	0,7092	66	65
87	Нижний Новгород	12697,1	0,6502	13	75
88	Оренбург	1045,9	0,5449	48	94
89	Пенза	911,4	1,0164	50	21
90	Самара	7357,5	0,6705	23	73
91	Саратов	2047,2	0,3710	38	117
92	Ульяновск	1672,2	0,6259	41	79
93	Нефтекамск	26,5	-0,0430	128	147
94	Октябрьский	19,6	0,2408	132	130
95	Салават	5455,9	0,8526	26	45
96	Стерлитамак	634,6	0,3754	64	116
97	Новочебоксарск	17,3	0,8811	136	40
98	Арзамас	80,5	0,7182	112	63
99	Дзержинск	433,7	0,1830	71	134
100	Орск	62,0	0,3975	118	113
101	Березники	2312,8	0,9000	35	37
102	Новокуйбышевск	807,3	0,8184	57	48
103	Сызрань	210,2	1,1310	92	15
104	Тольятти	16222,3	0,2728	10	126

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6
105	Балаково	-0,3	0,0586	150	142
106	Энгельс	300,7	0,9265	84	31
107	Альметьевск	2285,3	-0,0982	36	149
108	Набережные Челны	5083,8	0,6278	27	78
109	Нижнекамск	16786,6	0,7222	9	62
110	Димитровград	49,2	0,4225	121	110
111	Курган	418,5	0,6118	73	80
112	Екатеринбург	18065,4	1,1626	6	13
113	Тюмень	5888,0	1,2979	25	10
114	Ханты-Мансийск	58,5	0,0826	119	141
115	Челябинск	17936,3	0,5469	7	93
116	Каменск-Уральский	1905,0	0,7085	39	66
117	Нижний Тагил	6220,5	0,9777	24	26
118	Первоуральск	636,6	0,8136	63	50
119	Серов	99,1	0,8219	110	47
120	Нефтеюганск	-44,8	-0,9982	156	159
121	Нижневартовск	-321,8	-0,7039	159	157
122	Сургут	13063,1	0,3649	12	118
123	Златоус	17,9	0,4214	135	111
124	Копейск	31,9	1,3225	127	9
125	Магнитогорск	12134,0	0,1929	14	131
126	Миасс	236,0	1,0724	90	19
127	Улан-Удэ	362,5	0,1251	77	139
128	Кызыл	4,9	-0,3655	143	154
129	Абакан	15,2	0,8084	140	51
130	Барнаул	765,3	0,6989	59	69
131	Чита	-62,6	-0,0922	157	148
132	Красноярск	9462,0	0,8428	18	46
133	Иркутск	1237,0	0,5922	47	84
134	Кемерово	1246,1	0,6279	46	77
135	Новосибирск	8729,2	0,8617	21	43
136	Омск	54874,6	0,8563	4	44
137	Томск	1014,4	0,3644	49	119
138	Бийск	112,9	0,5744	105	85
139	Рубцовск	22,2	-0,0992	130	150
140	Ангарск	601,0	0,2681	65	127
141	Братск	573,0	-0,0079	68	145
142	Белово	-14,5	-0,0204	153	146
143	Ленинск-Кузнецкий	2,8	0,2971	145	124
144	Междуреченск	-20,4	-0,5539	154	156
145	Новокузнецк	4876,0	0,1817	28	135
146	Прокопьевск	1,3	0,2668	148	128
147	Ачинск	100,0	0,5366	109	96
148	Норильск	2794,6	-0,7979	34	158
149	Якутск	105,0	0,3854	107	115
150	Петропавловск-Камчатский	44,9	0,1498	124	137
151	Владивосток	1359,0	0,3948	45	114
152	Хабаровск	675,1	0,3615	62	120
153	Благовещенск	104,7	0,9097	108	36
154	Магадан	-1,7	-0,2389	151	153
155	Южно-Сахалинск	184,2	-0,1282	95	151
156	Комсомольск-на-Амуре	183,5	-0,1996	96	152
157	Артем	12,8	0,8815	141	39
158	Находка	8,4	0,0133	142	144
159	Уссурийск	74,3	0,5664	113	88

### Комплексная оценка благоустройства городских территорий

Анализ информации о благоустройстве городов России основывался также на данных Федеральной службы государственной статистики [29]. Информация о состоянии жилищного фонда, зеленых зон, благоустройстве улиц и т.д. содержала данные для 79 регионов Российской Федерации. Собранная информация охватывала значения показателей благоустройства городских территорий за период с 2005 по 2015 годов (всего 97 показателей). В целом объем информации для анализа составлял порядка 40 тысяч статистических наблюдений.

Из имеющихся данных были выбраны показатели, характеризующие благоустройство городов: общая площадь городских земель, тыс. га; общая площадь городских жилых помещений, млн. кв. м.; общая площадь жилых помещений, приходящаяся в среднем на 1 жителя в городских поселениях, кв. м.; общая площадь зеленых массивов и насаждений в городах в пределах городской черты, тыс. га; доля общей площади зеленых массивов и насаждений от общей площади городских земель, доли ед.; общая протяженность улиц, проездов, набережных, км; доля замощенных частей улиц в их общей протяженности, доли ед.; общая протяженность освещенных частей улиц городов и городских поселков, км; доля освещенных частей улиц городов и городских поселков в их общей протяженности, доли ед.

В качестве основных показателей для событийной оценки благоустройства городов были приняты:

✓ относительная площадь жилых помещений, приходящаяся в среднем на 1 жителя в городских поселениях,  $p_1$  (общая площадь жилых помещений, приходящаяся в среднем на 1 жителя, отнесенная к максимально наблюдаемому значению в группе – 33,3 кв. м. на человека);

✓ доля общей площади зеленых массивов и насаждений от общей площади городских земель,  $p_2$ ;

✓ доля замощенных частей улиц в их общей протяженности,  $p_3$ ;

✓ доля освещенных частей улиц городов и поселков городского типа, проездов, набережных в их общей протяженности,  $p_4$ .

На основе переменных  $p_1, p_2, p_3, p_4$  формировалось четырехмерное пространство состояний объектов. С целью проведения комплексной оценки рассматривалось совместное событие наблюдения указанных выше показателей, для которого алгоритмически по имеющимся данным определялась статистическая вероятность событий  $w$ .

В результате установления связей вероятности данного события  $w$  со значениями переменных  $p_1, p_2, p_3, p_4$  для 2005 года была получена следующая регрессионная зависимость:

$$Pr = 1,860 + s;$$

$$s = 3,125 \ln p_1 + 0,690 \ln p_2 + 0,822 \ln p_3 + 0,699 \ln p_4. \quad (4)$$

Коэффициент множественной корреляции зависимости (4) составил 0,92, результаты обработки данных приведены на рисунке 6.

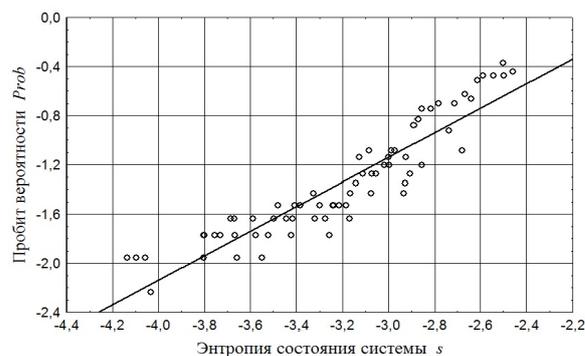


Рисунок 6. – Зависимость вероятности состояния  $w$  от энтропии  $s$  для совместных событий наблюдения показателей благоустройства городов в 2005 году

Аналогично получена зависимость для 2015 года, которая имеет вид:

$$Pr = 1,299 + s;$$

$$s = 2,669 \ln p_1 + 0,757 \ln p_2 + 0,940 \ln p_3 + 0,401 \ln p_4. \quad (5)$$

Коэффициент множественной корреляции зависимости (5) составил 0,91, результаты обработки данных приведены на рисунке 7.

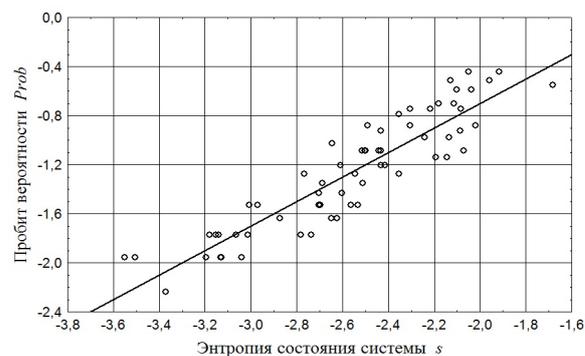


Рисунок 7. – Зависимость вероятности состояния  $w$  от энтропии  $s$  для совместных событий наблюдения показателей благоустройства городов в 2015 году

Таким образом, согласно полученным уравнениям видно, что в наблюдаемом пространстве состояний можно провести рейтингование регионов России по показателям благоустройства городских территорий. Ранги городов для 2015 года определены на основе потенциала состояния объектов в пространстве переменных  $p_1, p_2, p_3, p_4$  и приведены в таблице 5.

Таблица 5. – Значения потенциала  $P$ , его изменение  $\Delta P$  и рейтинги регионов России, связанные с уровнем и темпами благоустройства городских территорий в 2005 – 2015 годах

Регионы Российской Федерации	Потенциал развития $P$ (2015)	Изменение потенциала $\Delta P$ (2005–2015)	Ранги регионов по предложенной методике	
			уровень развития (2015)	темпы развития (2005–2015)
1	2	3	4	5
Белгородская область	-1,828	0,665	3	1
Брянская область	-2,899	-0,122	28	29
Владимирская область	-2,606	-0,003	15	20
Воронежская область	-3,036	-0,307	32	45
Ивановская область	-3,507	-0,320	52	46
Калужская область	-2,317	0,189	6	9
Костромская область	-3,197	-0,508	38	57
Курская область	-2,395	0,151	11	13
Липецкая область	-2,331	-0,054	8	24
Московская область	-2,611	0,118	16	14
Орловская область	-2,679	-0,024	19	21
Рязанская область	-3,233	-0,571	41	59
Смоленская область	-2,899	0,186	29	10
Тамбовская область	-2,861	0,104	25	16
Тверская область	-2,749	0,239	22	7
Тульская область	-2,475	-0,188	12	33
Ярославская область	-2,382	0,066	10	17
Город Москва	-1,387	0,026	1	19
Республика Карелия	-2,322	0,439	7	4
Республика Коми	-2,754	-0,073	23	26
Архангельская область	-2,710	-0,078	20	27
Вологодская область	-2,885	-0,161	27	31
Калининградская область	-2,476	-0,097	13	28
Ленинградская область	-3,198	-0,290	39	42
Мурманская область	-3,016	-0,296	30	43
Новгородская область	-3,017	-0,234	31	38
Псковская область	-3,316	-0,701	47	69
Город Санкт-Петербург	-1,480	0,569	2	3
Республика Адыгея	-3,200	-0,189	40	34
Республика Калмыкия	-3,943	-1,385	64	78
Краснодарский край	-3,156	0,104	36	15
Астраханская область	-3,054	-0,373	34	48
Волгоградская область	-3,736	-0,423	61	56
Ростовская область	-3,589	-0,347	55	47
Республика Дагестан	-3,644	0,284	57	5
Республика Ингушетия	-4,935	-0,684	79	68
Кабардино-Балкарская Республика	-3,359	-0,206	48	36
Карачаево-Черкесская Республика	-4,510	-1,919	77	79
Республика Северная Осетия - Алания	-3,314	-1,093	46	76
Ставропольский край	-2,606	-0,045	14	22
Республика Башкортостан	-2,642	0,047	18	18
Республика Марий Эл	-3,407	-0,900	50	74
Республика Мордовия	-3,038	-0,389	33	51
Республика Татарстан	-2,216	0,211	5	8
Удмуртская Республика	-3,121	-0,229	35	37
Чувашская Республика	-2,380	0,175	9	12
Пермский край	-3,566	-0,382	54	50
Кировская область	-3,373	-0,058	49	25

Продолжение таблицы 5

1	2	3	4	5
Нижегородская область	-2,199	0,274	4	6
Оренбургская область	-3,808	-0,599	62	61
Пензенская область	-2,877	-0,238	26	39
Самарская область	-2,733	-0,667	21	67
Саратовская область	-3,515	-0,533	53	58
Ульяновская область	-3,266	-0,768	42	71
Курганская область	-3,672	-0,272	58	41
Свердловская область	-3,167	-0,240	37	40
Тюменская область	-2,626	0,179	17	11
Челябинская область	-3,314	-0,389	45	52
Республика Алтай	-2,819	-0,184	24	32
Республика Бурятия	-4,270	-0,661	75	66
Республика Тыва	-3,996	-0,883	67	73
Республика Хакасия	-4,033	-0,611	68	63
Алтайский край	-3,969	-0,597	66	60
Забайкальский край	-4,684	-0,803	78	72
Красноярский край	-3,723	-0,051	59	23
Иркутская область	-3,829	-0,406	63	54
Кемеровская область	-4,054	-0,619	69	64
Новосибирская область	-3,944	-0,655	65	65
Омская область	-4,061	-0,603	70	62
Томская область	-3,280	-0,373	44	49
Республика Саха (Якутия)	-4,062	-0,204	71	35
Камчатский край	-3,620	-0,130	56	30
Приморский край	-4,140	-0,301	72	44
Хабаровский край	-3,489	-0,767	51	70
Амурская область	-4,255	-0,417	74	55
Магаданская область	-3,731	-0,405	60	53
Сахалинская область	-3,269	0,582	43	2
Еврейская автономная область	-4,506	-1,102	76	77
Чукотский автономный округ	-4,239	-0,930	73	75

Ранги устанавливались по убыванию значения потенциала, рассчитанного по отношению к максимально наблюдаемым показателям благоустройства: общая площадь жилых помещений, приходящаяся в среднем на 1 жителя – 33,3 кв.м. на 1 жителя; доля общей площади зеленых массивов и насаждений от общей площади городских земель – 100%; доля замощенных частей улиц в их общей протяженности – 100 %; доля освещенных частей улиц городов и поселков городского типа, проездов, набережных в их общей протяженности – 100%.

Как видно из таблицы, к первым пяти регионам, имевшим в 2015 году самый высокий уровень благоустройства городских территорий, относятся: города Москва и Санкт-Петербург, Белгородская и Нижегородская области, а также Республика Татарстан. К регионам, имевшим в период 2005 – 2015 годов высокие темпы благоустройства городских территорий, относятся: Белгородская и Сахалинская области, город Санкт-Петербург, Республики Карелия и Дагестан.

### **Комплексная оценка состояния и развития городов России по показателям жилищно-коммунального хозяйства**

При выполнении оценки изучены показатели состояния и развития жилищно-коммунального хозяйства 113 городов Российской Федерации. Собранные информация охватывала данные о 12 показателях муниципальных образований за 2006–2015 годы, представленные в базе Федеральной службы государственной статистики [30]: число источников теплоснабжения, протяженности тепловых, водопроводных, газовых и канализационных сетей, длины трубопроводов этих сетей, требующих замены, общая площадь жилых помещений и площадь ветхого жилья, площадь городских территорий и т.д. В целом это составляло порядка 14 тысяч статистических наблюдений.

В качестве основных показателей для событийной оценки уровня развития ЖКХ были приняты относительные протяженности тепловых сетей  $p_1$ , водопроводных сетей  $p_2$  и

канализационных сетей  $p_3$ . Данные показатели определяли в безразмерном виде путем отношения общей протяженности каждой сети, выраженной в километрах, к величине  $\sqrt{S}$ , где  $S$  – площадь города, км<sup>2</sup>.

На основе переменных  $p_1, p_2, p_3$ , характеризующих уровень развития ЖКХ городов, формировалось трехмерное пространство состояний объектов. С целью проведения комплексной оценки рассматривалось совместное событие наблюдения указанных выше трех показателей, для которого алгоритмически по имеющимся данным определялась статистическая вероятность  $w$ . Поиск нелинейных связей между статистической вероятностью состояния  $w$  и принятыми показателями ЖКХ городов основывался на нахождении зависимости (1). В результате установления связей вероятности  $w$  со значениями переменных  $p_1, p_2, p_3$  получена следующая регрессионная зависимость:

$$Pr = -4,871 + s;$$

$$s = 0,638 \ln p_1 + 0,375 \ln p_2 + 0,425 \ln p_3. \quad (6)$$

Коэффициент корреляции зависимости (6) составил 0,93, результаты обработки данных приведены на рисунке 8.

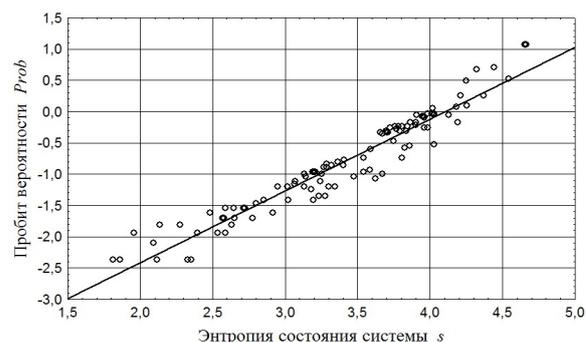


Рисунок 8. – Зависимость вероятности состояния  $w$  от энтропии  $s$  для совместно наблюдаемых значений показателей жилищно-коммунального хозяйства  $p_1, p_2, p_3$

Таким образом, в наблюдаемом пространстве состояний можно построить криволинейные координаты, которые позволят провести рейтингование городов по показателям ЖКХ. Ранги городов определены на основе потенциала состояния объектов в пространстве  $H^n$  (табл. 6). Ранги установлены по убыванию значения потенциала, рассчитанного согласно зависимости (2). Поэтому, с учетом вероятностной оценки совместных событий, связанных с одновременным наблюдением показателей развития городов, можно проводить их взаимное сравнение.

Таблица 6. – Ранги городов России, связанные с уровнем развития ЖКХ

Города	Энтропия	Потенциал	Ранги	Города	Энтропия	Потенциал	Ранги
Архангельск	3,3738	2325,2	70	Нижневартовск	0,8174	30,9	113
Астрахань	4,2051	12886,3	7	Новокузнецк	3,1037	2549,9	66
Белгород	3,9959	11310,7	10	Новороссийск	3,9729	8465,0	16
Благовещенск	2,7301	755,9	102	Новосибирск	4,6677	18000,6	1
Братск	3,1413	1496,9	86	Омск	4,2234	10967,2	12
Брянск	4,0412	7644,9	22	Орел	2,6404	1834,5	80
Владивосток	3,9188	4921,6	38	Оренбург	4,2694	13041,1	6
Владимир	4,0239	6435,5	28	Пенза	3,9131	5741,3	32
Волгоград	3,7949	4253,0	48	Пермь	4,0327	6480,9	27
Воронеж	3,6690	3647,3	54	Петрозаводск	3,3322	1922,9	77
Екатеринбург	4,3854	17844,7	2	Псков	3,8561	4761,2	39
Ижевск	2,8254	6186,9	29	Самара	4,3361	10428,2	13
Иркутск	3,8783	4491,3	45	Саратов	4,0378	7793,4	19
Казань	3,9692	6735,9	25	Северодвинск	2,3370	1168,4	94
Калининград	4,1400	7313,5	23	Сургут	1,8665	1458,5	88
Калуга	3,9950	6597,4	26	Тверь	3,7199	4570,2	43
Кемерово	3,5546	3397,9	58	Тольятти	3,7701	4401,2	46
Кисловодск	3,4831	3249,7	60	Томск	3,8370	5085,2	37
Краснодар	4,4555	12188,3	8	Тюмень	3,2155	2019,2	74
Красноярск	4,2632	8704,8	15	Уфа	3,6844	8084,9	18
Курск	3,4119	3717,2	53	Ухта	3,7071	11072,8	11
Магнитогорск	3,8021	5676,0	35	Хабаровск	3,7075	4369,6	47
Мурманск	3,2046	1733,4	83	Челябинск	4,3807	17321,9	5
Нальчик	3,1523	2225,5	71	Череповец	3,2962	2543,5	67
Находка	2,6518	641,8	105	Чита	2,7244	952,3	97
Нефтекамск	1,8168	1054,4	96	Шахты	3,6363	7755,9	21
Нефтеюганск	1,0257	37,0	112	Якутск	3,3139	8260,4	17
Нижний Новгород	4,6757	17730,9	3	Ростов-на-Дону	4,5576	17529,9	4

Как показал анализ, наиболее развитое жилищно-коммунальное хозяйство (с учетом удельных показателей) существует в городах Новосибирск, Екатеринбург, Нижний Новгород, Ростов-на-Дону, Челябинск, Оренбург, Астрахань, Краснодар.

### Комплексная оценка и ранжирование городов России по уровню и темпам жилищного строительства

Анализ информации о жилищном строительстве в городах России основывался на данных Федеральной службы статистики [27]. Информация о состоянии жилищного фонда, уровне жизни населения и социальной сфере, объемах работ и инвестициях в строительстве и т.д. содержала данные для 150 городов с населением свыше 100 тысяч человек. Собранный информация охватывала значения показателей в области жилищного строительства за период с 2003 по 2015 годы (более 20 тысяч наблюдений). Для примера в качестве основных показателей для событийной оценки приняты:

- ✓ объем работ, выполненных по виду деятельности «Строительство»  $P_1$ , млн. руб.;
- ✓ общая площадь жилых помещений, приходящаяся в среднем на одного жителя  $P_2$ , м<sup>2</sup>;
- ✓ ввод в действие жилых домов  $P_3$ , тыс. м<sup>2</sup>.

При ранжировании объектов использовались удельные величины, определенные по отношению к численности населения ( $N$ , тыс. чел.):  $p_k = P_k / N$ .

Методика рейтингования основывалась на вероятностном анализе совместных событий одновременного наблюдения показателей  $p_1, p_2, p_3$ , характеризующих объекты.

Вероятностные распределения находились в виде зависимостей (1). В качестве опорных величин принимались минимальные значения показателей  $p_{i_0} = p_{i \min}$  в группе городов (в столбце данных), которые наблюдались в 2003 году. Поле направлений, отражающее тенденции в развитии всей группы объектов, определялось линиями энтропии вида (1). Ортогональные им кривые формировали координатные линии в виде потенциала (2). Потенциал был использован в качестве критерия комплексной оценки состояния объектов.

На основе показателей  $p_1, p_2, p_3$ , характеризующих уровень развития жилищного строительства в городах, формировалось трехмерное пространство состояний, для которого эмпирически получены уравнения, имеющие для данных 2003 и 2015 годов соответственно вид:

$$Pr = -6,871 + 0,499 \ln \frac{p_1}{p_{1_0}} + 4,488 \ln \frac{p_2}{p_{2_0}} + 0,615 \ln \frac{p_3}{p_{3_0}}; \quad (7)$$

$$Pr = -7,171 + 0,298 \ln \frac{p_1}{p_{1_0}} + 3,942 \ln \frac{p_2}{p_{2_0}} + 0,529 \ln \frac{p_3}{p_{3_0}}. \quad (8)$$

Коэффициенты множественной корреляции составили 0,95 и 0,96 соответственно.

Таким образом, на основе оценки потенциала можно проранжировать города России по приведенным показателям (табл. 7). Ранги уровня развития устанавливались по убыванию значения потенциала по отношению к минимально наблюдаемым показателям. Ранги городов по темпам развития в 2003–2015 годах определялись по убыванию разности потенциала:

$$\Delta P = P_{2015} - P_{2003}.$$

Таблица 7. – Рейтинги городов России, связанные с уровнем и темпами жилищного строительства

Города	Потенциал развития $P$ (2015)	Изменение потенциала $\Delta P$ (2003–2015)	Ранги городов	
			уровень развития (2015)	темпы развития (2003–2015)
1	2	3	4	5
Альметьевск	50008,6	49785,9	4	4
Архангельск	1759,5	1448,6	94	94
Балашиха	8302,5	5458,9	29	39
Белгород	6398,0	4650,5	40	52
Благовещенск	23625,9	23104,7	10	7
Владикавказ	648,6	318,0	115	119
Волгоград	8883,9	7798,0	28	27
Воронеж	6351,6	5339,3	41	41
Екатеринбург	7099,4	6825,1	34	31
Иркутск	5821,5	5313,2	45	42
Казань	9114,8	7240,7	27	29
Калининград	14983,3	12949,7	17	17
Кисловодск	292,7	184,6	122	123
Краснодар	23665,6	21074,6	9	8
Красноярск	12582,9	12009,2	21	19

Продолжение таблицы 7

1	2	3	4	5
Курск	9377,9	8657,8	26	25
Липецк	7462,7	7137,8	32	30
Магадан	466,2	254,2	121	120
Нефтеюганск	41053,4	8644,5	7	26
Нижневартовск	45089,1	19965,7	6	10
Нижнекамск	78208,6	76371,6	2	2
Новороссийск	21112,5	20097,1	11	9
Новосибирск	5588,9	5364,1	51	40
Новошахтинск	265,1	246,4	124	121
Ногинск	2695,9	2571,5	83	75
Пермь	9987,3	9620,5	24	23
Орел	4572,5	3858,0	60	60
Оренбург	14124,4	13561,6	18	16
Ростов-на-Дону	48842,5	47783,4	5	5
Рязань	2712,1	1859,0	82	88
Салават	78834,2	78043,4	1	1
Самара	5722,2	5505,3	46	38
Саратов	3160,8	2800,0	73	72
Смоленск	1531,4	598,3	100	112
Сочи	13267,3	11512,8	19	22
Ставрополь	5643,1	5109,6	48	44
Старый Оскол	5511,4	4691,1	53	51
Таганрог	4600,1	4503,3	59	53
Тюмень	51990,6	50346,4	3	3
Ухта	38819,2	30937,7	8	6
Хабаровск	6828,7	5049,2	37	45

### Оценка опасности загрязнения атмосферного воздуха городов

В работе использованы данные наблюдений Росгидромета о загрязнении воздуха в наиболее крупных городах России (35 городов) [28, 32]. Опасность загрязнения оценивалась путем сравнения уровня загрязнения воздуха с действующими санитарно-гигиеническими нормами для четырех наиболее распространенных загрязняющих веществ: пыли, диоксида серы, оксида углерода и диоксида азота. Соответственно были введены показатели загрязнения  $p_1, p_2, p_3, p_4$  в виде концентраций этих веществ. В качестве безопасного (опорного) состояния принято состояние условного объекта, показатели загрязнения воздуха для которого равны предельно допустимым концентрациям вредных веществ: для пыли  $p_{1_0} = 0,15 \text{ мг/м}^3$ ; для диоксида серы  $p_{2_0} = 0,05 \text{ мг/м}^3$ ; для оксида углерода  $p_{3_0} = 3,0 \text{ мг/м}^3$ ; для диоксида азота  $p_{4_0} = 0,04 \text{ мг/м}^3$ .

Для крупных городов России получена регрессионная зависимость вероятности совместных событий  $w$  от энтропии состояния объектов:

$$Pr ob = -0,2501 + s ;$$

$$s = 0,3001 \ln \frac{p_1}{p_{1_0}} + 0,2038 \ln \frac{p_2}{p_{2_0}} + 0,3358 \ln \frac{p_3}{p_{3_0}} + 0,6206 \ln \frac{p_4}{p_{4_0}} . \quad (9)$$

Коэффициент корреляции зависимости (9) составил 0,89. Согласно (1) – (2) определены энтропия и потенциал состояния для каждого города России. Результаты ранжирования объектов по данным наблюдений в 2007 году приведены в таблице 8.

Предложенный метод позволяет оценить уровень риска загрязнения воздуха в многомерном пространстве показателей по отношению к объекту, у которого наблюдается безопасный уровень загрязнения атмосферного воздуха, регламентируемый действующими нормами.

Установлено, что уровень загрязнения атмосферного воздуха, определенный по методике расчета комплексного индекса загрязнения атмосферы [50], достаточно тесно связан с потенциалом состояния  $P$ , рассчитанным по данному методу.

Таблица 8. – Значения потенциала  $P$  и рейтинги крупных городов России, связанные с уровнем загрязнения атмосферы

Города России	Потенциал состояния $P$	Ранги городов	Города России	Потенциал состояния $P$	Ранги городов
Астрахань	-9,69	29	Новосибирск	-2,52	4
Барнаул	-3,61	9	Омск	-9,82	31
Владивосток	-3,76	11	Оренбург	-5,74	16
Волгоград	-6,65	20	Пенза	-9,78	30
Воронеж	14,05	1	Пермь	-9,34	27
Екатеринбург	-5,84	17	Ростов-на-Дону	-3,50	7
Ижевск	-10,32	33	Рязань	-8,54	24
Иркутск	-1,75	3	Самара	-9,56	28
Казань	-3,72	10	Санкт-Петербург	-4,39	13
Кемерово	-8,94	25	Саратов	-6,26	18
Киров	-10,21	32	Тольятти	-7,82	22
Краснодар	-3,60	8	Тула	-12,09	35
Красноярск	-4,84	14	Тюмень	-2,79	5
Липецк	-9,00	26	Ульяновск	-4,87	15
Москва	-4,27	12	Уфа	-6,27	19
Нижний Новгород	-7,13	21	Хабаровск	0,67	2
Новокузнецк	-2,83	6	Челябинск	-7,83	23

К первым пяти крупным городам России, имевшим в 2007 году самый высокий уровень загрязнения атмосферного воздуха, относятся: Воронеж, Хабаровск, Иркутск, Новосибирск и Тюмень.

#### Оценка стран по экологическим показателям

Теперь проиллюстрируем предложенный метод комплексной оценки на примере сравнения стран Европы по экологическим показателям урбанизированных территорий. В качестве показателей для оценки развития стран использовались: суммарные выбросы парниковых газов на душу населения  $p_1$ , тонн  $\text{CO}_2$ -экв./чел.; доля охраняемых территорий в общей площади земель  $p_2$ , %; доля сельскохозяйственных земель в общей площади всех земель  $p_3$ , %. Для решения задачи воспользуемся базами данных [33]. Оценка осуществлялась относительно средних значений показателей по отношению к условно принятой опорной точке. В качестве опорного значения показателя выбросов парниковых газов на душу населения  $p_1$  принято его среднее значение по странам Европы, равное  $p_{10} = 8,8$  тонн  $\text{CO}_2$ -экв./чел.

Аналогичным образом принято опорное значение по охраняемым территориям  $p_{20} = 10,9$  % и доля сельскохозяйственных земель в общей площади –  $p_{30} = 48,8$  %. В результате вычислений для вероятностей событий получена регрессионная зависимость следующего вида:

$$\ln(w) = -1,804 + s;$$

$$s = 0,466 \ln \frac{p_1}{p_{10}} + 0,495 \ln \frac{p_2}{p_{20}} + 1,041 \ln \frac{p_3}{p_{30}}. \quad (10)$$

Коэффициент корреляции зависимости (10) составил 0,91.

Ранги стран по экологическому состоянию устанавливались по возрастанию степени воздействия стран на окружающую природную среду (табл. 9).

Таким образом, с учетом вероятностного анализа совместных событий, связанных с наблюдением 3–4 основных показателей, можно проводить взаимное сравнение по определенным аспектам различных урбанизированных территорий. При этом важным является то, что принятые показатели могут быть разной природы, так как в итоге рассматриваются события наблюдения этих показателей.

Таблица 9. – Значения потенциала  $P$  и ранги стран Европы относительно средних значений экологических показателей

Страны Европы	Потенциал $P$	Ранг	Страны Европы	Потенциал $P$	Ранг
Лихтенштейн	25,15	1	Украина	-0,80	27
Люксембург	22,64	2	Туркменистан	-0,99	28
Эстония	18,23	3	Латвия	-1,01	29
Германия	15,28	4	Словения	-1,17	30
Австрия	12,29	5	Исландия	-1,24	31
Польша	11,34	6	Литва	-1,41	32
Швейцария	10,88	7	Кипр	-1,52	33
Словакия	8,79	8	Румыния	-1,68	34
Монако	6,24	9	Швеция	-2,01	35
Чехия	6,09	10	Беларусь	-2,11	36
Великобритания	5,89	11	Португалия	-2,21	37
Нидерланды	4,62	12	Азербайджан	-2,26	38
Ирландия	4,23	13	Хорватия	-2,30	39
Финляндия	2,65	14	Македония	-2,32	40
Дания	2,07	15	Армения	-2,36	41
Россия	1,90	16	Молдова	-2,37	42
Казахстан	1,60	17	Узбекистан	-2,44	43
Бельгия	1,51	18	Мальта	-2,91	44
Италия	1,38	19	Андорра	-3,02	45
Греция	0,97	20	Турция	-3,22	46
Таджикистан	0,88	21	Сербия и Черногория	-3,26	47
Франция	0,81	22	Кыргызстан	-3,56	48
Испания	0,04	23	Грузия	-4,01	49
Венгрия	-0,20	24	Албания	-4,01	50
Болгария	-0,56	25	Босния и Герцеговина	-4,25	51
Норвегия	-0,77	26	Сан-Марино	-5,01	52

### Стратегическая оценка состояния и развития стран и их регионов по показателям человеческого развития

Проиллюстрируем возможность применения предложенной методики событийной оценки также на примере оценки человеческого развития, альтернативной методике расчета индекса человеческого развития Программы развития ООН [34, 35]. Для расчета индекса используются следующие показатели [34]: средняя продолжительность обучения  $p_1$ , лет; ожидаемая продолжительность обучения  $p_2$ , лет; валовой национальный доход (ВНД) на душу населения в пересчете по паритету покупательной способности в долларах США  $p_3$ ; ожидаемая продолжительность жизни  $p_4$ , лет. Для решения задачи воспользуемся базами данных Докладов развития человека ПРООН за 2010 и 2014 годы [34–36], которые охватывают информацию по странам мира с 2008 по 2013 годы.

Статистическая вероятность  $w$  одновременного наблюдения показателей  $p_1, p_2, p_3, p_4$  подсчитывалась во всей группе объектов (169 стран мира). Также, как и ранее, в качестве уравнений для моделирования состояний объектов использовались зависимости (1), (2). В

результате вычислений получена следующая регрессионная зависимость:

$$Pr = -3,071 + s; \quad w = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{Pr} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt;$$

$$s = 0,346 \ln \frac{p_1}{p_{1_0}} + 0,862 \ln \frac{p_2}{p_{2_0}} + 0,167 \ln \frac{p_3}{p_{3_0}} + 2,402 \ln \frac{p_4}{p_{4_0}}. \quad (11)$$

Коэффициент корреляции зависимости (11) составил 0,98. Переменные относились к значениям  $p_{1_0}, p_{2_0}, p_{3_0}, p_{4_0}$ , которые соответствуют выбранному опорному состоянию, в качестве которого были приняты показатели развития страны Нигер в 2008 году, как одной из самых слаборазвитых стран мира  $p_{1_0} = 1,4$  лет;  $p_{2_0} = 4,3$  лет;  $p_{3_0} = 675$  \$;  $p_{4_0} = 52,5$  лет.

На основе полученных данных, исходя из вероятностной оценки сложных совместных событий, связанных с наблюдением показателей  $p_1, p_2, p_3, p_4$ , были определены энтропия и потенциал развития для каждой страны мира. Результаты ранжирования стран мира приведены в таблице 10.

К первым десяти странам, имевшим высокий уровень развития в 2013 году, относятся: Катар, Лихтенштейн, Кувейт,

Сингапур, Бруней, Норвегия, Люксембург, ОАЭ, Швейцария и Гонконг. Видно, что из Большой двадцатки стран (G20) в списке нет ни одной страны, а из ЕС – только Люксембург. По темпам развития в 2008–2013 годах к десятке быстро развивающихся стран относятся: Катар, Кувейт, Сингапур, Бруней, Саудовская Аравия, Швейцария, Лихтенштейн, Люксембург, Гонконг и Исландия.

К десяти странам, имевшим самый низкий уровень развития, относятся ЦАР, Бурунди, Малави, Либерия, Нигер, Мозамбик, Гвинея-Бисау, Гвинея, Того и Эфиопия. Все эти страны находятся в Африке. По темпам развития в 2008–2013 годах самыми отстающими странами были: Барбадос, Багамские Острова, Греция, Экваториальная Гвинея, Англия, Соломоновы острова, Малави, ЦАР, Нигер и Уганда.

Таблица 10. – Значения потенциала  $P$ , его изменение  $\Delta P$  и рейтинги стран в процессах развития стран мира в 2008–2013 годах

Страны мира	Потенциал страны $P$ (2013 г.)	Изменение потенциала $\Delta P$ (2008–2013 гг.)	Ранги стран согласно предложенной методики		Ранги стран по ИЧР согласно методике ПРООН (2013)
			уровень развития (2013)	темпы развития (2008–2013)	
Норвегия	365995	56065	6	11	1
Швейцария	259015	116708	9	6	3
США	245219	46445	11	13	5
Германия	166119	54351	14	12	6
Канада	157264	23242	18	26	8
Сингапур	469250	255069	4	3	9
Швеция	167274	44982	13	15	12
Исландия	110534	63424	25	10	13
Англия	109843	-485,4	26	165	14
Гонконг	245864	63685	10	9	15
Япония	121041	13151	23	41	17
Франция	120260	14557	24	38	20
Италия	95662	17025	28	33	26
Чехия	54018	7856	40	59	28
Греция	54522	-13679	39	167	29
Катар	1269241	704098	1	1	31
Эстония	49085	22596	43	27	33
Польша	41441	12999	49	43	35
Литва	50583	30832	42	18	35
Словакия	57580	15484	37	36	37
Венгрия	40482	13057	51	42	43
Латвия	44168	29103	45	20	48
Беларусь	24179	9174	62	52	53
Румыния	27282	12446	57	45	54
Россия	45899	25014	44	24	57
Болгария	21306	10146	66	50	58
Турция	30315	14329	55	39	69
Казахстан	33911	24475	53	25	70
Азербайджан	22215	15313	65	37	76
Бразилия	18266	8178	70	56	79
Грузия	4334	2101	103	99	79
Украина	6115	2220	97	95	83
Армения	5723	2961	99	90	87
Китай	11812	7084	80	62	91
Египет	9688	6584	86	63	110
Молдова	2317	1389	117	105	114
Узбекистан	2490	1595	115	104	116
Индия	2356	1380	116	106	135
Пакистан	1917	1295	121	109	146
Нигерия	2551	2153	114	98	152
Эфиопия	118,0	67,0	160	151	173
Нигер	28,6	28,2	165	161	187

Видно, что в списке присутствуют Англия и Греция, входящие в группу стран ЕС. Англия и Греция – это две единственные европейские страны, у которых в 2008–2013 годах произошло снижение удельного ВНД.

Россия в рейтинге по уровню развития в 2013 году занимала 44 место, в свою очередь: Украина – 97; Казахстан – 53; Белоруссия – 62 место. По темпам развития в 2008 – 2013 годах Россия находилась на 24 месте, Украина на 95, Казахстан на 25, а Белоруссия на 52 месте. За этот период Украина в темпах развития отставала от России и Казахстана, а также стран бывшего СССР. Более низкие темпы, чем у Украины наблюдались в Грузии, Узбекистане, Молдове, Кыргызстане и Таджикистане.

Рейтинги стран мира по уровню развития ( $R_{ООН}$ ), определенные по методике расчета индекса человеческого развития ПРООН, существенно отличаются от аналогичного рейтинга ( $R$ ), рассчитанного по данной методике. Результаты сравнения приведены на рисунке 6.7.

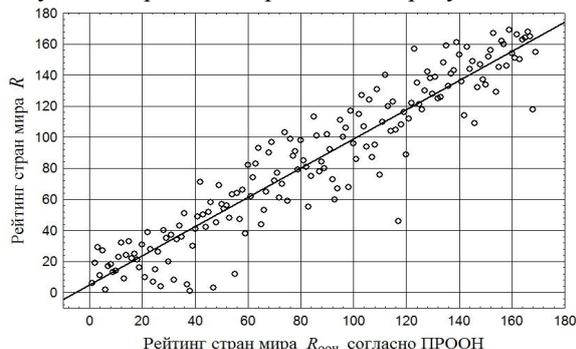


Рисунок 6.7. – Сравнение рейтингов стран мира по уровню развития по различным методикам оценки

В связи с нелинейностью расчетных зависимостей для большинства развитых стран методика ПРООН дает завышенные рейтинги уровня развития, а для многих развивающихся стран – заниженные рейтинги. Среди стран, которые по потенциалу развития  $P$  попали в первую десятку, только Сингапур, Норвегия и Швейцария имеют в рейтинге Топ-10 Программы развития ООН.

Данный метод позволяет также провести событийную оценку уровня человеческого развития регионов России на основе определения вероятностей событий, отражающих процессы регионального развития.

Российский офис Программы развития ООН (ПРООН) периодически представляет Доклады о развитии человеческого потенциала в Российской Федерации. Последний Доклад, который вышел в 2013 году [31] является продолжением нескольких предыдущих национальных докладов [31], подготовленных российскими экспертами. По результатам

последнего исследования город Москва признана самым благополучным регионом в России. В пять наиболее благополучных регионов вошли также Санкт-Петербург, Тюменская, Сахалинская и Белгородская область.

В докладе ПРООН по Индексу человеческого развития в регионах Российской Федерации 2013 года [31] представлены данные, рассчитанные по итогам 2010 года в соответствии с зависимостями (12)–(16):

$$I_i = \frac{p_i - p_{i \min}}{p_{i \max} - p_{i \min}}, \quad (12)$$

где  $p_i$  – значения  $i$ -ого показателя для определенного объекта;  $p_{i \min}$ ,  $p_{i \max}$  – соответственно минимальное и максимальное значения этого показателя в изучаемой группе объектов;  $I_i$  – соответствующий индикатор.

Для получения значений индекса развития человеческого потенциала (ИРЧП) [31] рассчитаны три основных параметра – индикаторы продолжительности жизни  $I_1$ , образования  $I_2$  и ВВП  $I_3$ . Для каждого из них установлены общемировые минимальные и максимальные значения (планки) [34–36].

До 2010 года интегральный индекс человеческого развития  $I$  вычислялся по формуле:

$$I = \sum_{i=1}^3 \alpha_i \cdot I_i, \quad \alpha_i = 1/3. \quad (13)$$

Каждый из индикаторов ИРЧП выражается величиной от нуля до единицы и рассчитывается по формулам (14)–(16).

Индикатор продолжительности жизни определяется в виде:

$$I_1 = \frac{p - p_{\min}}{p_{\max} - p_{\min}}, \quad (14)$$

где  $p$  – ожидаемая продолжительность жизни в стране, регионе, городе или районе, при этом  $p_{\max}$  принимают равным 85, а  $p_{\min}$  равным 25 (лет).

Индикатор образования имеет вид:

$$I_2 = \frac{2}{3} p_1 + \frac{1}{3} p_2, \quad (15)$$

где  $p_1$  – доля грамотного взрослого населения (от 15 лет и старше, доли ед.);  $p_2$  – доля обучающихся в начальных, средних и высших учебных заведениях в возрасте от 5 до 23 лет, доли ед.

При расчете показатель дохода (ВВП на душу населения) для стран мира корректируется, так как при достижении достойного уровня развития человеческого потенциала не требуется неограниченного дохода. Поэтому при оценке соответствующего индикатора используются логарифмы дохода:

$$I_3 = \frac{\log p - \log p_{\min}}{\log p_{\max} - \log p_{\min}}, \quad (16)$$

где  $p_{\max} = 40000$  дол. США по паритету покупательной способности (ППС), а  $p_{\min} = 100$  дол. США по ППС.

Методика ИРЧП широко применяется при оценке человеческого потенциала разных стран [34–36]. После 2010 года методика расчета была изменена, в результате формула (13) заменена на формулу геометрического среднего

$$I = \sqrt[3]{I_1 I_2 I_3}.$$

Согласно результатам исследования, в целом по регионам России ИЧР незначительно вырос по сравнению с предыдущим годом. Рост отмечался в 71 регионе из 80. Быстрее всего возростал ИЧР в Сахалинской области и Красноярском крае благодаря опережающему экономическому развитию.

В целом, региональные отличия регионов России по данным ИЧР почти не меняются с 2000 года. Считается, что чуть более 20% населения России живет в относительно благополучных регионах, около 10% – в регионах-аутсайдерах, а более двух третей – в регионах со средним уровнем человеческого развития. Результаты оценки человеческого развития регионов России по данным Российского офиса ПРООН приведены в таблице 11.

Проведем оценку человеческого развития регионов России. В качестве атрибутивных показателей для расчета индекса используем следующие величины: валовый внутренний продукт (ВВП) на душу населения в пересчете по паритету покупательной способности в долларах США  $p_1$ ; ожидаемая продолжительность жизни  $p_2$ , лет; уровень грамотности населения  $p_3$ , %; доля охвата населения начальным, средним и высшим образованием  $p_4$ , %. Для решения задачи воспользуемся базами данных Докладов развития человека ПРООН для регионов России [31].

Для поиска нелинейных связей между вероятностью и переменными воспользуемся методом пробит-анализа [49]. Свяжем полученную вероятность  $w$  с распределениями переменных  $p_1, p_2, p_3, p_4$  в массиве статистических данных, в результате чего будем иметь следующую регрессионную зависимость вероятности от энтропии состояния объектов:

$$\text{Pr} = -5,766 + s; \quad w = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\text{Pr}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt;$$

$$s = 0,618 \ln \frac{p_1}{p_{1_0}} + 8,968 \ln \frac{p_2}{p_{2_0}} +$$

$$+ 36,476 \ln \frac{p_3}{p_{3_0}} + 3,028 \ln \frac{p_4}{p_{4_0}} \quad (17)$$

Коэффициент корреляции зависимости (17) составил 0,90.

Атрибутивные переменные выбирались такими же, как и в методике ПРООН до 2010 года, и относились к значениям  $p_{1_0}, p_{2_0}, p_{3_0}, p_{4_0}$ , в качестве которых были приняты минимальные показатели развития регионов, в частности, равные:  $p_{1_0} = 2882$  \$;  $p_{2_0} = 59,65$  лет;  $p_{3_0} = 56,0$  %;  $p_{4_0} = 46,7$  %.

На основе полученных данных, исходя из вероятностной оценки совместных событий, связанных с наблюдением показателей  $p_1, p_2, p_3, p_4$ , определены энтропия и потенциал развития для каждого региона России в 2008 и 2010 годах. Результаты ранжирования по уровню и темпам развития для данного случая приведены в таблице 11.

К первым пяти регионам, имевшим самый высокий уровень развития в 2010 году, относятся: Тюменская область, город Москва, Сахалинская область, Чукотский автономный округ и Республика Татарстан. Видно, что от первых трех регионов, потенциал развития которых больше  $P = 150$ , большинство регионов отставало по развитию почти в три и более раза. В среднем по потенциалу развития отношение в уровнях развития наиболее и наименее развитых регионов достигло 70:1. По темпам развития в период 2008–2010 годов к быстро развивающимся регионам относятся: Сахалинская и Тюменская области, Чукотский автономный округ, Красноярский край и Республика Саха-Якутия.

К пяти регионам, имевшим самый низкий уровень развития, относятся Республика Ингушетия, Чеченская и Кабардино-Балкарская Республики, а также Республики Тыва и Калмыкия. По темпам развития в 2008–2010 годах отстающими регионами считаются: Вологодская область, Чеченская и Карачаево-Черкесская Республики, а также Республики Ингушетия и Алтай.

Города Москва и Санкт-Петербург по темпам развития в 2008–2010 годах занимали соответственно 28 и 8 место. За этот период высокие темпы развития, превышающие средние темпы развития всех остальных регионов в 6–10 раз по изменению потенциала  $\Delta P$ , наблюдались в Сахалинской и Тюменской областях, а также в Чукотском автономном округе.

Рейтинги регионов по уровню развития, определенные по методике расчета индекса человеческого развития ПРООН, отличаются от аналогичного рейтинга, рассчитанного на основе данного подхода (табл. 11).

Сегодня имеется информация о многих индексах и рейтингах развития стран, регионов и городов. Наиболее широко известны среди них: индекс развития человеческого потенциала (Human Development Index); индексы и рейтинги демократии (Freedom House, Economist Intelligence Unit); индекс ведения бизнеса Всемирного Банка (Doing Business); индекс и рейтинг благополучия стран мира (Happy Planet Index), Индекс

международной безопасности (International Security Index, iSi); Индекс и рейтинг экологической эффективности стран мира (Environmental Performance Index), Индекс уровня глобализации городов (Global Cities Index), рейтинг «зеленых» городов мира (Green City Index) и др. [26, 31, 34, 35, 51–64]. Оценка указанных индексов основывается на

разнообразных экспертных методиках, причем часто методические принципы расчетов международными организациями и агентствами не раскрываются.

Как видно из приведенного выше материала для определения индексов и оценки рейтингов сложных систем можно предложить универсальную прикладную методику.

Таблица 11. – Значения потенциала  $P$ , его изменение  $\Delta P$  и рейтинги регионов России в процессах развития в 2008 – 2010 годах

Регионы Российской Федерации	Потенциал развития $P$ (2008)	Изменение потенциала $\Delta P$ (2008–2010)	Ранги регионов согласно предложенной методики		ИЧР по методике ПРООН (2008)	Ранги регионов по ИЧР (2008)
			уровень развития (2008)	темпы развития (2008–2010)		
1	2	3	4	5	6	7
Город Москва	280,92	18,51	2	28	0,929	1
Тюменская область	475,25	234,01	1	2	0,878	2
Город Санкт-Петербург	69,72	47,13	6	8	0,877	3
Республика Татарстан	72,54	36,39	5	11	0,848	4
Белгородская область	51,46	52,34	9	7	0,838	5
Томская область	47,22	34,94	14	12	0,834	6
Сахалинская область	165,45	358,49	3	1	0,829	7
Самарская область	36,42	12,64	23	40	0,817	8
Свердловская область	39,60	23,15	20	21	0,817	9
Липецкая область	53,11	6,99	8	65	0,816	10
Красноярский край	50,25	91,86	10	4	0,816	11
Республика Коми	59,27	60,05	7	6	0,816	12
Челябинская область	37,26	9,76	22	51	0,816	13
Республика Башкортостан	39,70	10,82	19	46	0,815	14
Омская область	34,78	17,99	24	29	0,815	15
Вологодская область	49,35	-3,10	12	80	0,814	16
Новосибирская область	25,37	10,53	34	48	0,814	17
Оренбургская область	48,27	28,85	13	16	0,813	18
Республика Саха - Якутия	47,03	60,27	15	5	0,813	19
Волгоградская область	27,54	7,76	32	59	0,811	20
Архангельская область	39,07	32,07	21	14	0,808	21
Краснодарский край	22,59	16,53	39	30	0,807	22
Московская область	46,51	11,78	16	44	0,806	23
Ярославская область	28,18	12,98	29	39	0,806	24
Удмуртская Республика	29,80	14,21	26	36	0,805	25
Пермский край	39,88	19,69	18	26	0,802	26
Саратовская область	19,04	15,88	41	34	0,801	27
Нижегородская область	27,64	19,70	31	25	0,801	28
Курская область	20,53	15,07	40	35	0,801	29
Ростовская область	16,21	8,23	48	55	0,801	30
Кемеровская область	49,72	34,22	11	13	0,799	31
Магаданская область	27,86	44,84	30	9	0,798	32
Орловская область	16,44	10,36	47	49	0,797	33
Астраханская область	22,78	5,61	38	71	0,797	34
Мурманская область	32,47	25,53	25	18	0,797	35
Чувашская Республика	17,48	4,18	45	74	0,797	36
Воронежская область	14,55	6,25	54	69	0,796	37
Республика Мордовия	15,32	6,75	50	68	0,794	38
Иркутская область	29,37	31,02	27	15	0,793	39
Калининградская область	26,09	16,46	33	31	0,792	40
Калужская область	23,61	20,53	36	23	0,791	41
Республика Северная Осетия	7,79	7,87	70	57	0,791	42
Республика Дагестан	5,98	6,97	74	66	0,788	43
Республика Хакасия	18,26	19,30	43	27	0,788	44
Пензенская область	12,02	6,18	64	70	0,786	45
Ульяновская область	14,42	12,24	55	41	0,786	46
Рязанская область	14,56	11,92	53	43	0,785	47
Хабаровский край	18,61	25,51	42	19	0,785	48

Продолжение таблицы 11

1	2	3	4	5	6	7
Тульская область	23,18	7,18	37	63	0,784	49
Тамбовская область	12,81	8,03	59	56	0,784	50
Республика Карелия	23,76	16,06	35	32	0,784	51
Карачаево-Черкесская Республика	7,09	2,24	71	78	0,783	52
Чукотский автономный округ	80,45	158,73	4	3	0,783	53
Ставропольский край	8,15	4,60	69	73	0,782	54
Ленинградская область	46,16	40,84	17	10	0,778	55
Новгородская область	29,03	21,99	28	22	0,778	56
Алтайский край	12,28	8,91	63	53	0,777	57
Камчатский край	14,18	19,89	57	24	0,776	58
Курганская область	12,66	8,58	62	54	0,776	59
Приморский край	13,55	28,32	58	17	0,775	60
Костромская область	14,68	10,72	51	47	0,775	61
Смоленская область	15,38	12,02	49	42	0,775	62
Кировская область	11,37	7,59	65	60	0,774	63
Тверская область	18,03	11,26	44	45	0,774	64
Республика Бурятия	14,28	7,35	56	61	0,771	65
Владимирская область	12,77	13,44	60	37	0,770	66
Брянская область	10,20	7,21	67	62	0,770	67
Кабардино-Балкарская Республика	4,04	7,10	78	64	0,769	68
Республика Марий Эл	10,94	10,29	66	50	0,769	69
Республика Адыгея	6,05	7,78	73	58	0,767	70
Чеченская Республика	1,93	0,89	79	79	0,766	71
Амурская область	16,54	24,85	46	20	0,765	72
Республика Калмыкия	4,89	4,02	76	75	0,763	73
Забайкальский край	14,63	13,36	52	38	0,762	74
Республика Ингушетия	0,10	2,96	80	77	0,759	75
Ивановская область	5,58	4,65	75	72	0,757	76
Псковская область	9,98	9,62	68	52	0,751	77
Еврейская автономная область	12,70	15,90	61	33	0,748	78
Республика Алтай	6,42	3,88	72	76	0,748	79
Республика Тыва	4,84	6,77	77	67	0,717	80

Таким образом, на конкретных примерах показано, что возможно построение феноменологических моделей для некоторых классов социально-экономических систем. Приведенные примеры создания моделей описания данных для оценки состояния и развития стран, регионов и городов указывают на достаточную теоретическую проработку предлагаемых методов.

### Выводы

Показано, как на основе изучения совместных событий и определения их вероятностей, может анализироваться групповое поведение социально-экономических объектов. На основе этого при описании состояния и развития стран, регионов и городов может быть построено множество моделей в виде статистических распределений. Полученные модели позволяют выявить существующие тенденции развития городов, регионов и стран в различных аспектах (демографическом, социальном, экономическом, строительном, экологическом и т.д.).

В основу разработки положена идея представления статистических наблюдений в виде многомерной выборки данных опыта из

непрерывной гипотетической среды, характеризующей состояние объектов по множеству показателей. Это дало возможность использовать математический аппарат, который применяется сегодня в физике сплошных сред и термодинамике.

В данной статье предложена Методика событийной оценки и многопараметрического ранжирования стран, регионов и городов. На конкретных примерах продемонстрирована возможность применения соответствующей Методики для комплексной оценки объектов и их многопараметрического ранжирования.

Полученные результаты позволяют на основе имеющихся ретроспективных данных и разработанных моделей коллективного поведения (группы из 159 городов и 80 субъектов Российской Федерации, 52 стран Европы и 169 стран мира):

✓ изучить тенденции и закономерности развития стран Европы и мира, субъектов и городов Российской Федерации с учетом региональных особенностей в области социально-экономического развития, градостроительства, экологической безопасности, жилищно-коммунального хозяйства и т.д., а также установить влияние экономических факторов на градообразующие процессы;

✓ провести сравнительный анализ и проранжировать города и регионы России, а также страны по группам изучаемых показателей для принятия решений;

✓ осуществить поисковые прогнозы по совокупности показателей на кратко- и среднесрочную перспективу, исходя из процессов эволюционного развития городов, регионов и стран;

✓ изучить возможные сценарии развития урбанизированных территорий и выбрать наиболее рациональный сценарий, а также оценить затраты на развитие приоритетных направлений и достижение поставленных целей;

✓ предложить научно-методическое обеспечение для разработки материалов по обоснованию Стратегий социально-экономического развития регионов и городов (методики комплексной оценки и составления прогнозов, руководства по ранжированию социально-экономических объектов и т.п.);

✓ создать информационно-аналитическое обеспечение открытого коллективного доступа для использования специалистами в их практической деятельности.

Результаты работы направлены на повышение научного и технического уровня обработки статистической информации о природно-антропогенном, социально-экономическом и человеческом развитии, а также состоянии городов, регионов и стран. В области глобальных, региональных и территориальных исследований это дает возможность вывести деятельность экспертов на новый качественный уровень, т.к. позволяет применить в аналитической деятельности комплексные методы анализа статистических данных, которые будут отличаться использованием объективных подходов.

Прикладное значение полученных результатов состоит в разработке практических методов и методики событийной оценки и многопараметрического ранжирования урбанизированных систем.

Данные методы и методика могут быть использованы организациями, учреждениями и предприятиями при решении практических задач:

✓ организациями Минстроя, комитетами архитектуры и градостроительства – при оценке состояния и развития городов в сфере градостроительства и жилищно-коммунального хозяйства;

✓ научно-исследовательскими и проектными организациями – при формировании целей и разработке мероприятий по развитию городов и регионов в градостроительной, жилищно-коммунальной, социально-экономической, ресурсной, экологической и иных сферах;

✓ организациями Минприроды России, Федеральной службы по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды и Государственной санитарно-эпидемиологической службы – при решении задач экологической

безопасности, связанных с оценкой степени загрязнения окружающей среды и уровней негативных воздействий на население в городах;

✓ экспертными, аналитическими и рейтинговыми организациями, центрами и агентствами, а также университетами – при изучении тенденций и закономерностей развития, сравнительном анализе стран, городов и регионов по различным аспектам, при оценке приоритетов развития, определении разнообразных индексов и рейтингов развития, а также изучении сценариев развития систем.

Проект Методики разослан на отзывы в учебные и научно-исследовательские институты Донбасса и России, а также в организации Минстроя, гор- и обл администрации отдельных регионов. Согласно замечаниям и предложениям Методика доработана и принята к внедрению рядом организаций и учреждений.

### **Список литературы**

1. Ян Гейл. Города для людей. – М.: Альпина Паблишер, 2012. – 276 с.
2. Российская Федерация. Законы. О стратегическом планировании в Российской Федерации: федер. закон [28.06.2014, № 172-ФЗ].
3. Методические рекомендации по заполнению формы и к разработке показателей прогнозов социально-экономического развития субъектов Российской Федерации (форма 2П). – М.: Минэкономразвития РФ, 2013. – 428 с.
4. Методические рекомендации по разработке, корректировке, мониторингу среднесрочного прогноза социально-экономического развития Российской Федерации. – М.: Минэкономразвития. – 112 с. Утв. приказом Минэкономразвития России от 30.06.2016 №423.
5. Методические рекомендации к разработке показателей прогнозов социально-экономического развития субъектов Российской Федерации. – М.: Минэкономразвития РФ, 2009. – 188 с.
6. Методические рекомендации по оптимизации стратегического планирования на муниципальном уровне. – М.: Институт экономики города, 2015. – 32 с.
7. Методические рекомендации по разработке краткосрочных прогнозов социально-экономического развития муниципальных образований. – М.: Московский общественный научный фонд ГУ ИМЭИ Минэкономразвития России, 2002. – 143 с.
8. Методические рекомендации по согласованной подготовке и реализации документов планирования развития муниципальных образований / Л.Ю. Падиля Сароса, Л.В. Перцов, В.Ю. Прокофьев, Э.К. Трутнев, К.В. Холопик, С.А. Крымов. – М.: Институт экономики города, 2010. – 112 с.
9. Городское планирование для руководителей городов. Справочник. 2-е изд. / Пабло Ваджионе

- и др. 2013. – 331 с. URL: <http://unhabitat.ru/assets/files/publication/Hab2015.pdf> (19.09.16).
10. Компаниец В.С. Социально-экономическое состояние «типичных» муниципальных образований. Методика комплексной оценки / В.С. Компаниец, М.А. Боровская, А.Ю. Казанская. – Saarbrücken, Germany: LAP Lambert Academic Publishing, 2011. – 280 с.
  11. Международные рекомендации по городскому и территориальному планированию. Программа ООН по населенным пунктам (ООН-Хабитат). Найроби. 2015. – 40 с. URL: [http://unhabitat.ru/assets/files/publication/Brochure\\_IG-UTP\\_Russian\\_small.pdf](http://unhabitat.ru/assets/files/publication/Brochure_IG-UTP_Russian_small.pdf) (28.07.16).
  12. Правила разработки прогноза социально-экономического развития Российской Федерации. Утв. постановлением Правительства РФ от 22.07.2009 года №596. URL: <http://docs.cntd.ru/document/902167646> (30.07.16).
  13. The dynamics of complex urban systems. An interdisciplinary approach / S. Albeverio, et al. (eds.). Berlin: Springer, 2007, 504 p.
  14. Яйли Е.А. Научные и прикладные аспекты управления урбанизированными территориями на основе инструмента риска и новых показателей качества окружающей среды. СПб.: РГГМУ, ВВМ, 2006. – 448 с.
  15. Моделирование и прогнозирование глобального, регионального и национального развития / Под ред. Акаева А.А., Коротаева А.В., Малинецкого Г.Г., Малкова С.Ю. – М.: Либроком, 2012. – 488 с.
  16. Артюхов В.В., Мартынов А.С. Системная методология оценки устойчивости природно-антропогенных комплексов: теория, алгоритмы, количественные оценки. 2013. – 142 с. URL: <http://www.sci.aha.ru/ots/Metodology.pdf>; [www.sci.aha.ru](http://www.sci.aha.ru) (30.07.16).
  17. Методические рекомендации по разработке Стратегии социально-экономического развития муниципальных образований Томской области. Томск. Администрация Томской области. – 24 с. Утв. распоряжением Администрации Томской области №361-ра от 04.06.15.
  18. Битюкова В.Р. Социально-экологические проблемы развития городов России. – 3-е изд. – М.: Либроком, 2012. – 448 с.
  19. Вайдлих В.В. Социодинамика: Системный подход к математическому моделированию в социальных науках. Пер. с англ. / Под ред. Ю.С. Попкова, А.Е. Семечкин. 3-е изд. – М.: Едиториал УРСС, 2010. – 480 с.
  20. Гнатюк В.И. Закон оптимального построения техноценозов / В.И. Гнатюк. – 2-е изд., перераб. и доп. – Калининград: КИЦ «Техноценоз», 2014. – 498 с.
  21. Моделирование и прогнозирование мировой динамики / В.А. Садовничий, А.А. Акаев, А.В. Коротаев, С.Ю. Малков. – М.: ИСПИ РАН, 2012. – 359 с.
  22. Методы формирования сценариев развития социально-экономических систем / В.В. Кульба, Д.А. Кононов, С.А. Косяченко, А.Н. Шубин. – М.: СИНТЕГ, 2004. – 296 с.
  23. Аверин Г.В. Системодинамика. – Донецк: Донбасс, 2014. – 405 с.
  24. Звягинцева А.В. Вероятностные методы комплексной оценки природно-антропогенных систем / Под науч. ред. д.т.н., проф. Г.В. Аверина. – М.: Спектр, 2016. – 257 с.
  25. Аверин Г.В., Константинов И.С., Звягинцева А.В. О континуальном подходе к модельному представлению данных // Вестник компьютерных и информационных технологий, №10. 2016. – С. 47–52.
  26. Аверин Г.В., Звягинцева А.В. Стратегическая оценка статуса Украины в современном мире по данным международных организаций. Ч. 1: Теория и методика оценки // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе, №1(2)–2(4)2012. – С. 75–92.
  27. База данных Федеральной службы государственной статистики. Регионы России. Основные социально-экономические показатели городов. URL: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc\\_1138631758656](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1138631758656) (30.07.16).
  28. Ежегодник состояния загрязнения атмосферы в городах на территории России за 2013 г. 2014. – СПб., ООО РИФ «Д'Арт». – 231 с.
  29. База данных Федеральной службы государственной статистики. Жилищное хозяйство в России. URL: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc\\_1138887300516](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1138887300516) (30.07.16).
  30. База данных показателей муниципальных образований по субъектам Российской Федерации. URL: [http://www.gks.ru/free\\_doc/new\\_site/bd\\_munst/munst.htm](http://www.gks.ru/free_doc/new_site/bd_munst/munst.htm) (30.07.16).
  31. Программа развития ООН: Развитие человеческого потенциала в регионах России в 2010 году. URL: <http://gtmarket.ru/news/state/2010/10/29/2715> (30.07.16); в 2013 году. URL: <http://gtmarket.ru/news/2013/06/17/6014> (30.07.16).
  32. Качество воздуха в крупнейших городах России за 10 лет 1998–2007 гг. Аналитический обзор. СПб., 2009. – 134 с.
  33. Защита окружающей среды Европы – Четвертая оценка. Европейское агентство по окружающей среде, Копенгаген. Дания: Schultz Grafisk, 2007. – 452 с.
  34. Доклад о человеческом развитии 2010. «Реальное богатство народов: пути к развитию человека» / Пер. с англ.; ПРООН. – М.: Весь Мир, 2010. – 228 с. URL: [http://www.un.org/ru/development/hdr/2010/hdr\\_2010\\_complete.pdf](http://www.un.org/ru/development/hdr/2010/hdr_2010_complete.pdf) (25.07.16).
  35. Доклад о человеческом развитии 2015. «Труд во имя человеческого развития» / Пер. с англ.; ПРООН. – М.: Весь Мир, 2015. – 48 с. URL: [http://hdr.undp.org/sites/default/files/hdr15\\_standalone\\_overview\\_ru.pdf](http://hdr.undp.org/sites/default/files/hdr15_standalone_overview_ru.pdf) (30.07.16).
  36. Доклады о человеческом развитии (1990 – 2016 гг.). URL: <http://hdr.undp.org/en/reports/> (30.07.16).

37. Доклады о мировом развитии. Пер. с англ. публикации Всемирного банка: 2000–2016. М.: Весь мир. URL: [www.worldbank.org](http://www.worldbank.org) (30.07.16).
38. База данных Федеральной службы государственной статистики. Регионы России. Охрана окружающей среды в России. Стат. сб. / Росстат. URL: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc\\_1139919459344](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1139919459344) (31.07.16).
39. База данных Федеральной службы государственной статистики. Строительство в России. Стат. сб. / Росстат. URL: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc\\_1138716432453](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1138716432453) (31.07.16).
40. Российский статистический ежегодник. Стат. Сб. – М.: Росстат, 2016. – 725 с.; 2004. – 725 с. URL: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc\\_1135087342078](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1135087342078) (30.07.16).
41. Eurostat. Your key Europe statistics. Available at: <http://ec.europa.eu/eurostat/data/database> (accessed May 30, 2016).
42. Звягинцева А.В., Аверин Г.В. Построение уравнений состояний сложных систем на основе событийной оценки индикативных показателей // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Сер. «Экономика. Информатика». 2016. №23(244), вып. 40. – С. 77–86.
43. Звягинцева А.В. Модели состояния и развития стран мира на основе оценки статистических вероятностей индикативных событий // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Сер. «Экономика. Информатика». 2016, №16(237), вып. 39. – С. 123–131.
44. Звягинцева А.В. О вероятностном анализе данных наблюдений о состоянии природно-антропогенных систем в многомерных пространствах // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Сер. «Экономика. Информатика». 2016, №2(223), вып. 37. – С. 93–100.
45. Averin G.V., Zviagintseva A.V., Shevtsova M.V. and Kurtova L.N. 2016. Probabilistic methods of a complex assessment of quantitative information. *Research Journal of Applied Sciences* 11(7): 415–418.
46. Averin G.V., Zviagintseva A.V., Konstantinov I.S., Ivashchuk O.A. Data Intellectual Analysis Means Use for Condition Indicators Assessment of the Territorial and State Formations // *Research Journal of Applied Sciences*. 2015. no. 10(8): 411–414.
47. Звягинцева А.В., Аверин Г.В., Хоруженко А.С. Комплексная оценка состояния и развития городов на основе определения вероятностей характерных событий // Биосферная совместимость: человек, регион, технологии. 2016, №3(15). – С.18–29.
48. Zviagintseva A.V. Multiparameter Ranking of Areas Based on the Analysis of Data About the Condition of Natural and Anthropogenic Systems // Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе. 2014, №1(6)–2(7). – С. 76–83.
49. Bliss C. The method of probits // *Science*. 1934. V.79, no 2037, pp. 38–39.
50. РД 52.04.186-89. Руководство по контролю загрязнения атмосферы. М.: Гос. ком. СССР по гидрометеорологии – Минздрав СССР, 1991. – 691 с.
51. Звягинцева А.В. О создании рейтинговой Web-системы открытого доступа для оценки развития стран и городов мира // Научный результат. Сер. «Информационные технологии». 2016. Т.1, №1(1). – С. 18–23.
52. Международный индекс счастья. URL: <http://www.happyplanetindex.org/> (30.07.16).
53. Центр гуманитарных технологий. URL: <http://gtmarket.ru/research/> (30.07.16).
54. European Green City Index. Assessing the environmental impact of Europe's major cities. A research project conducted by the Economist Intelligence Unit, sponsored by Siemens. Munich, Germany, Siemens AG, 2009, 100 p. Available at: [www.siemens.com/greencityindex](http://www.siemens.com/greencityindex) (accessed July 30, 2016).
55. Mercer Human resort Consulting. Available at: <http://www.mercerhr.com/> (accessed July 29, 2016).
56. Приоритетный проект «Комфортная городская среда». Рейтинг регионов по реализации проекта. URL: <http://www.gorodsreda.ru/index.php?id=144> (30.07.16).
57. Сравнение стран. Описание индексов. Рейтинг регионов. Проект фонда «Эффективное управление». URL: [http://www.feg.org.ua/cms/opisanie\\_indeksov.html](http://www.feg.org.ua/cms/opisanie_indeksov.html) (29.07.16).
58. Украина в мире. Обзор международных индексов. Фонд «Эффективное управление». – 64 с. URL: [www.competitiveukraine.org](http://www.competitiveukraine.org), [www.feg.org.ua](http://www.feg.org.ua) (29.07.16).
59. Economist Intelligence Unit: The rating of the cities of the world on safety level in 2015. Available at: <http://gtmarket.ru/news/2015/01/26/7064> (accessed July 30, 2016).
60. EU Sustainable Development Indicators – Eurostat / European Commission. Available at: <http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/sdi/indicators> (accessed July 30, 2016).
61. Global Competitiveness Index (World Economic Forum). Available at: <https://www.weforum.org/reports> (accessed July 31, 2016).
62. The City Development Index (CDI) / The State of the World's Cities. UN-Habitat, 2001: 116–119.
63. Web-site UN-Habitat – United Nations Human Settlements Programme. Available at: <https://unhabitat.org/> (accessed July 30, 2016).
64. Top 100 City Destinations Ranking. Published 2014. Available at: <http://blog.euromonitor.com/2014/01/euromonitor-internationals-top-city-destinations-ranking.html> (accessed July 30, 2016).

### References (transliteration)

1. Jan Gejl. *Goroda dlja ljudej* [Cities for people]. Moscow: Al'pina Publisher, 2012, 276 p.
2. Rossijskaja Federacija. Zakony. O strategicheskom planirovanii v Rossijskoj Federacii: feder.

- zakon [The Russian Federation. Laws. On strategic planning in the Russian Federation: Federal Law] [28.06.2014, no 172-FZ]. (in Russian).
3. Metodicheskie rekomendacii po zapolneniju formy i k razrabotke pokazatelej prognozov social'no-jekonomicheskogo razvitija sub'ektov Rossijskoj Federacii (forma 2P) [Methodical recommendations for filling out the form and for developing indicators for the forecasts of the socio-economic growth in the subjects of the Russian Federation (Form 2P)]. Moscow, Minjekonomrazvitija RF, 2013, 428 p. (in Russian).
  4. Metodicheskie rekomendacii po razrabotke, korrekcirovke, monitoringu srednesrochnogo prognoza social'no-jekonomicheskogo razvitija Rossijskoj Federacii [Methodical recommendations for the development, adjustment, monitoring of the medium-term forecast of the socio-economic growth in the Russian Federation]. Moscow, Minjekonomrazvitija, 112 p. Utv. prikazom Minjekonomrazvitija Rossii ot 30.06.2016 no 423. (in Russian).
  5. Metodicheskie rekomendacii k razrabotke pokazatelej prognozov social'no-jekonomicheskogo razvitija sub'ektov Rossijskoj Federacii [Methodical recommendations for the development of forecasts indicators of the socio-economic growth in the subjects of the Russian Federation]. Moscow, Minjekonomrazvitija RF, 2009, 188 p. (in Russian).
  6. Metodicheskie rekomendacii po optimizacii strategicheskogo planirovanija na municipal'nom уровне [Methodical recommendations for optimization of strategic planning at the municipal level]. Moscow, Institut jekonomiki goroda, 2015, 32 p. (in Russian).
  7. Metodicheskie rekomendacii po razrabotke kratkosrochnyh prognozov social'no-jekonomicheskogo razvitija municipal'nyh obrazovanij [Methodical recommendations for the development of short-term forecasts of the socio-economic growth in municipalities]. Moscow, Moskovskij obshhestvennyj nauchnyj fond GU IMJel Minjekonomrazvitija Rossii, 2002, 143 p. (in Russian).
  8. Metodicheskie rekomendacii po soglasovannoj podgotovke i realizacii dokumentov planirovanija razvitija municipal'nyh obrazovanij [Methodical recommendations for the coordinated preparation and implementation of planning documents for the development of municipalities] / L.J. Padil'ja Sarosa, L.V. Percov, V.J. Prokofev, J.K. Trutnev, K.V. Holopik, S.A. Krymov. Moscow, Institut jekonomiki goroda, 2010, 112 p. (in Russian).
  9. Gorodskoe planirovanie dlja rukovoditelej gorodov [Urban planning for city leaders]. Spravochnik, 2 ed. / Pablo Vadzhione i dr. 2013, 331 p. Available at: <http://unhabitat.ru/assets/files/publication/Hab2015.pdf> (accessed July 28, 2016). (in Russian).
  10. Kompaniec V.S. Social'no-jekonomicheskoe sostojanie "tipichnyh" municipal'nyh obrazovanij. Metodika kompleksnoj ocenki [Socio-economic status of "typical" municipal formations. The method of integrated assessment] / V.S. Kompaniec, M.A. Borovskaja, A.J. Kazanskaja. Saarbrucken, Germany: LAP Lambert Academic Publishing, 2011, 280 p. (in Russian).
  11. Mezhdunarodnye rekomendacii po gorodskomu i territorial'nomu planirovaniju. Programma OON po naseleennyim punktam (OON-Habitat) [International recommendations on urban and territorial planning. United Nations Human Settlements Program (UN-Habitat)]. Najrobi. 2015, 40 p. Available at: [http://unhabitat.ru/assets/files/publication/Brochure\\_IG-UTP\\_Russian\\_small.pdf](http://unhabitat.ru/assets/files/publication/Brochure_IG-UTP_Russian_small.pdf) (accessed July 28, 2016).
  12. Pravila razrabotki prognoza social'no-jekonomicheskogo razvitija Rossijskoj Federacii [Rules for the development of the forecast of the social and economic development of the Russian Federation]. Utv. postanovleniem Pravitel'stva RF ot 22.07.2009 goda no 596. Available at: <http://docs.cntd.ru/document/902167646> (accessed July 30, 2016). (in Russian).
  13. The dynamics of complex urban systems. An interdisciplinary approach / S. Albeverio, et al. (eds.). Berlin, Springer, 2007, 504 p.
  14. Jajli E.A. Nauchnye i prikladnye aspekty upravlenija urbanizirovannymi territorijami na osnove instrumenta riska i novyh pokazatelej kachestva okruzhajushhej sredy [Scientific and applied aspects of the urbanized territories' management on the basis of risk and new indicators of environment's quality]. St. Petersburg, RGGMU, VVM, 2006, 448 p. (in Russian).
  15. Modelirovanie i prognozirovanie global'nogo, regional'nogo i nacional'nogo razvitija [Modeling and forecasting of global, regional and national development] / Pod red. Akaeva A.A., Korotaeva A.V., Malineckogo G.G., Malkova S.Ju. Moscow, Librokom, 2012, 488 p. (in Russian).
  16. Artjuhov V.V., Martynov A.S. Sistemnaja metodologija ocenki ustojchivosti prirodno-antropogennyh kompleksov: teorija, algoritmy, kolichestvennye ocenki [System methodology for assessing the sustainability of natural-anthropogenic complexes: theory, algorithms, quantitative estimates]. 2013, 142 p. Available at: <http://www.sci.aha.ru/ots/Metodology.pdf>; [www.sci.aha.ru](http://www.sci.aha.ru) (accessed July 30, 2016). (in Russian).
  17. Metodicheskie rekomendacii po razrabotke Strategii social'no-jekonomicheskogo razvitija municipal'nyh obrazovanij Tomskoj oblasti [Methodical recommendations for the development of the Strategy for the socio-economic growth in the Tomsk region municipalities]. Tomsk. Administracija Tomskoj oblasti, 24 p. Utv. rasporyazheniem Administracii Tomskoj oblasti no 361-ra ot 04.06.15. (in Russian).
  18. Bitjukova V.R. Social'no-jekologicheskie problemy razvitija gorodov Rossii [Social and ecological problems of Russian cities' development], 3 ed. Moscow, Librokom, 2012, 448 p. (in Russian).
  19. Vajdlil V.V. Sociodinamika: Sistemnyj podhod k matematicheskomu modelirovaniju v social'nyh

- naukah [Sociodynamics a Systematic Approach to Mathematical Modelling in the Social Sciences]. Per. s angl. / Pod red. J.S. Popkova, A.E. Semechkin. 3 ed. Moscow, Editorial URSS, 2010, 480 p.
20. Gnatjuk V.I. Zakon optimal'nogo postroeniya tehnocenozov [The law of optimal construction of technocenoses] / V.I. Gnatjuk. 2 ed., pererab. i dop. Kaliningrad, KIC "Tehnocenoz", 2014, 498 p. (in Russian).
  21. Modelirovanie i prognozirovanie mirovoj dinamiki [Modeling and forecasting of world dynamics] / V.A. Sadovnichij, A.A. Akaev, A.V. Korotaev, S.J. Malkov. Moscow, ISPI RAN, 2012, 359 p. (in Russian).
  22. Metody formirovaniya scenarijev razvitija social'no-jekonomicheskikh sistem [Methods of forming scenarios for the development of socio-economic systems] / V.V. Kul'ba, D.A. Kononov, S.A. Kosjachenko, A.N. Shubin. Moscow, SINTEG, 2004, 296 p. (in Russian).
  23. Averin G.V. Sistemodinamika [Systemdynamics]. Doneck, Donbass, 2014, 405 p. (in Russian).
  24. Zviagintseva A.V. Veroyatnostnye metody kompleksnoj ocenki prirodno-antropogennykh sistem [Probabilistic methods of a complex assessment of natural and anthropogenic systems] / Pod nauch. red. d.t.n., prof. G.V. Averina. Moscow, Spektr, 2016, 257 p. (in Russian).
  25. Averin G.V., Konstantinov I.S., Zviagintseva A.V. O kontinual'nom podhode k model'nomu predstavleniju dannykh [About continual approach to model data presentation] // Vestnik komp'yuternykh i informacionnykh tehnologij, no 10. 2016: 47–52. (in Russian).
  26. Averin G.V., Zviagintseva A.V. Strategicheskaja ocenka statusa Ukrainy v sovremennom mire po dannym mezhdunarodnykh organizacij. Ch. 1: Teorija i metodika ocenki [Strategic assessment of the status of Ukraine in the modern world according to the data of international organizations. Part 1: Theory and Methodology of assessment] // Sistemyj analiz i informacionnye tehnologii v naukah o prirode i obshchestve, no 1(2)–2(4)'2012: 75–92. (in Russian).
  27. Baza dannykh Federal'noj sluzhby gosudarstvennoj statistiki. Regiony Rossii. Osnovnye social'no-jekonomicheskie pokazateli gorodov [Database of Federal State Statistics Service. Regions of Russia. The main socio-economic indicators of cities]. Available at: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc\\_1138631758656](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1138631758656) (accessed July 30, 2016). (in Russian).
  28. Ezhegodnik sostojaniya zagryaznenija atmosfery v gorodah na territorii Rossii za 2013 g [Yearbook of the state of atmospheric pollution in Russian cities for 2013]. 2014. St. Petersburg, OOO RIF "D'Art", 231 p. (in Russian).
  29. Baza dannykh Federal'noj sluzhby gosudarstvennoj statistiki. Zhilishhnoe hozjajstvo v Rossii [Database of Federal State Statistics Service. Housing in Russia]. Available at: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc\\_1138887300516](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1138887300516) (accessed July 30, 2016). (in Russian).
  30. Baza dannykh pokazatelej municipal'nykh obrazovanij po sub'ektam Rossijskoj Federacii [Database of indicators for municipalities in subjects of the Russian Federation]. Available at: [http://www.gks.ru/free\\_doc/new\\_site/bd\\_munst/munst.htm](http://www.gks.ru/free_doc/new_site/bd_munst/munst.htm) (accessed July 30, 2016). (in Russian).
  31. Programma razvitija OON: Razvitie chelovecheskogo potenciala v regionah Rossii v 2010 godu [United Nations Development Program: Human Development in the Russian Regions for 2010]. Available at: <http://gtmarket.ru/news/state/2010/10/29/2715> (accessed July 30, 2016). (in Russian); v 2013 godu [for 2010]. Available at: <http://gtmarket.ru/news/2013/06/17/6014> (accessed July 30, 2016). (in Russian).
  32. Kachestvo vozduha v krupnejshih gorodah Rossii za 10 let 1998–2007 gg. Analiticheskij obzor [Air quality in the largest Russian cities for 10 years 1998–2007. Analytical review]. St. Petersburg, 2009, 134 p. (in Russian).
  33. Zashhita okruzhajushhej sredy Evropy – Chetvertaja ocenka [Protection of European Environment – the Fourth Assessment]. Evropejskoe agentstvo po okruzhajushhej srede, Kopengagen. Danija, Schultz Grafisk, 2007, 452 p.
  34. Doklad o chelovecheskom razvitii 2010. "Real'noe bogatstvo narodov: puti k razvitiju cheloveka" [Human Development Report 2010. "The Real Wealth of Nations: the Path to Human Development"] / Per. s angl.; PROON. Moscow, Ves' Mir, 2010, 228 p. Available at: [http://www.un.org/ru/development/hdr/2010/hdr\\_2010\\_complete.pdf](http://www.un.org/ru/development/hdr/2010/hdr_2010_complete.pdf) (accessed July 25, 2016).
  35. Doklad o chelovecheskom razvitii 2015. "Trud vo imja chelovecheskogo razvitija" [Human Development Report 2015. "Labor for Human Development"] / Per. s angl.; PROON. Moscow, Ves' Mir, 2015, 48 p. Available at: [http://hdr.undp.org/sites/default/files/hdr15\\_standalone\\_overview\\_ru.pdf](http://hdr.undp.org/sites/default/files/hdr15_standalone_overview_ru.pdf) (accessed July 30, 2016).
  36. Doklady o chelovecheskom razvitii (1990 – 2016 gg.). Available at: <http://hdr.undp.org/en/reports/> (accessed July 30, 2016).
  37. Doklady o mirovom razvitii. Per. s angl. publicacii Vsemirnogo banka: 2000–2016. Moscow, Ves' mir. Available at: [www.worldbank.org](http://www.worldbank.org) (accessed July 30, 2016).
  38. Baza dannykh Federal'noj sluzhby gosudarstvennoj statistiki. Regiony Rossii. Ohrana okruzhajushhej sredy v Rossii. Stat. sb. / Rosstat. Available at: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc\\_1139919459344](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1139919459344) (accessed July 31, 2016). (in Russian).
  39. Baza dannykh Federal'noj sluzhby gosudarstvennoj statistiki. Stroitel'stvo v Rossii. Stat. sb. / Rosstat. Available at: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc\\_1138716432453](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1138716432453) (accessed July 30, 2016). (in Russian).

40. Rossijskij statisticheskiy ezhegodnik. Stat. Sb. Moscow, Rosstat, 2016, 725 p.; 2004, 725 p. Available at: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc\\_1135087342078](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1135087342078) (accessed July 30, 2016).
41. Eurostat. Your key European statistics. Available at: <http://ec.europa.eu/eurostat/data/database> (accessed May 30, 2016).
42. Zviagintseva A.V., Averin G.V. Postroenie uravnenij sostojanij slozhnyh sistem na osnove sobytijnoj ocenki indikativnyh pokazatelej // Nauchnye vedomosti Belgorodskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. "Jekonomika. Informatika". 2016. no 23(244), Issue 40: 77–86.
43. Zviagintseva A.V. Modeli sostojanija i razvitija stran mira na osnove ocenki statisticheskikh verojatnostej indikativnyh sobytij [The world countries state and development models on the indicative events statistical probabilities assessment basis] // Nauchnye vedomosti Belgorodskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. "Jekonomika. Informatika", no 16(237). Issue 39. 2016: 123–131. (in Russian).
44. Zviagintseva A.V. O verojatnostnom analize dannyh nabljudenij o sostojanii prirodno-antropogennyh sistem v mnogomernyh prostranstvah [About probabilistic analysis of observational data about the natural and anthropogenic systems state in multidimensional spaces] // Nauchnye vedomosti Belgorodskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. "Jekonomika. Informatika", no 2(223). 2016. Issue 37: 93–100. (in Russian).
45. Averin G.V., Zviagintseva A.V., Shevtsova M.V. and Kurtova L.N. 2016. Probabilistic methods of a complex assessment of quantitative information. Research Journal of Applied Sciences 11(7): 415–418.
46. Averin G.V., Zviagintseva A.V., Konstantinov I.S., Ivashchuk O.A. Data Intellectual Analysis Means Use for Condition Indicators Assessment of the Territorial and State Formations // Research Journal of Applied Sciences. 2015. no. 10(8): 411–414.
47. Zviagintseva A.V., Averin G.V., Horuzhenko A.S. Kompleksnaja ocenka sostojanija i razvitija gorodov na osnove opredelenija verojatnostej harakternyh sobytij [The urban state and development comprehensive evaluation on the characteristic events probabilities calculation basis] // Biosfernaja sovместimost': chelovek, region, tehnologii. no. 3(15). 2016: 18–29. (in Russian).
48. Zviagintseva A.V. Multiparameter Ranking of Areas Based on the Analysis of Data About the Condition of Natural and Anthropogenic Systems // Sistemnyj analiz i informacionnye tehnologii v naukah o prirode i obshhestve. 2014. no. 1(6)–2(7): 76–83.
49. Bliss C. The method of probits // Science. 1934. V.79, no 2037: 38–39.
50. RD 52.04.186-89. Rukovodstvo po kontrolju zagrjaznenija atmosfery. Moscow, Gos. kom. SSSR po gidrometeorologii – Minzdrav SSSR, 1991, 691 p.
51. Zviagintseva A.V. O sozdanii rejtingovoj Web-sistemy otkrytogo dostupa dlja ocenki razvitija stran i gorodov mira [On the establishment of rating open access web-systems for countries and cities around the world evaluating development] // Nauchnyj rezul'tat. Ser. "Informacionnye tehnologii". V.1, no. 1(1), 2016: 18–23. (in Russian).
52. Mezhdunarodnyj indeks schast'ja. Available at: <http://www.happyplanetindex.org/> (accessed July 30, 2016).
53. Centr gumanitarnyh tehnologij. Available at: <http://gtmarket.ru/research/> (accessed July 30, 2016).
54. European Green City Index. Assessing the environmental impact of Europe's major cities. A research project conducted by the Economist Intelligence Unit, sponsored by Siemens. Munich, Germany, Siemens AG, 2009, 100 p. Available at: [www.siemens.com/greencityindex](http://www.siemens.com/greencityindex) (accessed July 30, 2016).
55. Mercer Human resort Consulting. Available at: <http://www.mercerhr.com/> (accessed July 29, 2016).
56. Prioritetnyj proekt "Komfortnaja gorodskaja sreda". Rejting regionov po realizacii proekta. Available at: <http://www.gorodsreda.ru/index.php?id=144> (accessed July 30, 2016).
57. Sravnenie stran. Opisanie indeksov. Rejting regionov. Proekt fonda "Jeffektivnoe upravlenie". Available at: [http://www.feg.org.ua/cms/opisanie\\_indeksov.html](http://www.feg.org.ua/cms/opisanie_indeksov.html) (accessed July 29, 2016).
58. Ukraina v mire. Obzor mezhdunarodnyh indeksov. Fond "Jeffektivnoe upravlenie", 64 p. Available at: [www.competitiveukraine.org](http://www.competitiveukraine.org), [www.feg.org.ua](http://www.feg.org.ua) (accessed July 29, 2016).
59. Economist Intelligence Unit: The rating of the cities of the world on safety level in 2015. Available at: <http://gtmarket.ru/news/2015/01/26/7064> (accessed July 30, 2016).
60. EU Sustainable Development Indicators – Eurostat / European Commission. Available at: <http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/sdi/indicators> (accessed July 30, 2016).
61. Global Competitiveness Index (World Economic Forum). Available at: <https://www.weforum.org/reports> (accessed July 31, 2016).
62. The City Development Index (CDI) / The State of the World's Cities. UN-Habitat, 2001: 116–119.
63. Web-site UN-Habitat – United Nations Human Settlements Programme. Available at: <https://unhabitat.org/> (accessed July 30, 2016).
64. Top 100 City Destinations Ranking. Published 2014. Available at: <http://blog.euromonitor.com/2014/01/euromonitor-internationals-top-city-destinations-ranking.html> (accessed July 30, 2016).

**Звягинцева Г.В. «Методика подієвої оцінки та результати ранжирування країн, регіонів і міст за комплексом показників»** Для вирішення прикладних задач соціально-економічного розвитку запропонована Методика подієвої оцінки та багатопараметричного ранжирування країн, регіонів і міст. Розроблена Методика базується на виборі показників і індикативних подій, які властиві досліджуваній системі та найбільш повно відображають її стан, на використанні статистичних баз даних, визначенні ймовірностей подій та отриманні моделей для практичних розрахунків. В роботі показано, що статистичні ймовірності індикативних подій, які відображають особливості зміни та розвитку конкретних об'єктів (систем), можуть виступати як комплексні характеристики для оцінки стану цих об'єктів. На конкретних прикладах демонструється можливість встановлення зв'язку ймовірностей спільних подій спостереження атрибутивних показників з показниками станів країн, регіонів та міст. Розроблено кількісні моделі оцінки стану різних державних утворень у вигляді статистичних розподілів індикативних подій. Моделі відрізняються універсальністю представлень даних і можуть бути орієнтовані на опис масивів кількісної інформації, яка накопичена в базах даних муніципальної статистики, Федеральної служби державної статистики тощо. На конкретних прикладах оцінки станів і темпів розвитку міст Росії, комплексної оцінки благоустрою міських територій, оцінки стану та розвитку регіонів Росії за показниками людського розвитку, а також на прикладі порівняння країн Європи за екологічними показниками продемонстрована можливість застосування запропонованої Методики для комплексної оцінки об'єктів та їхнього багатопараметричного ранжування. Отримані результати дозволяють оцінити статус обраного об'єкта серед безлічі об'єктів одного класу та запропонувати об'єктивний підхід до аналізу різнопланової інформації на основі вивчення індикативних подій. Розроблена Методика може бути використана при комплексній оцінці та багатопараметричному ранжуванні різних видів природно-техногенних систем, наприклад, країн, регіонів, міст, природно-промислових комплексів тощо, з урахуванням застосування раціональної сукупності атрибутивних показників. Отримані результати дозволяють побудувати об'єктивну систему аналізу стану державних утворень та можуть застосовуватися при аналізі пріоритетів збалансованого розвитку муніципальних районів та міських округів, вивченні сценаріїв розвитку країн, областей та міст, а також виконанні комплексної оцінки їхнього стану за сукупністю показників при плануванні соціально-економічного та територіального розвитку.

**Ключові слова:** комплексна оцінка країн, регіонів та міст; масиви статистичних даних; індикативні спільні події та їхні ймовірності.

**Zviagintseva A.V. "Events evaluation Methodic and the countries, regions and cities ranking results on a set of indicators".** To solve applied problems of socio-economic development, the events evaluation and the countries, regions and cities multiparametric ranking Methodic is proposed, which is based on the choice of indicators and events characteristic of the system under study and most fully reflecting its state, creating a database, determining the events probabilities and obtaining probabilistic models for practical calculations. It is shown that the indicative events statistical probabilities, reflecting features in the change and development of specific objects (systems) can act as complex characteristics for these objects state assessing. Specific examples demonstrated the possibility of establishing a connection between the attributive indicators joint events observation probability with indicators of the countries, regions and cities state. Quantitative models have been developed for assessing the state of various state entities in the indicative events statistical distributions form. Models differ in the data representation universality and can be oriented to the description of quantitative information arrays accumulated in the municipal statistics databases, the Federal State Statistics Service, and so on. On concrete examples of assessing the state and urban development pace in Russia, an integrated assessment of the urban areas improvement, assessing the Russian regions state and development in human development indicators terms and also by comparing the European countries in environmental indicators terms the possibility of applying the proposed Methodic for the comprehensive assessment of facilities and their multiparametric ranking. The obtained results allow to evaluate the selected object status among a set the same class objects and to offer an objective approach to the diverse information analysis based on the indicative events study as an alternative to the use of expert assessment methods. The developed Methodic can be used for integrated assessment and multiparametric ranking of different types of natural-anthropogenic systems, for example, countries, regions, cities, natural-industrial complexes, etc. as well as to any attributive indicators set. The results obtained make it possible to construct an objective system for analyzing the entities state and can be used in analyzing the priorities for the municipal and urban districts balanced development, studying the scenarios for the countries, regions and cities development, as well as for carrying out a comprehensive assessment of their state in the indicators combination in planning socio-economic and territorial development.

**Key words:** the countries, regions and cities integrated assessment; the statistical data arrays; indicative joint events and their probabilities.

Статья поступила в редакцию 23.09.2016

Рекомендована к публикации д-ром техн. наук Г.В. Авериным

## Сведения об авторах на русском языке



Аверин Геннадий Викторович, д.т.н., проф. В 1980 году закончил Николаевский кораблестроительный институт им. адмирала С.О. Макарова, по квалификации инженер-механик. В 1994 году защитил докторскую диссертацию, с 2005 года профессор по кафедре компьютерных систем мониторинга. Ведет преподавательскую деятельность в Донецком национальном техническом университете и Белгородском государственном национальном исследовательском университете. Является автором более 150 публикаций, 15 монографий и учебных пособий. Последняя монография «Системодинамика» издана в 2014 году. Область научных интересов: системный анализ и теория систем, математическое моделирование и интеллектуальный анализ данных, экологический мониторинг, информационные системы в области охраны окружающей среды и глобалистики.



Андрюхин Александр Иванович, к.т.н., с.н.с. Закончил математический факультет Донецкого государственного университета, защитил кандидатскую диссертацию в области вычислительной техники в Харьковском национальном университете радиоэлектроники. С 1999 года и по настоящее время доцент кафедры прикладной математики и информатики Донецкого национального технического университета. Научные интересы: проектирование и диагностирование современных сверхбольших интегральных схем и нейроморфных устройств, проблемы программирования и искусственного интеллекта. Опубликовано около 100 научных работ. Является автором книги «Моделирование и диагностирование дискретных систем на переключательном уровне».



Аноприенко Александр Яковлевич, к.т.н., доц. В 1979 году закончил Донецкий политехнический институт, по квалификации инженер-системотехник. В 1987 году защитил кандидатскую диссертацию в Институте проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины (г. Киев). В 1989 – 1990 гг. прошёл 10-месячную научную стажировку по линии Немецкой службы академических обменов (DAAD) в Институте высокопроизводительных и распределенных суперЭВМ Штутгартского университета (Германия). С октября 2014 года по февраль 2015 года – и.о. ректора ДонНТУ. С 2015 года – заведующий кафедрой компьютерной инженерии ДонНТУ. Является автором более 300 публикаций, 7 монографий и учебных пособий. Область научных интересов: интернет-технологии, компьютерное моделирование, закономерности развития и применения компьютерных технологий.



Беловодский Валерий Николаевич, к.т.н., доц. В 1971 году закончил факультет физико-математических и естественных наук Университета Дружбы народов им. П. Лумумбы по специальности «Математика» (г. Москва), в 1982 году – аспирантуру при Рижском политехническом институте по специальности «Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры», с 2003 года является доцентом кафедры компьютерных систем мониторинга Донецкого национального технического университета. Автор около 100 публикаций, 8 изобретений и нескольких учебных пособий. Участвовал в ряде международных конференций по проблемам вибрации и теории машин и механизмов (Прага, Либерец, Лиссабон). Научные интересы: моделирование, нелинейные динамические системы, анализ временных рядов, фрактальное сжатие изображений, обучающие системы.



Бельков Дмитрий Валерьевич, к.т.н., доц. В 1987 году закончил Донецкий политехнический институт, по квалификации инженер-системотехник. В 2004 году защитил кандидатскую диссертацию, с 2004 года доцент кафедры вычислительной математики и программирования факультета компьютерных наук и технологий Донецкого национального технического университета. Является автором более 20 научных публикаций. Область научных интересов: анализ и моделирование трафика компьютерных сетей, обеспечение качества обслуживания компьютерных сетей, управление трафиком компьютерных сетей, методы размещения файлов распределенных систем, сетевые процессоры.



Голубева Оксана Валерьевна, к.ф.-м.н., доц. В 1996 году закончила Витебский государственный университет, по квалификации учитель математики и информатики. В 2002 году защитила кандидатскую диссертацию по специальности «Математическая логика, алгебра и теория чисел». По окончании аспирантуры работает в Полоцком государственном университете (Республика Беларусь). С 2012 года занимает должность заведующего кафедрой технологий программирования. Является автором 50 научных публикаций. Направления научных исследований: создание информационно-образовательных систем поддержки учебного процесса на основе облачных технологий, разработка алгоритмов и методов оптимизации слабо формализуемых систем.



Достлев Юрий Сергеевич. Ведущий инженер, по совместительству старший преподаватель кафедры компьютерной инженерии факультета компьютерных наук и технологий Донецкого национального технического университета. Является автором более 30 публикаций. Область научных интересов: системы реального времени, исследование динамических характеристик параметров реальных объектов, создание компьютерных комплексов автоматизированного контроля и управления технологическими процессами. Научно-техническая деятельность: проектирование и исследование аппаратно-программных комплексов систем реального времени и систем автоматического управления технологическими процессами в различных областях.



Едемская Евгения Николаевна. В 1982 году закончила Донецкий политехнический институт, по квалификации инженер-математик. С 2001 года старший преподаватель кафедры вычислительной математики и программирования факультета компьютерных наук и технологий Донецкого национального технического университета. Является автором более 20 научных публикаций. Область научных интересов: анализ и моделирование трафика компьютерных сетей, обеспечение качества обслуживания компьютерных сетей, управления трафиком компьютерных сетей, методы размещения файлов распределенных систем, математическое моделирование экономических процессов.



Ехилевский Степан Григорьевич, д.т.н., проф. В 1980 году закончил Донецкий государственный университет, по квалификации физик-преподаватель. В 1992 году защитил кандидатскую диссертацию, в 2003 – докторскую. С 1998 по 2004 годы – профессор Донецкого национального технического университета. С 2004 года – декан факультета информационных технологий Полоцкого государственного университета (Республика Беларусь). Является автором более 130 научных публикаций. Направления научных исследований: создание новых методов моделирования сорбционной активности регенеративных патронов изолирующих дыхательных аппаратов, совершенствование конструкций дыхательных аппаратов за счёт оптимизации теплового режима и защитного ресурса аппаратов.



Звягинцева Анна Викторовна, к.т.н., доц. В 1999 году закончила факультет экологии и химической технологии по специальности «Экология и охрана окружающей среды», в 2007 году получила квалификацию магистра программного обеспечения автоматизированных систем в Донецком национальном техническом университете (ДонНТУ). В 2006 году защитила кандидатскую диссертацию по специальности «Экологическая безопасность». С 2007 года доцент кафедры компьютерных систем мониторинга факультета компьютерных наук и технологий ДонНТУ, в настоящее время является докторантом. Опубликовано более 90 научных работ, в том числе 5 монографий и 1 учебное пособие. Научная работа связана с развитием методов комплексной оценки и анализа рисков сложных систем. Научные интересы: системный анализ, теория опасности и риска, экологический мониторинг и безопасность техногенных систем.



Игитян Елена Владимировна. В 2015 году закончила Белгородский государственный национальный исследовательский университет по направлению подготовки «Бизнес-информатика». В настоящее время работает в должности помощника директора Института инженерных технологий и естественных наук Белгородского государственного национального исследовательского университета, а также продолжает обучение в магистратуре по направлению подготовки «Бизнес-информатика» (магистерская программа «Управление жизненным циклом информационных систем»). Область научных интересов: информатика, системы оперативного управления заданиями.



Климко Григорий Тимофеевич, к.ф.-м.н., с.н.с. В 1970 году закончил Донецкий государственный университет по специальности «физика». В 1983 году защитил кандидатскую диссертацию по специальности «Теоретическая и математическая физика» в Вильнюсском государственном университете им. В. Капсукаса. С 1974 г. по 1995 г. работал в ИнФОРУ НАН Украины, с 1995 г. является доцентом института искусственного интеллекта, с 2010 года – доцентом кафедры компьютерных систем мониторинга Донецкого национального технического университета. Научные интересы: матрица плотности, спектральные, оптические и спиновые свойства квантово-механических систем с открытой оболочкой, случайное вырождение состояний фуллеренов и d-оболочки атома, нестабильности, включая понижение симметрии, фотоэлектронные спектры фуллеренов и углеродные нанотрубки. Автор более 80 научных публикаций и 1 учебного пособия.



Константинов Игорь Сергеевич, д.т.н., проф. В 1979 г. закончил Харьковский авиационный институт им. Н.Е. Жуковского по специальности «Прикладная математика». В 1999 г. защитил докторскую диссертацию. Является членом-корреспондентом Российской академии естественных наук и Российской инженерной академии. С 2012 года и по настоящее время – проректор по научной и инновационной деятельности Белгородского государственного национального исследовательского университета. Под его научным руководством защищены 25 кандидатских и 5 докторских диссертаций. Является автором более 200 публикаций, в том числе 15 монографий. Область научных интересов: математическая логика и основания математики, программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и сетей, системы автоматического управления, регулирования и контроля.



Корниенко Никита Вадимович. В 2015 году закончил Донецкий национальный технический университет по специальности «Компьютерный эколого-экономический мониторинг», получил квалификацию «Разработчик вычислительных систем». С 2015 года по настоящее время работает в должности ассистента кафедры компьютерного моделирования и дизайна факультета компьютерных наук и технологий. Преподает дисциплины математического и программистского циклов. С 2016 года обучается в аспирантуре по специальности «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». Научные интересы: моделирование, нелинейные динамические системы, разработка программного обеспечения.



Пастухов Дмитрий Феликсович, к.ф.-м.н., доц. В 1993 году закончил физический факультет Московского государственного университета (МГУ), по квалификации физик-исследователь. В 1997 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности «Физика атмосферы и гидросферы». В настоящее время доцент кафедры технологий программирования факультета информационных технологий Полоцкого государственного университета (Республика Беларусь). Является автором 17 научных публикаций. Область научных интересов: численные методы, математическое моделирование, уравнения математической физики и физические процессы.



Пастухов Юрий Феликсович, к.ф.-м.н., доц. В 1993 году закончил механико-математический факультет Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова (МГУ) по специальности «Математика, прикладная математика». В 1997 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности «Дифференциальная геометрия и топология». В настоящее время доцент кафедры технологий программирования факультета информационных технологий Полоцкого государственного университета (Республика Беларусь). Является автором 12 научных публикаций. Область научных интересов: криптографические методы, математическое моделирование, дифференциальная геометрия.



Польщикова Константин Александрович, к.т.н., доц. В 1997 году закончил Харьковский военный университет по специальности «Радиоэлектронные устройства, системы и комплексы». В 2003 году защитил кандидатскую диссертацию по специальности «Телекоммуникационные системы и сети», с 2006 года присвоено звание доцента по кафедре технического обеспечения связи и автоматизированных систем управления. В настоящее время работает в должности доцента кафедры информационных систем и и.о. директора Института инженерных технологий и естественных наук Белгородского государственного национального исследовательского университета. Является автором более 100 научных публикаций и 1 монографии. Область научных интересов: управление потоками информации в телекоммуникационных сетях, методы и системы искусственного интеллекта, имитационное и аналитическое моделирование.



Раскидкин Виктор Владимирович. Студент второго курса магистратуры по направлению подготовки «Информатика и вычислительная техника» факультета компьютерных наук у технологий Донецкого национального технического университета. Является автором 2 публикаций. Область научных интересов: исследование и разработка систем анализа достоверности данных в системах реального времени. Научно-техническая деятельность: проектирование интерактивных подсистем анализа в составе автоматизированных систем управления технологическими процессами.



Чередникова Ольга Юрьевна, к.т.н. В 1995 году закончила Донецкий государственный технический университет, по квалификации инженер-программист. В 2013 году защитила кандидатскую диссертацию по специальности «Автоматизация процессов управления», с этого же года работает доцентом кафедры компьютерной инженерии Донецкого национального технического университета. Является автором более 20 научных публикаций. Область научных интересов: моделирование динамических процессов, создание компьютерных комплексов автоматизированного контроля и управления технологическими процессами.



Шевцова Мария Витальевна, к.ф.-м.н. В 2003 году закончила физико-математический факультет Белгородского государственного университета, по квалификации учитель математики и информатики. С 2007 года работала на кафедре алгебры, теории чисел и геометрии НИУ «БелГУ» в должностях ассистента и старшего преподавателя. В 2012 году защитила кандидатскую диссертацию по специальности «Математическая логика, алгебра и теория чисел». В настоящее время занимает должность доцента кафедры общей математики Белгородского государственного национального исследовательского университета. Является автором 13 научных публикаций. Область научных интересов: аналитическая теория чисел, распределение простых чисел в арифметических прогрессиях, изучение оценок сумм значений последовательностей чисел.

## Сведения об авторах на украинском языке



Аверін Геннадій Вікторович, д.т.н., проф. У 1980 році закінчив Миколаївський кораблебудівний інститут ім. адмірала С.О. Макарова, за кваліфікацією інженер-механік. У 1994 році захистив докторську дисертацію, з 2005 року професор по кафедрі комп'ютерних систем моніторингу. Веде викладацьку діяльність в Донецькому національному технічному університеті та Белгородському державному національному дослідницькому університеті. Є автором понад 150 публікацій, 15 монографій та навчальних посібників. Остання монографія «Системодинаміка» видана в 2014 році. Область наукових інтересів: системний аналіз і загальна теорія систем, математичне моделювання та інтелектуальний аналіз даних, екологічний моніторинг, інформаційні системи в галузі охорони навколишнього середовища та глобалістики.



Андрюхін Олександр Іванович, к.т.н., с.н.с. Закінчив математичний факультет Донецького державного університету, захистив кандидатську дисертацію в галузі обчислювальної техніки в Харківському національному університеті радіоелектроніки. З 1999 року та по теперішній час доцент кафедри прикладної математики та інформатики Донецького національного технічного університету. Наукові інтереси: проектування та діагностування сучасних надвеликих інтегральних схем та нейроморфних пристроїв, проблеми програмування та штучного інтелекту. Опубліковано близько 100 наукових робіт. Є автором книги «Моделювання та діагностування дискретних систем на перемикаючому рівні».



Анопрієнко Олександр Якович, к.т.н., доц. У 1979 році закінчив Донецький політехнічний інститут, за кваліфікацією інженер-системотехнік. У 1987 році захистив кандидатську дисертацію в Інституті проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України (м. Київ). У 1989–1990 рр. пройшов 10-місячне наукове стажування по лінії Німецької служби академічних обмінів (DAAD) в Інституті високопродуктивних і розподілених суперЕОМ Штутгартського університету (Німеччина). З вересня 2014 року – в.о. ректора ДонНТУ. З 2015 року – завідувач кафедри комп'ютерної інженерії ДонНТУ. Є автором більш 300 публікацій, 7 монографій та навчальних посібників. Область наукових інтересів: інтернет-технології, комп'ютерне моделювання, закономірності розвитку та застосування комп'ютерних технологій.



Беловодський Валерій Миколайович, к.т.н., доц. У 1971 році закінчив факультет фізико-математичних і природничих наук Університету Дружби народів ім. П. Лумумби за спеціальністю «Математика» (м. Москва), в 1982 році – аспірантуру при Ризькому політехнічному інституті за спеціальністю «Динаміка, міцність машин, приладів та апаратури», з 2003 року є доцентом кафедри комп'ютерних систем моніторингу Донецького національного технічного університету. Автор близько 100 публікацій та 8 винаходів і декількох навчальних посібників. Брав участь в низці міжнародних конференцій з проблем вібрації та теорії машин і механізмів (Прага, Ліберець, Лісабон). Наукові інтереси: моделювання, нелінійні динамічні системи, аналіз часових рядів, фрактальне стиснення зображень, навчальні системи.



Бельков Дмитро Валерійович, к.т.н., доц. У 1987 році закінчив Донецький політехнічний інститут, за кваліфікацією інженер-системотехнік. У 2004 році захистив кандидатську дисертацію, з 2004 року доцент кафедри обчислювальної математики та програмування факультету комп'ютерних наук і технологій Донецького національного технічного університету. Є автором понад 20 наукових публікацій. Область наукових інтересів: аналіз і моделювання трафіку комп'ютерних мереж, забезпечення якості обслуговування комп'ютерних мереж, управління трафіком комп'ютерних мереж, методи розміщення файлів розподілених систем, мережеві процесори.



Голубєва Оксана Валеріївна, к.ф.-м.н., доц. У 1996 році закінчила Вітебський державний університет, за кваліфікацією вчитель математики та інформатики. У 2002 році захистила кандидатську дисертацію за спеціальністю «Математична логіка, алгебра та теорія чисел». По закінченню аспірантури працює в Полоцькому державному університеті (Республіка Білорусь). З 2012 року займає посаду завідувача кафедри технологій програмування. Є автором 50 наукових публікацій. Напрями наукових досліджень: створення інформаційно-освітніх систем підтримки навчального процесу на основі хмарних технологій, розробка алгоритмів і методів оптимізації слабо формалізованих систем.



Достлев Юрій Сергійович. Провідний інженер, за сумісництвом старший викладач кафедри комп'ютерної інженерії факультету комп'ютерних наук і технологій Донецького національного технічного університету. Є автором понад 30 публікацій. Область наукових інтересів: системи реального часу, дослідження динамічних характеристик параметрів реальних об'єктів, створення комп'ютерних комплексів автоматизованого контролю та управління технологічними процесами. Науково-технічна діяльність: проектування та дослідження апаратно-програмних комплексів систем реального часу та систем автоматичного управління технологічними процесами в різних областях.



Едемська Євгенія Миколаївна. У 1982 році закінчила Донецький політехнічний інститут, за кваліфікацією інженер-математик. З 2001 року старший викладач кафедри обчислювальної математики та програмування факультету комп'ютерних наук і технологій Донецького національного технічного університету. Є автором понад 20 наукових публікацій. Область наукових інтересів: аналіз і моделювання трафіку комп'ютерних мереж, забезпечення якості обслуговування комп'ютерних мереж, управління трафіком комп'ютерних мереж, методи розміщення файлів розподілених систем, математичне моделювання економічних процесів.



Схілевський Степан Григорович, д.т.н., проф. У 1980 році закінчив Донецький державний університет, за кваліфікацією фізик-викладач. У 1992 році захистив кандидатську дисертацію, в 2003 – докторську. З 1998 по 2004 роки – професор Донецького національного технічного університету. З 2004 року – декан факультету інформаційних технологій Полоцькому державному університету (Республіка Білорусь). Є автором понад 130 наукових публікацій. Напрями наукових досліджень: створення нових методів моделювання сорбційної активності регенеративних патронів ізолюючих дихальних апаратів, вдосконалення конструкцій дихальних апаратів завдяки оптимізації теплового режиму та захисного ресурсу апаратів.



Звягінцева Ганна Вікторівна, к.т.н., доц. У 1999 році закінчила факультет екології та хімічної технології за спеціальністю «Екологія та охорона навколишнього середовища», в 2007 році отримала кваліфікацію магістра програмного забезпечення автоматизованих систем в Донецькому національному технічному університеті (ДонНТУ). У 2006 році захистила кандидатську дисертацію за спеціальністю «Екологічна безпека». З 2007 року доцент кафедри комп'ютерних систем моніторингу факультету комп'ютерних наук і технологій ДонНТУ, нині є докторантом. Опубліковано понад 90 наукових робіт, в тому числі 5 монографій та 1 навчальний посібник. Наукова робота пов'язана з розвитком методів комплексної оцінки і аналізу ризиків складних систем. Наукові інтереси: системний аналіз, теорія безпеки і ризику, екологічний моніторинг і безпека техногенних систем.



Ігітян Олена Володимирівна. У 2015 році закінчила Белгородський державний національний дослідницький університет за напрямом підготовки «Бізнес-інформатика». Нині працює на посаді помічника директора Інституту інженерних технологій та природничих наук Белгородського державного національного дослідницького університету, а також продовжує навчання в магістратурі за напрямом підготовки «Бізнес-інформатика» (магістерська програма «Управління життєвим циклом інформаційних систем»). Область наукових інтересів: інформатика, системи оперативного управління завданнями.



Климко Григорій Тимофійович, к.ф.-м.н., с.н.с. У 1970 році закінчив Донецький державний університет за спеціальністю «фізика». У 1983 році захистив кандидатську дисертацію за спеціальністю «Теоретична та математична фізика» у Вільнюському державному університеті ім. В.Капсукаса. З 1974 р по 1995 р працював в ІнФОРУ НАН України, з 1995 року є доцентом інституту штучного інтелекту, з 2010 року – доцентом кафедри комп'ютерних систем моніторингу Донецького національного технічного університету. Наукові інтереси: матриця щільності, спектральні, оптичні та спінові властивості квантово-механічних систем з відкритою оболонкою, випадкове виродження станів фулеренів і d-оболонки атома, нестабільності, включаючи зниження симетрії, фотоелектронні спектри фулеренів і вуглецеві нанотрубки. Автор понад 80 наукових публікацій та 1 навчального посібника.



Костянтинів Ігор Сергійович, д.т.н., проф. У 1979 році закінчив Харківський авіаційний інститут ім. Н.С. Жуковського за фахом «Прикладна математика». У 1999 році захистив докторську дисертацію. Є членом-кореспондентом Російської академії природничих наук і членом-кореспондентом Російської інженерної академії. З 2012 року та по теперішній час – проректор з наукової та інноваційної діяльності Белгородського державного національного дослідницького університету. Під його науковим керівництвом захищено 25 кандидатських і 5 докторських дисертацій. Є автором понад 200 публікацій, в тому числі 15 монографій. Область наукових інтересів: математична логіка та підстави математики, програмне забезпечення обчислювальних машин, комплексів і мереж, системи автоматичного управління, регулювання та контролю.



Корнієнко Микита Вадимович. У 2015 році закінчив Донецький національний технічний університет за фахом «Комп'ютерний еколого-економічний моніторинг», отримав кваліфікацію «Розробник обчислювальних систем». З 2015 року по теперішній час працює на посаді асистента кафедри комп'ютерного моделювання та дизайну факультету комп'ютерних наук і технологій. Викладає дисципліни математичного та програмістського циклів. З 2016 року навчається в аспірантурі за фахом «Математичне моделювання, чисельні методи та комплекси програм». Наукові інтереси: моделювання, нелінійні динамічні системи, розробка програмного забезпечення.



Пастухов Дмитро Феліксович, к.ф.-м.н., доц. У 1993 році закінчив фізичний факультет Московського державного університету (МДУ), за кваліфікацією фізик-дослідник. У 1997 році захистив дисертацію на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю «Фізика атмосфери та гідросфери». Нині доцент кафедри технологій програмування факультету інформаційних технологій Полоцького державного університету (Республіка Білорусь). Є автором 17 наукових публікацій. Область наукових інтересів: чисельні методи, математичне моделювання, рівняння математичної фізики і фізичні процеси.



Пастухов Юрій Феліксівич, к.ф.-м.н., доц. У 1993 році закінчив механіко-математичний факультет Московського державного університету ім. М.В. Ломоносова (МДУ), за кваліфікацією «Математика, прикладна математика». У 1997 році захистив дисертацію на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю «Диференціальна геометрія та топологія». Нині доцент кафедри технологій програмування факультету інформаційних технологій Полоцького державного університету (Республіка Білорусь). Є автором 12 наукових публікацій. Область наукових інтересів: криптографічні методи, математичне моделювання, диференціальна геометрія.



Польщиків Костянтин Олександрович, к.т.н., доц. У 1997 році закінчив Харківський військовий університет за спеціальністю «Радіоелектронні пристрої, системи та комплекси». У 2003 році захистив кандидатську дисертацію за спеціальністю «Телекомунікаційні системи та мережі», в 2006 році присвоєно вчене звання доцента по кафедрі технічного забезпечення зв'язку та автоматизованих систем управління. Нині працює на посаді доцента кафедри інформаційних систем та виконує обов'язки директора Інституту інженерних технологій та природничих наук Белгородського державного національного дослідницького університету. Є автором понад 100 наукових публікацій та 1 монографії. Область наукових інтересів: управління потоками інформації в телекомунікаційних мережах, методи та системи штучного інтелекту, імітаційне та аналітичне моделювання.



Раскідкін Віктор Володимирович. Студент другого курсу магістратури за напрямом підготовки «Інформатика та обчислювальна техніка» факультету комп'ютерних наук і технологій Донецького національного технічного університету. Є автором 2 публікацій. Область наукових інтересів: дослідження та розробка систем аналізу достовірності даних в системах реального часу. Науково-технічна діяльність: проектування інтерактивних підсистем аналізу в складі автоматизованих систем управління технологічними процесами.



Череднікова Ольга Юрійвна, к.т.н. У 1995 році закінчила Донецький державний технічний університет, за кваліфікацією інженер-програміст. У 2013 році захистила кандидатську дисертацію за спеціальністю «Автоматизація процесів управління», з цього ж року працює доцентом кафедри комп'ютерної інженерії Донецького національного технічного університету. Є автором понад 20 наукових публікацій. Область наукових інтересів: моделювання динамічних процесів, створення комп'ютерних комплексів автоматизованого контролю та управління технологічними процесами.



Шевцова Марія Віталіївна, к.ф.-м.н. У 2003 році закінчила фізико-математичний факультет Белгородського державного університету, за кваліфікацією вчитель математики і інформатики. З 2007 року працювала на кафедрі алгебри, теорії чисел і геометрії НДУ «БелДУ» на посадах асистента та старшого викладача. У 2012 році захистила кандидатську дисертацію за фахом «Математична логіка, алгебра та теорія чисел». Нині займає посаду доцента кафедри загальної математики Белгородського державного національного дослідницького університету. Є автором 13 наукових публікацій. Область наукових інтересів: аналітична теорія чисел, розподіл простих чисел в арифметичних прогресіях, вивчення оцінок сум значень послідовностей чисел.

## Сведения об авторах на английском языке



Gennadiy Averin, Doctor of Engineering Sciences, Full Professor. In 1980 he graduated from Admiral Makarov Nikolaev Shipbuilding Institute with a qualification of engineer-mechanic. In 1994 defended his doctoral thesis, since 2005 he is a Full Professor at the Department of Computer Monitoring Systems of the Donetsk National Technical University (DonNTU). Currently he simultaneously teaches at DonNTU and Belgorod State National Research University (BelSU). He is the author of over 150 publications, 15 monographs and textbooks. The latest monograph “Systemodynamics” was published in 2014. Area of scientific interests: system analysis and systems theory, mathematical modeling and data mining, environmental monitoring and information systems in the field of environmental protection and global studies.



Alexander Andryukhin, Candidate of Engineering Sciences, Senior Research Officer. He graduated from the mathematical faculty of Donetsk State University, defended his candidate’s thesis in computer sciences at Kharkiv National University of Radio Electronics. Since 1999 he is an Associate Professor at the Department of Applied Mathematics and Informatics of Donetsk National Technical University. Research interests: design and diagnostics of modern ultralarge integrated circuits and neuromorphic devices, the problems of programming and artificial intelligence. Published about 100 scientific papers. He is the author of the book “Modeling and diagnosis of discrete systems at the switching level”.



Alexander Anoprienko, Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor. In 1979 he graduated from Donetsk Polytechnic Institute as a system engineer. In 1987 he defended the dissertation on competition of a scientific degree of Candidate of Engineering Sciences at the Institute of Modeling Problems in Power Engineering of NAS of Ukraine (Kyiv). In 1989 – 1990 he had the 10-month research internship through the German Academic Exchange Service (DAAD) at the Institute for High Performance and Distributed Supercomputers at Stuttgart University (Germany). From October 2014 to February 2015 – Rector of Donetsk National Technical University (DonNTU). Since 2015 – Head of the Department of Computer Engineering of DonNTU. He is the author of over 300 publications, 7 monographs and textbooks. Research interests: internet technologies, computer simulation, past and future of computer technologies.



Valeriy Belovodskiy, Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor. In 1971 graduated from the Faculty of Physics, Mathematics and Natural Sciences of the Lumumba Peoples Friendship University in specialty “Mathematics” (Moscow), in 1982 - postgraduate study at the Riga Polytechnic Institute with a degree in “Dynamics, Strength of Machines, Devices and Equipment” (Riga), since 2003 is an Associate Professor at the Department of Computer Monitoring Systems of the Donetsk National Technical University (Donetsk). Is the author of about 100 scientific papers and several textbooks , participated in a number of international conferences on vibration problems and theory of machines and mechanisms (Prague, Liberec, Lisbon). Research interests: modeling, nonlinear dynamical systems, time series, fractal image compression, reconstruction of equations , training systems.



Dmitry Belkov, Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor. In 1987 he graduated from Donetsk Polytechnic Institute with a qualification of system engineer. In 2004 defended his thesis, since 2004 he is an Associate Professor at the Department of Computational Mathematics and Programming of the Faculty of Computer Sciences and Technologies in DonNTU. He is the author of over 20 scientific publications. Research interests: analysis and modeling of traffic in computer networks, QoS in computer networks, traffic management of computer networks, methods of file allocation in distributed systems, network processors.



Oksana Golubeva, Candidate of Physico-Mathematical Sciences, Associate Professor. In 1996 she graduated from the Vitebsk State University with a qualification of mathematics and informatics teacher. In 2002 defended her candidate thesis by specialty "Mathematical logic, algebra and theory of numbers". After finishing the graduate school she works at the Polotsk State University (Republic of Belarus). Since 2012 she holds a position of the Head of the Programming Technologies Department. She is the author of more than 50 scientific publications. Scientific researches directions: information and education systems for educational process support on the cloud computing basis creation, algorithms and optimization methods for poorly formalized systems development.



Yuri Dostlev. Senior Engineer, part-time Senior Lecturer at the Department of the Computer Engineering of the Faculty of Computer Sciences and Technologies of the Donetsk National Technical University. He is the author of over 30 publications. Research interests: real-time systems, research of dynamic characteristics of real objects, creation of computer complexes for the automated control and management of technological processes. Scientific and technical activities: design and research of hardware and software of real-time systems, automatic control systems of technological processes in various fields.



Evgeniya Edemskaya. In 1982 she graduated from the Donetsk Polytechnic Institute with a qualification of engineer-mechanic. Since 2001 she is a Senior Lecturer at the Department of Computational Mathematics and Programming of the Faculty of Computer Sciences and Technologies of the Donetsk National Technical University. Is the author of over 20 scientific publications. Research interests: analysis and simulation of network traffic, QoS and traffic management of computer networks, methods of file allocation in distributed systems, mathematical modeling of economic processes.



Stepan Ekhilevsky, Doctor of Engineering Sciences, Full Professor. In 1980 he graduated from the Donetsk State University as physics teacher. In 1992 defended his candidate thesis, in 2003 – doctoral thesis. From 1998 he is a Full Professor of the Donetsk National Technical University, since 2004 – the Dean of Faculty of Information Technologies at the Polotsk State University (Republic of Belarus). He is the author of more than 130 scientific publications. Directions of scientific researches: creation of new methods of modeling of dynamic sorption activity of regenerative cartridges of the isolating respiratory devices, improvement of designs of respiratory devices due to optimization of the thermal mode and a protective resource of devices.



Anna Zviagintseva, Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor. In 1999 she graduated from the Faculty of Ecology and Chemical Technologies on specialty "Ecology and Environmental Protection", in 2007 received a master's degree in Software of Automated Systems at the Donetsk National Technical University. In 2006 defended her thesis on the specialty "Environmental security", since 2007 is Associate Professor at the Department of Computer Monitoring Systems of the Faculty of Computer Sciences and Technologies. Published more than 90 scientific works papers, including 5 monographs and 1 manual. Her scientific work is related to the development of methods for integrated risk assessment of complex systems. Research interests: system analysis, theory of hazards and risks, environmental monitoring and security of technological systems.



Elena Igityan. In 2015 she graduated from the Belgorod State National Research University in the direction of “Business Informatics”. Currently, she works as an assistant director of the Institute of Engineering Technologies and Natural Sciences of the Belgorod State National Research University, and also continues her Master's degree in “Business Informatics” (Master's Program “Information Systems Life-cycle Management”). Research interests: informatics, systems of operational management of tasks.



Gregory Klimko, Candidate of Physico-Mathematical Sciences, Senior Research Officer. In 1970 graduated from Donetsk State University with a degree in physics. In 1983 he defended his candidate thesis on the specialty “Theoretical and Mathematical Physics” at V. Kapsukas Vilnius State University. From 1974 to 1995 worked in the Research Institute of Physical-organic and Coal chemistry of NAS of Ukraine. Since 1995 is an Associate Professor at the Institute of Artificial Intelligence, since 2010 - Associate Professor at the Department of Computer Monitoring Systems of the Donetsk National Technical University. Research interests: density matrix, spectral, optical and spin properties of quantum mechanical systems with an open shell, the accidental degeneracy of states of the fullerenes and the d-shell of the atom, instability, including the lowering of symmetry, photoelectron spectra of fullerenes and carbon nanotubes. The author of over 80 scientific publications and 1 manual.



Igor Konstantinov, Doctor of Engineering Sciences, Full Professor. In 1979 he graduated from the N.Ye. Zhukovskiy Kharkov Aviation Institute on the specialty “Applied Mathematics”. In 1999 he defended his doctoral thesis. He is a corresponding member of the Russian Academy of Natural Sciences and corresponding member of the Russian Engineering Academy. Since 2012 and up to the present time - the pro-rector for scientific and innovative activities of the Belgorod State National Research University. Under his scientific guidance, 25 candidate and 5 doctoral dissertations were defended. He is the author of more than 200 publications, including 15 monographs. Area of scientific interests: mathematical logic and the foundations of mathematics, software for computers, complexes and networks, automatic control, regulation and control systems.



Nikita Kornienko. In 2015 he graduated from Donetsk National Technical University on specialty “Computer ecological and economic monitoring” and received qualification “the Developer of computing systems”. From 2015 to the present time he works as an assistant to the Department of Computer Modeling and Design of the Faculty of Computer Science and Technology in the disciplines of mathematical and program cycles. Since 2016 he has been studying at the postgraduate course in the specialty “Mathematical modeling, numerical methods and program complexes”. Scientific interests: modeling, non-linear dynamic systems, software development



Dmitry Pastuhov, Candidate of Physico-Mathematical Sciences, Associate Professor. In 1993 he graduated from the Physics Faculty of Lomonosov Moscow State University with a qualification of physicist-researcher. In 1997 he defended the dissertation for degree of the candidate of physico-mathematical sciences by specialty “Atmosphere and Hydrosphere Physics”. Currently he is an Associate Professor at the Programming Technologies Department of the Faculty of Information Technologies in the Polotsk State University (Republic of Belarus). He is the author of more than 20 scientific publications. Area of scientific interests: numerical methods, mathematical modeling, equations of mathematical physics and physical processes.



Yury Pastuhov, Candidate of Physico-Mathematical Sciences, Associate Professor. In 1993 he graduated from the Faculty of Mechanics and Mathematics of Lomonosov Moscow State University by specialty "Mathematics, Applied Mathematics". In 1997 he defended the dissertation for degree of the candidate of physico-mathematical sciences by specialty "Differential Geometry and Topology". Currently he is an Associate Professor at the Programming Technologies Department of the Faculty of Information Technologies in the Polotsk State University (Republic of Belarus). He is the author of 12 scientific publications. Area of scientific interests: cryptographic methods, mathematical modeling, differential geometry.



Konstantyn Polschikov, Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor. In 1997 he graduated from the Kharkov Military University by specialty "Radio-Electronic Devices, Systems and Complexes". In 2003 defended his thesis by specialty "Telecommunication of Systems and Networks", in 2006 was awarded the title of Associate Professor at the Department of Technical Communication and Automated Control Systems. He is currently working as Associate Professor at the Department of Information Systems and acting. Director of the Institute of Engineering Technologies and Natural Sciences of Belgorod State National Research University. He is the author of over 100 scientific publications and 1 monograph. Area of scientific interests: information control in telecommunication networks, the methods and systems of artificial intelligence, simulation and analytical modeling.



Victor Raskydyn. Second-year student of master's degree in the field of preparations "Computer Science and Engineering" of the Faculty of Computer Sciences and Technologies of the Donetsk National Technical University. He is the author of 2 publications. Research interests: research and development of systems for the analysis of reliability of the primary information in real-time systems. Scientific and technical activities: design of interactive analysis subsystems as part of automated technological process control systems.



Olga Cherednikova, Candidate of Engineering Sciences. In 1995 she graduated from Donetsk State Technical University with a qualification of engineer-programmer. In 2013 she defended her thesis by specialty "Automation of Control Processes" and from the same year she is an Associate Professor at the Department of Computer Engineering of Donetsk National Technical University. She is the author of over 20 scientific publications. Research interests: modeling of dynamic processes, creation of computer systems of automated process control and management.



Maria Shevtsova, Candidate of Physico-Mathematical Sciences. In 2003 she graduated from Physics and Mathematics Faculty of Belgorod State University with a qualification of teacher of mathematics and informatics. Since 2007 she worked at the Department of Algebra, Number Theory and Geometry of BelSU as an Assistant and Senior Lecturer. In 2012 she has defended the candidate's thesis by specialty "Mathematical Logic, Algebra and Number Theory". Now she is an Associate Professor at the Department of General Mathematics of Belgorod National Research University. She is the author of over 13 scientific publications. Research interests: analytic number theory, distribution of primes in arithmetic progressions, study of estimates of values of sums of numerical sequences.

*Научное издание*

**Системный анализ и информационные технологии  
в науках о природе и обществе  
Сборник научных трудов**

*(на русском, украинском, английском языках)*

**№1(10)–2(11)'2016**

Ответственный за выпуск *А.В. Звягинцева*  
Технические редакторы *В.Н. Беловодский, А.С. Хоруженко*  
Компьютерная верстка *В.А. Павлий*  
Дизайн обложки *Е.В. Галайко*

Подписано к печати 31.10.2016. Формат 60×84 <sup>1</sup>/<sub>8</sub>.  
Бумага офсетная. Печать ризографическая.  
Усл. печ. лист. 9,7. Уч.-изд. лист. 6,9.  
Тираж 100 экз.

Адрес редакции: 83001, г. Донецк, ул. Артема, 58, ГВУЗ «ДонНТУ», 4-й учебный корпус,  
к. 20, а. Тел.: +38 (062) 301-08-51 E-mail: [anna\\_zv@ukr.net](mailto:anna_zv@ukr.net), [averin.gennadiy@gmail.com](mailto:averin.gennadiy@gmail.com)  
URL: <http://sait.csm.donntu.org>; <http://csm.donntu.org/ru/node/120>;  
<http://sait.donntu.org>; <http://cmd.donntu.org/ru/node/120>

Издатель Государственное высшее учебное заведение «Донецкий национальный технический университет»  
83001, г. Донецк, ул. Артема, 58. Тел.: +38 (062) 301-08-67, +38 (062) 301-09-67

Свидетельство о государственной регистрации субъекта издательского дела:  
серия ДК №2982 от 21.09.2007

Отпечатано ООО фирма «ДРУК-ИНФО»  
83001, г. Донецк, ул. Артема, 58, к. 113, тел.: +38 (062) 335-64-55

Факультет компьютерных наук и технологий

Тел: +38062 345-09-35

<http://cs.donntu.org>

© 1972-2016



Кафедра компьютерного

моделирования и дизайна

Тел: +3 8062 301-08-51

Web site: <http://csm.donntu.org>

E-mail: [anna\\_zv@ukr.net](mailto:anna_zv@ukr.net)

© 2003-2016